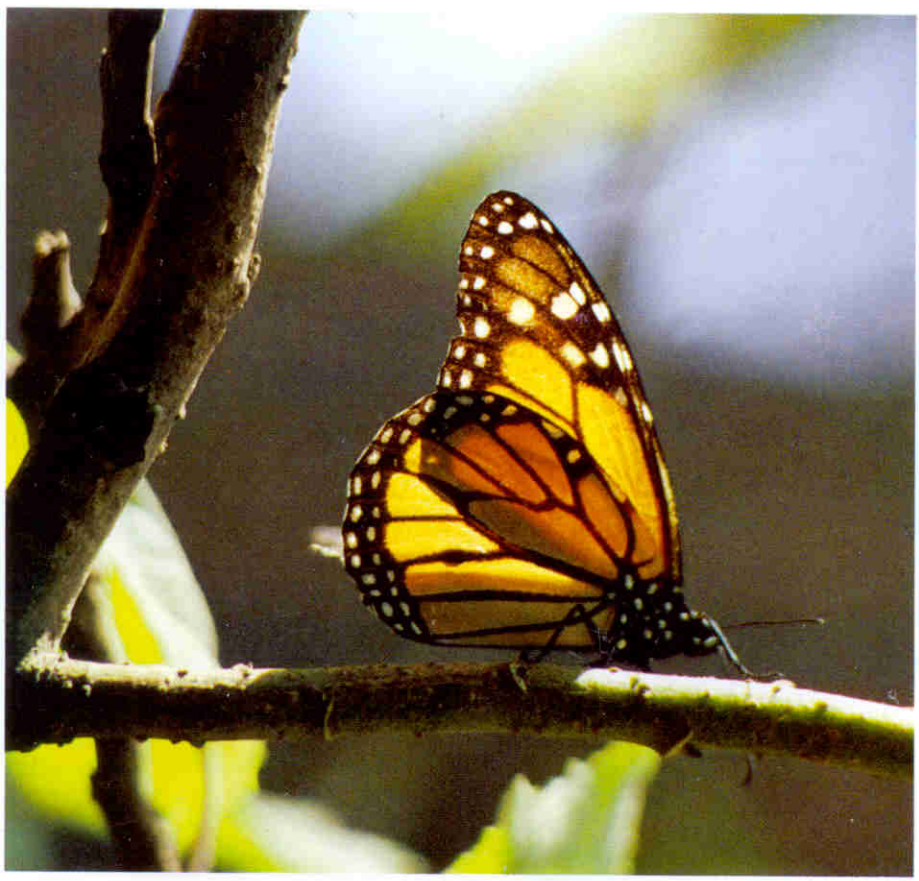
ISSN 1405-7328

4 Ciencias Empresariales

Revista de la Facultad de Contabilidad y Administración
de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo
Enero-Junio de 1999



Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

Directorio

Rector:
Lic. Marco Antonio Aguilar Cortés

Secretario General:
Dra. Esther García Garibay

Secretario Académico:
M. en C. Salvador Jara Guerrero

Secretario Administrativo:
Dr. Isaias Elizarraraz Alcaraz

Secretario Particular:
Ing. Cuauhtémoc Ortiz Venera

Secretario Auxiliar
Mtro. Moisés Guzmán Pérez

Secretario de Difusión Cultural:
Mtra. Silvia Figueroa Zamudio

Tesorero General:
L.A.E. Elías González Ruelas

Coordinador de la Investigación Científica:
Dra. Eva Luz Soriano Bello

Facultad de Contabilidad y Administración

C.P. Jorge Soto Ayala
Director

C.P. Mauricio Chagolla Farias
Subdirector

C.P. Evaristo Galeana Figueroa
Secretario Administrativo.

L.E.A. Nina Elsa García Arteaga
Secretaria Académica.

Dr. Federico González Santoyo
Jefe del Depto. de Investigación, Desarrollo y Vinculación.

M. en A. Raúl Villalobos Godinez
Jefe de la División de Estudios de Posgrado.

Ciencias Empresariales

Revista de la Facultad de Contabilidad y Administración de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

Director:
Dr. Federico González Santoyo.

Editor:
C. P. Mauricio Chagolla Farias

Consejo Editorial:
Dr. Federico González Santoyo (FCA – UMSNH)
Dr. José Jesús Acosta Flores (DEPFI – UNAM)
Dr. Ricardo Aceves García (DEPFI - UNAM)
Dr. Manuel Ordorica Mellado (COLMEX)
Dr. Antonio Terceño Gómez (URV-España)
Dr. Norberto Marquéz Álvarez (URV – España)
Dra. Ana Elena Narro Ramírez (UAM - X.)
Dr. Sergio G. De los Cobos Silva (UAM – IZT)
Dr. Juan José Flores Romero (FIE-UMSNH)
M. en A. Raúl Villalobos Godinez. (FCA)
M. en A. José Manuel Vázquez Ávila (FCA)
M. en C. Alfredo Díaz Mata (FCA – UNAM)
M. en A. Arcadio García del Río (FCA – UMSNH)
M. en A. Gerardo Pérez Morelos (FCA – UMSNH)

Tipografía, **Apoyo Administrativo y Diseño**: M. en A. Beatriz Flores Romero.

Ciencias Empresariales, No.4 Enero - Junio de 1999. Toda correspondencia deberá ser enviada a la dirección abajo impresa. Mayor información en los mismos teléfonos con el Dr. Federico González Santoyo, Jefe del Departamento de Investigación, Desarrollo y Vinculación de la FCA y Director de la Revista. El contenido de los artículos firmados es responsabilidad de los autores y no refleja necesariamente la opinión de los editores. Los materiales de esta Publicación pueden ser reproducidos para fines no comerciales citando la fuente. Si fuera el caso se ruega enviarnos un ejemplar.

Fotografía de Portada: Mariposa monarca del santuario de Angangueo Mich. Méx. Tomada por Ph D. Juan José Flores Romero 1999.

D.R. 1999
ISSN 1405-7328
Facultad de Contabilidad y Administración, Edificio A - II , Ciudad Universitaria, Morelia Michoacán, México
Tel. (43) 26 62 76, Tel y Fax (43) 16 74 11.

CIENCIAS EMPRESARIALES

Revista de la Facultad de Contabilidad
y Administración de la Universidad Michoacana
de San Nicolas de Hidalgo

Director: Dr. Federico González Santoyo.

Editor: C.P. Mauricio Chagolla Farias

Consejo Editorial:

Dr. Federico González Santoyo (FCA - UMSNH)
Dr. José Jesús Acosta Flores (DEPFI - UNAM)
Dr. Ricardo Aceves García (DEPFI - UNAM)
Dr. Manuel Ordorica Mellado (COLMEX)
Dr. Antonio Terceño Gómez (URV-España)
Dr. Norberto Marquéz Álvarez (URV - España)
Dra. Ana Elena Narro Ramírez (UAM - Xochimilco)
Dr. Sergio G. De los Cobos Silva (UAM – IZT)
Dr. Juan José Flores Romero
M. en A. Raúl Villalobos Godinez. (FCA - UMSNH)
M. en A. José Manuel Vázquez Ávila (FCA - UMSNH)
M. en C. Alfredo Díaz Mata (FCA - UNAM)
M. en A. Arcadio García del Río (FCA - UMSNH)
M. en A. Gerardo Peréz Morelos (FCA - UMSNH)

No.4 **Enero - Junio de 1999**

CONTENIDO

- **Presentación** 3

- **El Reconocimiento de los Activos Intangibles: Un cambio de Perspectiva**
  Torres Coronas Teresa., 4

- **El Método del Rendimiento Unitario sobre la Inversión Fuzzy**
  González Santoyo F., Flores Romero B., Villalobos Godinez R. 20

- **Prestamos Referenciados**
  Terceño Gómez A., Barbera Mariné M.M., De Andres Sánchez J., Márquez Alvarez N. 41

- **Competitividad y Dirección Estratégica: Algunas sugerencias para las Empresas Mexicanas Pequeñas y Medianas.**
  Torres Solis José R., Chauca Malazquez Pablo M.. 54

- **Programación no Líneal en la Solución de Problemas de Localización de Servicios**
  Copas Osio A.G., Aceves García R. 66

- **Lista de Autores** 83

PRESENTACIÓN

El manejo eficiente de las organizaciones, hoy día demanda de la aplicación de herramientas modernas en la gestión empresarial, a través de las cuales la alta gerencia establece mejores análisis e induce a una toma de decisiones racional y más eficiente, tal que lleva a las empresas a ser más rentables y competitivas en los mercados globales en los que se participa.

Ciencias Empresariales, en este número ofrece a la comunidad científica, académica, profesional y empresarial, los trabajos de profesores investigadores de esta Facultad orientados hacia el desarrollo del método del rendimiento unitario sobre la inversión fuzzy, competitividad y dirección estratégica: algunas sugerencias para las empresas mexicanas, pequeñas y medianas. Además se incorporan trabajos de investigadores españoles los que estudian el reconocimiento de los activos intangibles: un cambio de perspectiva. Además usando la teoría fuzzy en préstamos referenciados. Se presenta la programación no lineal en la solución de problemas de localización de servicios por investigadores de la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería de la UNAM.

El presente tiene como objetivo fundamental ofrecer a la comunidad de las áreas contables, administrativas y económicas, artículos que apoyen su desarrollo académico, ejercicio profesional y motivación en el campo investigativo.

C.P. JORGE SOTO AYALA

DIRECTOR DE LA FACULTAD DE
CONTABILIDAD Y ADMINISTRACIÓN

Nuestros Autores

- Federico González Santoyo. Ingeniero Electricista, Maestro en Ingeniería (Toma de Decisiones), Maestro en Administración y Doctor en Ingeniería (Investigación de Operaciones). Jefe del Depto. de Investigación, Desarrollo y Vinculación FCA, UMSNH, México. email: fsantoyo@zeus.ccu.umich.mx
- Beatriz Flores Romero. Contador Público, Maestra en Administración, Estudios Doctorales en Universidad París-Dauphine. Depto. de Investigación, Desarrollo y Vinculación FCA, UMSNH, México. email: fsantoyo@zeus.ccu.umich.mx
- Antonio Terceño Gómez. Licenciado en Gestión Empresarial, Licenciado en Actuaria, Doctor en Ciencias Empresariales. Vice-rector Académico de la Universitat Rovira i Virgili, España, Vicepresidente Ejecutivo de la International Association for Fuzzy Set Management and Economy
- M. Gloria Barbara Marial, Jorge de Andrés Sánchez, Norberto Márquez Alvarez. Profesores-Investigadores del Departamento de Gestión de Empresas y Economía de la Facultat de Ciencies Economiques i Empresarials de la Universitat Rovira i Virgili. Email: nmarquez@astor.urv.es
- Teresa Torres Coronas. Profra-Investigadora del Departamento de Gestión de Empresas y Economía. Universidad Rovira y Virgili, España
- José Ramón Torres Solís. Licenciado, Maestro y Doctor en Administración, Profesor-Investigador de la División de Estudios de Posgrado de la FCA-UNAM. email: jrts@servidor.unam.mx
- Pablo Chauca Malasquez. Licenciado, Maestro y Estudiante de Doctorado en Economía. Profesor de la División de Estudios de Posgrado de la FCA-UMSNH, Profr-Investigador de la Escuela de Economía de la UMSNH. Email: pchauca@zeus.ccu.umich.mx
- Raúl Villalobos Godínez. Ingeniero Químico, Maestro en Administración, Jefe de la División de Estudios de Posgrado de la FCA-UMSNH
- Ricardo Aceves García. Ingeniero Químico, Maestro y Doctor en Ingeniería (Investigación de Operaciones). Srio. Académico de la División de estudios de posgrado. Facultad de Ingeniería. UNAM. email: aceves@servidor.unam.mx.
- Adelia Guadalupe Copas Osio. Maestra en Ingeniería (Investigación de Operaciones), Profesora de la División de estudios de posgrado. Facultad de Ingeniería. UNAM.

Guía de Autores

Se suplica a las personas interesadas en publicar sus trabajos de investigación en la revista **Ciencias Empresariales** sujetarse a los siguientes lineamientos al escribir su artículo. Los trabajos propuestos no deberán haberse Publicado o estar sometidos para publicación en cualquier otro medio. Las contribuciones podrán ser de investigación, divulgación, revisión o desarrollo tecnológico.

Los manuscritos deberán entregarse por cuadruplicado (original y tres copias) al Editor de la revista **Ciencias Empresariales**, Departamento de Investigación, Desarrollo y Vinculación, de la FCA, Edificio A-II C.U. El Original de la versión final del trabajo (una vez aprobado el arbitraje) se entregará grabado en disquete (ver especificaciones al final).

La extensión de los trabajos (incluyendo figuras, tablas y gráficas) deberá de ser de 10 a 15 cuartillas máximo, escritas a espacio sencillo.

Los nombres de los autores y las dependencias en que laboran deberán aparecer exclusivamente en la primera pagina del artículo, bajo el titulo de este. Todas las páginas deberán numerarse comenzando por la página que contiene el título. En vez de subrayar utilice **negritas** o *itálicas* (letra cursiva). Deberá de evitarse el uso excesivo. La organización general de los trabajos deberá ser como sigue:

1.- **Partes Preliminares:** Título, Autores, Dependencia e Institución Resumen (máximo 200 palabras)
11.- **Cuerpo del Artículo:** Introducción, Secciones, Conclusiones o Consideraciones Finales
111.- **Partes Finales:** Agradecimientos, Referencias

Las tablas y textos deberán ser presentados en Microsoft-Word 6.0 para Windows, las gráficas e ilustraciones en Microsoft-Word 6.0, Power Point 4.0 para Windows e insertados en el texto apropiadamente. El trabajo deberá presentarse con el formato:

Tamaño de papel: Tamaño carta
Márgenes: superior (2 cm), inferior (7 cm), izquierdo (4.25 cm), derecho (4.25 cm)
Paginación: Parte inferior (exterior)
Tamaño de letra texto: Times New Roman 10
Tamaño de letra títulos: Times New Roman 10 (mayúsculas, negritas)
Tamaño de letra subtítulos: Times New Roman 10 (negritas)

La bibliografía deberá ser presentada: Autor, año, título de trabajo, edición. En la primer página del artículo enviado a publicación deberá contener: Título del artículo, nombre del autor (es), departamento, facultad, universidad y abstract (máximo 200 palabras)

EL RECONOCIMIENTO DE LOS ACTIVOS INTANGIBLES: UN CAMBIO DE PERSPECTIVA

Torres Coronas Teresa

ABSTRACT:

Intangible assets often exist as a part of an integrated assemblage of other business assets. Usually, the individuality of the intangible assets are not recognized. Rather than referring to the business value in excess of tangible assets as goodwill, it's time for a deeper explanation. Most of intangible assets can generate income separately and independently from any other assets, tangible o intangible. They clearly have value, so they need to be identified and recognized. There is also a need to establish clear-cut rules, which will enable a definitive decision to be taken on what should and what should not appear in the balance sheet. Our proposals contain an advocacy of the abandonment of current reporting practices. Changes in the basis of corporate reporting offer an opportunity to properly value intangible assets.

1. INTRODUCCIÓN

Márgenes de beneficio por encima de la media del sector, elevados niveles de ingresos operativos, altos gastos de publicidad y/o de I+D, altos ratios P/Es y ROIs son rasgos distintos de empresas que poseen activos intangibles. Unas veces los habrán adquirido a terceros y otras los habrán desarrollado internamente, su carácter no es, en absoluto diferente. Sin embargo, estos gastos de adquisición y desarrollo no siempre se tratan como inversión porque este tipo de tratamiento supone un verdadero problema: ¿qué criterios seguir para su identificación, valoración y posterior reconocimiento en los estados financieros? Desde una perspectiva práctica, replantear la medida y el tratamiento de estas inversiones intangibles es un tema controvertido porque afecta a la contabilidad financiera, a la determinación del valor económico de los *inputs* (Vickery y Wurzburg, 1992).

Si deben ser reconocidos o no dependerá de los objetivos de los estados financieros y de la significación dada a la verificabilidad de los mismos. Como consecuencia de los principios de prudencia y conservadurismo contables los activos intangibles -especialmente los desarrollados internamente- no han sido capitalizados. Sin embargo, son activos vitales porque permiten que la capacidad de generar ingresos de los activos tangibles de una empresa se sitúe por encima de su capacidad normal. Jacobson (1987, 1988, 1992) estudió el comportamiento dinámico de este tipo de rentabilidad y pudo comprobar la sobreestimación del peso de los activos tangibles en la rentabilidad empresarial. Pero trabajos como los de Griliches (1981), Cockburn y Griliches (1988), Megna y Clock (1993) o Salas Fumás (1996), para el caso español, han permitido comprobar cómo las diferencias observadas en los ratios *q* empresariales se deben a diferencias en la inversión en activos intangibles.

Estas diferencias tienen su origen en la propia naturaleza de los activos intangibles que les permiten:

1. *Generar efectos sinérgicos*. Contrariamente a lo que ocurre con los activos tangibles, sin potencial para una utilización simultánea, los intangibles permiten la generación de efectos sinérgicos derivados de usos alternativos (Itami y Roehl, 1987).

2. *Ser un factor de suspensión de la competencia*. En palabras de Nomen (1996: 21) los intangibles son resultado "*... del derecho de propiedad o suspensión de la concurrencia que las manos legales otorgan al titular del derecho subjetivo privado*". Este derecho impide que actúen las fuerzas del mercado, de forma que el titular del mismo puede mantener un excedente durante un tiempo.

3. *Ser un factor diferenciador* (Hall, 1992; Lusch y Harvey, 1995; López Sintas, 1996). Los intangibles introducen imperfecciones en los mercados que son fuente de beneficio. Si la competencia se define cada vez menos en términos de coste, la ventaja competitiva debe ser fruto de una capacidad diferencial perdurable que, en ningún caso puede apoyarse en recursos y procesos estandarizados, sino en recursos y procesos no imitables.

4. *La falta de un mercado.* Se trata de recursos para los que no existe mercado, su intercambio es relativamente complicado a causa de la asimetría de información entre comprador y vendedor y, además, los derechos de propiedad sobre ellos no siempre están bien definidos, dificultando su transferibilidad. A esto hay que añadir, la incertidumbre sobre su precio, el hecho de que se exploten conjuntamente con otros recursos (lo que dificulta su separabilidad) y, su alto grado de especificidad[1]. La consecuencia que se deriva es que, a veces, el valor de transferibilidad de un intangible será muy bajo. Esto lleva, en opinión de Salas Fumás (1996: 20) al "*diseño de formas organizativas intermedias entre la compra-venta de activos intangibles y/o su utilización, y la explotación vía desarrollo interno*". Es evidente que si un activo no es comercializable debe ser acumulado internamente. El problema, desde un punto de vista de gestión, es la carencia de información sobre el valor de estos activos.

Los intangibles son, por tanto, gastos en derechos especiales, privilegios o ventajas competitivas con un claro potencial para incrementar los ingresos de la empresa más allá del período contable. Pero, se han olvidado en la gestión diaria. Tenemos una contabilidad que no mide el núcleo de la empresa, "*mide con una perfecta exactitud, pero se equivoca en el objeto a medir*" (Nomen, 1996: 23). ¿Deben el conservardurismo y la prudencia contable gobernar la contabilización de los intangibles? No, si queremos acabar con el desacierto contable que los lleva a gasto ante la dificultad de determinar los futuros beneficios derivados de las inversiones realizadas durante su desarrollo.

En gran medida, esta situación ha venido condicionada por el tratamiento actual del *goodwill*. La mayoría de profesionales no considera el *goodwill* como un activo sino como un elemento que aparece en el balance por mera conveniencia contable, ya que el *goodwill* no

[1] Gran parte de su valor está condicionado a la continuidad de la relación empresarial de la que forma parte, sobre todo si la actividad productiva fomenta la "coespecialización" entre recursos productivos, condicionando la productividad marginal de un recurso a la cantidad y calidad de los demás.

es ni comercializable ni utilizable, lo que evidentemente explica su rápida depreciación[2]. Todos los atributos y características que ponen en evidencia su existencia como activo, son atributos y características de los intangibles que lo componen y que permanecen ocultos. Sin embargo, no se ha hecho mucho para intentar sacarlos a la luz, al aceptar que "lo que se ha hecho siempre" es "lo correcto y lo que realmente debe hacerse". El *goodwill*, sin duda, pertenece a esa región nebulosa en la que la contabilidad abandona todo intento de ser una ciencia y se convierte en un misterio (Most, 1958: 248), un misterio que es necesario desagregar.

2. EL TRATAMIENTO TRADICIONAL DEL *GOODWILL* Y SUS PROBLEMAS

2.1. CREENCIAS ALTAMENTE ACEPTADAS

Por regla general, el tratamiento contable que impera en relación al *goodwill* se ha visto condicionado por unas creencias que, pese a estar altamente aceptadas, no dejan de ser cuestionables.

1. El *goodwill* se ha relacionado con la empresa como un todo, no tiene existencia separada, por lo que sólo se debe manifestar en adquisiciones onerosas. Pero, ¿es el *goodwill* un activo separable con características específicas o, simplemente, es una ficción precisa?

2. Se argumenta que los factores que contribuyen al *goodwill* no son susceptibles de una valoración independiente bajo ningún método o fórmula. La base de esta manera de pensar está en la consideración de que cuando se procede a la valoración global de una empresa, existe un resto que no se puede relacionar con activos individuales específicos. Esta porción de valor, un residuo o diferencia, se registra contablemente como *goodwill.* Pero, ¿describir el *goodwill* como una diferencia no pone de manifiesto, simplemente, que no se entiende su naturaleza económica? (Tollington, 1997).

   El problema radica en que la capitalización de cualquier activo presenta un verdadero handicap: la determinación de la cantidad a capitalizar. Para el *goodwill* se ha encontrado un método, el residual, relativamente fácil de aplicar en la práctica y que, por tanto, todo el mundo ha aceptado como válido. Aunque, si el *goodwill* es un activo, o al menos contablemente así se considera, se debería medir y valorar de forma independiente y no como un valor residual (Herring y Herring, 1990). Pero, esta valoración no será nunca posible si previamente no se consensa un sistema de desagregación. ¿Cómo llegar a un consenso en este campo que no vaya en detrimento de la armonización de los estados financieros?

3. El *goodwill* existe en ausencia de costes específicos para su desarrollo. Tiene valor aunque se desconoce su coste de producción. ¿Por qué no se aplica esta filosofía a otros tipos de

[2] La última propuesta del IASC (IAS 22 revisado, 1998) aconseja una vida útil de 5 años. Sólo en casos excepcionales y bajo justificación se permite la ampliación del período amortizativo hasta 20 años como máximo.

activos? Teniendo en cuenta que uno de los principales argumentos para la no capitalización de activos intangibles es la dificultad para su coste de desarrollo, replantear el coste como medida de valoración podría abrir nuevas perspectivas para su reconocimiento.

4. El diferente tratamiento contable que recibe el *goodwill* adquirido y el *goodwill* inherente o intrínseco, que el IASC (ED 60, 1997: para. 35) define como las diferencias entre el valor de mercado de la empresa y la cantidad contabilizada de los activos identificables de la empresa. ¿Qué ocurre con el llamado *goodwill* inherente? ¿Cuándo el *goodwill* adquirido se transforma en *goodwill* inherente? ¿Dónde encontrar evidencias del valor de este último?

   En realidad no existe ninguna diferencia en la naturaleza de estos dos tipos de *goodwill*. El *goodwill* inherente está reflejado de forma implícita en el balance como el estado actual de decisiones estratégicas del pasado (Herring y Herring, 1990), pero no aflora contablemente por motivos de prudencia y objetividad. La creencia dominante es que el reconocimiento es cuestión de existencia y no de la posibilidad de establecer un valor verificable. ¿Valorar y reconocer los activos intangibles no sería equivalente a valorar y reconocer el valor de los componentes ya desagregados del *goodwill* inherente?

2.2. INCONVENIENTES DEL ENFOQUE ACTUAL

Las consideraciones anteriores permiten afirmar que los métodos tradicionales para la valoración del *goodwill* lo están tratando como un conjunto de elementos sinérgicos no separables. Este enfoque presenta serios inconvenientes:

1. No se valoran los activos intangibles de una empresa sino una proyección distorsionada de los mismos, el *goodwill*. La valoración tradicional del *goodwill* no es de utilidad en un entorno económico en el que la gestión de intangibles debe tener un papel destacado en el proceso de dirección estratégica. El trabajo de Aaker (1989) justifica este argumento al identificar la ruta hacia una ventaja competitiva sostenida como un proceso de gestión de activos (tangibles e intangibles). Las divergencias en los beneficios empresariales se vinculan con diferencias entre empresas derivadas, no de factores cuantitativos sino de activos no observables, como recursos y habilidades de los miembros de la empresa (Cuervo García, 1993: 368).

De aquí nace la idea de que los recursos intangibles deberían valorarse adecuadamente con métodos objetivos, fiables y relevantes, que proporcionen resultados auditables. La gestión de activos intangibles debe pasar por su valoración. Lo que se puede medir, se puede gestionar. Aunque hoy en día, la medición sigue siendo uno de los aspectos más débiles en la gestión de empresas. Esta idea nos conduce a un segundo gran problema.

2. Si se ignoran activos significativos porque son difíciles de medir, no se proporciona una evaluación exacta del potencial de una empresa. Cada vez más, por ejemplo, el valor del éxito o fracaso de las empresas depende más del desempeño de su capital humano, que

bajo las convenciones actuales, no se reconoce en términos de valor ni se incluye entre los activos de la compañía (Coopers & Lybrand, 1990).

3. Son un mal reflejo del desempeño de actividades de naturaleza estratégica. Allen (1990) aboga por un sistema de control diseñado para controlar el desempeño de forma consistente con los objetivos a largo plazo. Este control se ve dificultado por la no aparición de los activos intangibles en informes para planificación estratégica y para control interno. Esta idea está en consonancia con las palabras de Kaplan (1983: 702):

> Necesitamos examinar porqué en las empresas ha existido una tendencia a usar para planificación y control interno los mismos procedimientos que para propósitos externos. Los métodos de valoración de activos y depreciación, las reglas para la valoración de inventarios y los procedimientos para capitalizar o llevar a gastos inversiones en activos intangibles pueden hacer diferir la información interna y la externa. Las empresas deberían seleccionar para información interna aquellas prácticas que mejor promovieran incentivos para conseguir su estrategia y objetivos.

El sistema contable desarrollado por Luca Pacioli en 1494 trata con activos tangibles e ignora activos intangibles como el capital intelectual, los secretos comerciales, las patentes o las relaciones con los clientes. Ya no es válido determinar el valor de una compañía sólo a través de su valor contable porque los intangibles son a menudo más valiosos que los activos tangibles. Las prácticas contables necesitarían cambiar para reflejar su importancia. Cualquier medida significativa de los resultados de una empresa debería incluir ratios que trataran con la totalidad de sus activos -tangibles e intangibles-. Las reglas contables actuales distorsionan el potencial de ingresos de una empresa desde el momento en que estos activos no aparecen en los estados financieros y cuando aparecen lo hacen a coste, no reflejando la realidad económica ni proporcionando información relevante.

Hoy por hoy, ni la contabilidad ni los métodos de valoración han desarrollado instrumentos para recoger con éxito este tipo de inversión. Existen considerables problemas metodológicos y técnicos de medida, así como, falta de consenso en relación al grado de validez de los modelos. Paralelamente, se argumenta que si los intangibles hubieran tenido valor de cambio no hubieran permanecido tan alejados de unos modelos de valoración económico-contables centrados en activos transaccionables (Hall, 1993: 607). Estas circunstancias han impedido el reconocimiento de ciertos activos intangibles como activos de pleno derecho. A este respecto, Itami y Roehl (1987: 1) señalan:

> Los analistas tienden a definir los activos muy restrictivamente, identificando sólo aquéllos que pueden ser medidos, como plantas y equipos. Aunque los activos intangibles, tales como una particular tecnología, información acumulada de clientes, una marca comercial, reputación y la cultura corporativa son valiosos para el poder competitivo de una empresa. De hecho, estos activos invisibles son a menudo la única fuente real de ventaja competitiva sostenible en el tiempo.

Los estados financieros no están informando correctamente de la situación financiera y rentabilidad de una compañía, ya que los ratios contables de rentabilidad no están

correlacionados con los económicos (Clarkson, 1977). Si recordamos las palabras de la *American Society of Appraisers* que decían que los estados financieros "*no necesitan tener una certeza matemática*" (ASA, 1960: 399) y que deben reflejar juicios y aproximaciones así como hechos, es el momento de replantearse ciertas prácticas contables. Los estados financieros deben proveer "*información útil a potenciales y presentes inversores, acreedores y otros usuarios para tomar decisiones de inversión y crediticias racionales ...así como, información sobre los recursos económicos de una empresa*" (FASB, SFAC 1, 1978: para. 36-40). ¿Cumple el diseño actual de los estados financieros con esta función?

En el balance, la ausencia de intangibles infravalora la participación de los accionistas. Omitiendo los intangibles, el objetivo contable de recoger todos los activos que contribuyen a la consecución de beneficios se pierde. Por otra parte, el tratamiento contable del *goodwill* adquirido a título oneroso causa descontento entre los inversores porque las reglas contables del *goodwill* tienen efectos diferentes según la industria de que se trate. En industrias intensivas en capital, la mayor parte del precio pagado se atribuye a activos físicos. En este caso, el *goodwill* no será un problema y su eliminación no afectará negativamente a los beneficios. Por el contrario, en industrias de bienes de consumo, la situación es a la inversa.

De acuerdo con la legislación contable española, las cuentas anuales han de proporcionar una imagen fiel del patrimonio, de la situación financiera y de los resultados de la empresa. La AECA (1991: 15) se manifiesta en este sentido:

> …las Cuentas Anuales que obligadamente han de presentar las empresas, contengan una información apta para la adopción de decisiones por sus respectivos usuarios. En otras palabras, que dichas Cuentas Anuales proporcionen una **imagen fiel** de la situación económica y financiera de la empresa…

El significado del concepto de imagen fiel no está claro, ni a nivel internacional ni nacional. En el terreno de la teoría, existen dos visiones en relación a la imagen fiel:

1. La *legalista*, bajo la cual las cuentas representan la imagen fiel cuando se ha preparado cumpliendo la normativa contable vigente; una visión que impera en la práctica.

2. La *económica*, que considera que las cuentas deben informar sobre la realidad de la empresa, aunque ello obligue al no cumplimiento de las normas contables, permitiendo que la información suministrada por la empresa no se aleje de la realidad patrimonial, financiera y económica.

La primera sería la línea seguida por el Plan General de Contabilidad español (Real Decreto 1643/1990, de 20 de diciembre): "*La imagen fiel es el corolario de aplicar sistemáticamente y regularmente los principios contables, entendiendo éstos como el mecanismo capaz de expresar la realidad económica de las transacciones realizadas*". En condiciones normales la imagen fiel es el corolario de la aplicación de principios y normas contables, pero desde un punto de vista general la representación de la imagen fiel exige acercarse a la realidad económica empresarial, con independencia de que la norma legal sea el cauce adecuado a tal fin.

Sin embargo, a veces es difícil compaginar ciertos principios contables, en especial los principios de prudencia[3] y precio de adquisición[4], con la búsqueda de la imagen fiel. En este sentido, resulta evidente que el balance difícilmente expresará la imagen fiel del patrimonio empresarial, los activos generalmente aparecen valorados a sus valores de adquisición, o de mercado, el menor, pero ciertos elementos pueden no aparecer en el balance dado que han sido rápidamente amortizados, como por ejemplo, los gastos de investigación y desarrollo.

El objetivo principal del principio de prudencia es salvaguardar el patrimonio empresarial ante el riesgo de reflejar unos resultados inflados, cuya distribución descapitalice la empresa. Este objetivo de protección del patrimonio empresarial tiene tal preferencia que a veces desvirtúa seriamente el objetivo de imagen fiel (Montesinos *et al.*, 1989: 218).

En la cuenta de pérdidas y ganancias la ausencia de la amortización de activos intangibles afecta directamente al beneficio neto. Al cargar los ingresos del período con los gastos del desarrollo de marcas y patentes, por ejemplo, se viola el principio de correlación entre ingresos y gastos y se cargan los ingresos del período con gastos que darán beneficios en períodos futuros. Actividades como publicidad, I+D y formación del personal contribuyen a la creación de activos económicos. Pero, nuevamente nos podemos preguntar, ¿dónde encontrar a posteriori indicios de su existencia?

Evidentemente, en la práctica, tanto la contabilidad como el análisis financiero no son tareas fáciles, están sujetas a apreciaciones subjetivas. Así, por ejemplo, un cambio en la capitalización de los costes de desarrollo de activos intangibles o alargar el período amortizativo de un intangible adquirido podría ser visto de dos formas diferentes. La dirección de la empresa podría haber adoptado esta política por creer en el valor de sus activos intangibles y en su potencialidad futura. Sin embargo, externamente podría verse como todo lo contrario. Los inversores podrían considerar esta acción como una señal de que las operaciones de la empresa no tienen la fuerza suficiente como para absorber los mayores costes contables asociados con las viejas prácticas.

Paralelamente, llevar a gastos activos intangibles internamente generados y/o amortizar rápidamente intangibles adquiridos podría ser visto externamente como una señal de que la dirección es prudente y conservadora y de que está plenamente convencida del éxito de sus gastos en intangibles. Por regla general, los usuarios de los estados financieros se sienten más cómodos con esta última postura, por lo que ha primado este enfoque sobre cualquier otro planteamiento posible.

[3] Este principio supone dar un tratamiento diferente a los ingresos y a los gastos, pues mientras los ingresos se imputan cuando se materializan, las pérdidas y gastos, incluso los potenciales, deben imputarse tan pronto como se prevean y sean susceptibles de una evaluación racional (AECA, 1991: 28).

[4] Tener valorados los activos a precio de mercado para informes internos y como complemento a los estados financieros tradicionales daría una imagen clara de los activos de una empresa. Esta información adicional permite una visión más rápida y concisa de los resultados operativos. Aunque imperfecta, el valor de mercado sobrepasa a la contabilidad a costes históricos.

3. LA SEPARABILIDAD DE LOS ACTIVOS INTANGIBLES

3.1. UNA VISIÓN DEL PROBLEMA

El concepto de *goodwill*[5] ha ido cambiado para adaptarse a las condiciones empresariales imperantes en cada momento. Se considera que surge de la evaluación, por parte de los inversores, del poder para generar ingresos de una empresa. Pero este poder no deriva del *goodwill* sino de la existencia de los activos intangibles que lo integran. Ya en 1973, Tearney señalaba: "*... el goodwill no necesita aparecer más en los estados financieros ... Todos los activos independientemente de su intangibilidad deberían ser identificados, valorados y revelados*", porque son ellos son la verdadera fuente de ingresos y no el *goodwill*.

Los ejemplos citados por Smith y Parr (1994) apoyan la idea anterior. Estos autores, con gran acierto, apuntan que:

- Las características, y valor asociado, de clientes leales que compran frecuente y regularmente no se deben a un activo amorfo llamado *goodwill* sino que derivan específicamente de la lealtad a una marca.

- La lealtad del cliente puede nacer de una utilidad superior de un producto, que a su vez, puede tener su origen en una patente tecnológica y no en el *goodwill.*

- Cuando un cliente vuelve a la misma empresa a comprar por el servicio recibido, no se debe al *goodwill* sino que puede tener su causa en una reacción del cliente hacia unos empleados bien entrenados que le sonríen amablemente.

- La disponibilidad universal de un producto no se debe a la existencia de *goodwill*. Es el signo de una red de distribución bien creada.

Por todo ello, se dice que la característica esencial del *goodwill* como activo es la subjetividad inherente a la hora de determinar las razones de su existencia. En la práctica, la opción más fácil y cómoda ha sido no buscar estas razones porque no son fácilmente identificables. Pero el *goodwill* tratado para propósitos informativo-contables como si fuera de naturaleza homogénea refleja un alto grado de incertidumbre sobre la naturaleza de su sustancia económica (Henning, 1994: 3). En la era de los intangibles, ésta no es, en ningún caso, una opción válida.

Pero, ¿cómo valorar la adquisición de habilidades técnicas y de gestión? ¿Y un buen equipo directivo? ¿Cómo valorar marcas creadas durante años? ¿Cómo valorar los efectos de esas marcas en la diversificación de productos? ¿Y en el ahorro de tiempo para entrar en nuevo

[5] Una perspectiva histórica sobre el *goodwill* puede verse en Hughes (1982), quien analiza la literatura legal, económica y contable publicada sobre esta materia hasta 1980. El estudio se realiza a tres niveles: 1) naturaleza del *goodwill*, 2) percepción del *goodwill* por parte del contable y, 3) tratamiento en los estados financieros.

mercado? ¿Cómo calcular el valor de una localización ventajosa? La determinación cualitativa de las circunstancias que permiten a una empresa obtener superbeneficios es difícil, pero todavía lo es más valorarlas cuantitativamente para calcular el valor del *goodwill*. En la práctica, este valor suele establecerse vía sucesivas negociaciones durante la venta de una empresa. A lo largo del tiempo, se han propuesto diferentes métodos, más o menos exactos, como el de los superbeneficios. El cálculo en este caso es sencillo.

Supongamos una empresa con un beneficio medio anual de 240 millones, un valor agregado para sus activos tangibles e intangibles de 1.600 millones y que opera en una industria cuyo ratio de rentabilidad sobre el capital es del 12% anual. A partir de estos hechos se podría esperar que los activos separables estuvieran contribuyendo al beneficio anual en la cantidad de 192 millones (el 12% de 1.600). El superbeneficio será, en este caso, de 48 millones. Con un ratio de rentabilidad del 12% anual, los activos no recogidos de esta empresa tienen un valor de 400 millones. ¿Cómo se reparten estos 400 millones? ¿Deben ser tratados, realmente, como un elemento residual?

Esta tarea de desagregación no es difícil porque ya existen múltiples propuestas para crear categorías de activos intangibles, agrupados según su naturaleza o según los métodos de valoración usados. Una de las más comunes y de mayor aceptación es la que se encuentra recogida en Reilly y Schweihs (1998: 19-20) y distingue entre:

1. Activos intangibles relacionados con el marketing (por ejemplo, marcas o logos).

2. Activos intangibles relacionados con la tecnología (patentes de proceso, documentos técnicos o *know-how* técnico).

3. Activos intangibles relacionados con el arte (obras literarias y *coyrights* o composiciones musicales).

4. Activos intangibles relacionados con el procesamiento de datos (*software* propio, *copyrights* sobre *software* o datos de bases automatizadas).

5. Activos intangibles relacionados con ingeniería (diseño industrial, patentes de producto o secretos industriales).

6. Activos intangibles relacionados con los clientes (listas de clientes, contratos con clientes o relaciones estables con clientes).

7. Activos intangibles relacionados con contratos (contratos de abastrcimiento favorables, acuerdo de no competencia, licencias y franquicias).

8. Activos intangibles relacionados con el capital humano (fuerza de trabajo formada, acuerdos de empleo).

9. Activos intangibles relacionados con la localización (derechos de explotación mineral, derechos para el uso del agua).

10. Activos intangibles relacionados con el *goodwill* (*goodwill* institucional, *goodwill* personal de un profesional, entre otros).

Es posible que un intangible pueda caer dentro de más de una categoría. Pero estas categorías no son lo que verdaderamente importa, sólo son una clasificación general. Lo verdaderamente relevante es la respuesta a la pregunta: ¿Cuál es el valor individualizado de todos y cada uno de los activos intangibles de una empresa? Para algunos de los intangibles ya se han establecido medidas de valoración y reglas aceptadas para su reconocimiento. Pero para otros todavía no, siguen englobados dentro del amorfo concepto de *goodwill*. En cualquier caso, el paso previo y decisivo es identificar a aquellos activos intangibles que constituyen una entidad individual. ¿Qué activos intangibles son separables?

3.2. LA SEPARABILIDAD DE LOS ACTIVOS INTANGIBLES

La separabilidad es un concepto relacionado con el hecho de que el activo intangible pueda ser considerado un activo de pleno derecho. No se trata tanto de que sea separable de la empresa como un todo sino de que tenga una identidad independiente. Para ello se hace necesario reflexionar sobre el concepto de activo y responder las siguientes preguntas (Coopers & Lybrand, 1990):

1. ¿Qué fenómeno económico puede calificar como activo intangible?

2. ¿Qué fenómeno económico no es calificable como tal?

Desde una perspectiva contable se habla de activo como "*probable beneficio económico futuro*". En esta línea el FASB señala:

> Un activo son probables[6] beneficios económicos futuros obtenidos o controlados por una entidad particular como resultado de transacciones o acontecimientos del pasado (FASB, SAFC 6, 1985: para. 25)

La definición del FASB, que sigue la línea del IASC (1988: para. 8), permite señalar las tres características esenciales que deben tener todos los activos, independientemente de su naturaleza, tangible o intangible:

1. Expresa un beneficio futuro probable. La evidencia más obvia de estos beneficios es la existencia de un precio de mercado. Cualquier elemento susceptible de compra-venta implica la existencia de beneficios económicos futuros. En el caso de los intangibles, la

[6] El término "probable" se usa teniendo en cuenta su significado general. Conceptualmente se entiende como algo "*que puede ser razonablemente esperado o creído bajo las bases de evidencia disponible o lógica, pero que no es ni cierto ni está probado*" (FASB, SFAC 2, 1980: note 9). La certeza no es, por tanto, una condición *sine qua non* requerida.

ausencia de un precio de mercado o de intercambiabilidad crea problemas de medida, pero en ningún caso niega la existencia de beneficios económicos futuros.

Esto plantea algunos interrogantes. Así, por ejemplo, en la contabilización de los gastos de I+D la cuestión principal sería: ¿Debería la probabilidad de obtener beneficios futuros a partir de las actividades de I+D ser considerada a la hora de decidir si los costes incurridos deberían ser reconocidos o no como activo? ¿Se debería reconocer el valor actualizado de estos beneficios o los costes incurridos? Autores como Kirk (1990) reconocen que "*es más fácil justificar costes diferidos que reconocer beneficios futuros*", dando una respuesta a lo que han sido las prácticas contables tradicionales.

2. Una particular empresa puede obtener el beneficio derivado del activo y controlar el acceso de terceros al mismo. Una característica que, sin lugar a dudas, la mayoría de activos intangibles cumplen.

3. La transacción o acontecimiento que ha dado lugar al derecho de la empresa o al control del beneficio ya ha tenido lugar.

Aunque estos rasgos son características esenciales de un activo, su ausencia, por sí misma, no es suficiente para impedir que un recurso sea calificado como activo. Es una definición que podría estar falta de precisión. Aunque el *goodwill* es fruto de una transacción, identificar los futuros beneficios que derivan de su adquisición se considera como una tarea virtualmente imposible. De igual forma, la habilidad de una entidad para obtener beneficios futuros deriva, por lo general, de unos derechos legales que impiden o controlan el acceso de terceros a esos beneficios. Sin embargo, no será un requisito indispensable para que una empresa posea un activo si la empresa obtiene, de cualquier otro modo, esos beneficios, como es el caso de la posesión de una fórmula secreta.

En términos generales, un elemento ha de ser considerado un activo cuando tenga un valor económico para la entidad que lo adquiere o posee. Este valor puede deberse tanto a su capacidad para generar rendimientos futuros como al derecho al uso exclusivo que otorga su adquisición o posesión. Al igual que los activos tangibles, los intangibles cumplen ambos requisitos. Por lo tanto, en un principio, la diferencia entre activos tangibles e intangibles no está en su naturaleza, sino en el diferente tratamiento que han recibido.

En ocasiones la problemática sobre la definición de un activo se enfoca desde la perspectiva de buscar criterios para su identificación o desde las perspectivas de su reconocimiento y medida. Se trata de la relación

SEPARABILIDAD[7] (identificabilidad) versus RECONOCIMIENTO[8] versus MEDIDA[9]

[7] Una característica clave de un activo es la noción de separabilidad, que pueda ser distinguido y que tenga existencia separada de otros activos.
[8] Proceso de incorporación de un hecho o transacción a los estados financieros.
[9] Determinar el valor monentario de un elemento o transacción. Todo activo debe tener algún atributo relevante que sea cuantificabe con suficiente fiabilidad.

Pero, ¿qué criterios seguir para la identificación de un activo? ¿Es la separabilidad un criterio de identificación de un activo o un criterio de reconocimiento? Para que un activo intangible exista desde una perspectiva económica o de valoración debería poseer un número de características o atributos. Algunas de estas características incluyen las siguientes (Reilly y Schweihs, 1998: 5):

1. Debería estar sujeto a una identificación específica y a una descripción reconocible.

2. Sujeto a existencia legal o protección, lo que no impide que el activo no puede ser transferible separadamente.

3. Sujeto al derecho de propiedad privada, siendo esta propiedad transferible legalmente.

4. Debería existir alguna evidencia tangible o manifestación de la existencia del activo intangible (un contrato o licencia, por ejemplo).

5. Debería haber sido creado o existir como resultado de un acontecimiento identificable y en momento de tiempo determinado.

6. Debería poder ser objeto de destrucción o tener un existencia limitada como resultado de un acontecimiento identificable.

Estos requisitos podrían quedar cojos porque ninguno hace referencia a la necesidad de la existencia de un flujo económico derivado del intangible. Por ello, Reilly (1997) añade dos atributos más:

1. Generar alguna cantidad de beneficio económico cuanticable a su propietario, en forma de un incremento de ingresos o de un decremento de costes.

2. Debe incrementar el valor de otros activos, con los cuales está asociado (ya sean tangibles o intangibles)

Existe una distinción sustancial entre la existencia legal de un intangible y su valor económico. Un patente que no esté en uso, tendrá existencia legal pero no valor económico. Paralelamente, ciertos fenómenos como cuota de mercado o una posición monopolística no reúnen los elementos para ser considerados activos intangibles, aunque sí son factores de naturaleza intangible.

Para el IASC (1998, IAS 38) el activo es separable si la empresa puede alquilar, vender, intercambiar o distribuir los beneficios económicos futuros atribuibles al intangible sin disponer de los beneficios que derivan de otros activos utilizados en la misma actividad generadora de ingresos. Al mismo tiempo señala que la separabilidad no es una condición necesaria para la identificación, por lo que el reconocimiento debe quedar restringido a aquellos activos que sean identificables.

El concepto de separabilidad seguido por el Andersen Report (1992) tiene en cuenta dos posibilidades: la separabilidad de entrada y la separabilidad de salida. La primera implica que el activo se reconoce porque puede ser identificado como si hubiera sido creado o adquirido por una empresa y, su coste de creación o adquisición se puede asociar con el activo en cuestión. Es la línea del ASC (ED 52, 1990) o del IASC (IAS 38, 1998) que abogan por el reconocimiento del activo intangible cuando su coste pueda ser medido con fiabilidad. La segunda alternativa es la separabilidad de salida, en la que activo se reconoce porque puede ser separado del resto de activos de la empresa. Ambos conceptos, separabilidad de entrada y salida, están conectados con la existencia de mercados para el activo en cuestión.

Los contables no cuestionan asignar costes a activos adquiridos como parte de un todo (Arnold *et al.*, 1992) ni la atribución de valor basada en precios de mercado. De esta forma, coste y valor -separabilidad de entrada y de salida- se consideran bases generales e ideales de medida (Napier y Power, 1992: 87)

Pero existe un concepto más general que englobaría, y es una "condición para", la separabilidad de entrada y de salida. Es lo que Napier y Power (1992: 87) llaman la *measurement separability*, para invertir la tradicionalmente dependencia de la medida sobre la comerciabilidad. Para estos autores, la medida hace la comerciabilidad y, por tanto, hace posible los valores de mercado. Un valor no refleja pasivamente la objetividad de los mercados, sino que es el producto de una tecnología de medida, que hace posible la comerciabilidad de los activos.

El concepto de *measurement separability* implica que si se puede valorar un recurso (tangible o intagible) la cuestión de si se puede o no identificar como activo se convierte en una cuestión irrelevante. El activo ha quedado identificado a través de su medida. No hay criterio de identificación independiente del criterio de medida. Este enfoque colapsa las tres etapas clásicas -identificación, reconocimiento y medida- en una sola. En consecuencia, si se puede medir el recurso de alguna manera, es difícil resistirse a su identificación como activo y a su posterior reconocimiento en los estados financieros. La cuestión de cómo valorar intangibles se convierte en una cuestión central en política contable porque la tecnología de valoración conduce a las cuestiones de identificación y separabilidad (Power, 1992).

4. CONCLUSIONES

El *goodwill* es un término obsoleto que es necesario cambiar. A nivel conceptual, existe por la incapacidad de cuantificar de forma precisa cada uno de sus componentes. Hasta la fecha, se ha tenido preferencia por valoraciones de activos precisas y objetivas y se han estado ignorando activos más difíciles de medir, pero más valiosos. A pesar de que poner un valor monetario absoluto en los intangibles no es practible *"es mejor una aproximación cierta que una precisión equivocada*" (Coopers & Lybrand, 1990: para. 124). Aceptar la afirmación anterior implica dar un importante paso hacia adelante.

Si el tratamiento de los intangibles desarrollados internamente debe ser consistente con el de los adquiridos a título oneroso los sistemas para su identificación, reconocimiento y medida

deben cambiar. Los estados financieros están incompletos sin los intangibles que han sido desarrollados durante décadas. Trabajar con el diseño actual de los estados financieros supone que los inversores y gestores pueden no tener toda la información necesaria para tomar decisiones acertadas. Los precios de las acciones y las decisiones de inversión se basan principalmente en ingresos y *cash flows* potenciales, por lo que la valoración de los intangibles de forma individualizada podría ayudar a valorar mejor el potencial de la empresa. Sin embargo, siempre existirá aquél que dirá que el coste de valorar los intangibles sobrepasa los beneficios de informar sobre sus valores, ante la posibilidad, por ejemplo, de revelar información confidencial.

Es necesario desarrollar un sistema de información de gestión que posibilite la valoración de la productividad y el desempeño de los activos intangibles, de tanta o más utilidad que la productividad de los equipos industriales. Contar con esta información permitiría a los gestores tomar decisiones acertadas sobre las inversiones realizadas en activos intangibles -por ejemplo, nivel de gasto publicitario para mantener el valor de una marca-.

Los negocios cambian día tras día y, a menudo, las prácticas y estimaciones contables tradicionales se convierten en instrumentos poco apropiados para las nuevas condiciones. Este hecho es especialmente cierto en el tema de la contabilización de intangibles. Por ello, creemos que es el momento de volver a replantear una vieja pregunta: ¿no sería mejor trabajar con una realidad imprecisa, en lugar de con un precisa ficción? La respuesta a esta pregunta todavía está pendiente. ¿Por qué? Sin lugar a dudas, aún no se han dibujado unos límites para los estados financieros óptimos para todos. La integridad de la información financiera de gestión sigue siendo cuestionable y, cualquier cambio puede ser una gran oportunidad para valorar convenientemente los activos intangibles. Llegar a un consenso sobre cómo medir los activos intagibles es el paso previo para su reconocimiento.

5. BIBLIOGRAFÍA

AAKER, D. A. (1989): "Managing assets and skills: the key to a sustainable competitive advantage", *California Management Review*, Winter, 91-106.

ACCOUNTING STANDARDS COMMITTEE (1990): *Exposure Draft 52, Accounting for Intangible Fixed Assets*, ASC, London.

AECA (1991): "Principios y normas de contabilidad en España", *Comisión de Principios y Normas de Contabilidad*, Asociación Española de Contabiliad y Administración de Empresas, Madrid.

ALLEN, D. (1990a): "The value of brands: wrong figures lead to wrong decisions", *Financial Times*, December 18, 51.

ALLEN, D. (1990b): *Creating value. The financial management of brands*, The Chartered Institute of Management Accounting.

AMERICAN SOCIETY OF APPRAISERS (1960): *Appraisal and valuation. Manual of the American Society of Appraisers*, Vol. V, ASA, Washington.

ARNOLD, J., EGGINTON, D., KIRKHAM, L., MACVE, R. y PEASNELL, K. (1992): *Goodwill and other intangibles*, The Research Board, Institute of Chartered Accountants in England and Wales, ICAEW, London.

ARTHUR ANDERSEN. (1992): "The valuation of intangible assets", *Special Report N. P254*, The Economist Intelligence Unit, London.

BROCKINGTON, R. (1996): *Accounting for intangible assets*, Addison Wesley, New York.

CLARKSON, K. W. (1977): *Intangible capital and rates of return*, American Enterprise Institute for Public Policy Research, Washington, DC.
CUERVO GARCÍA, A. (1993): "El papel de la empresa en la competitividad", *Papeles de Economía Española*, 56: 363-378.
COLLEY, J.R. y VOLKAN, A. G. (1988): "Accounting for goodwill", *Accounting Horizons*, March, 35-41.
COOPERS & LYBRAND DELOITTE (1990): "Intangible Assets: their value and how to report it", *Corfield Report*, C&LD, London.
COKBURN, I. y GRILICHES, Z. (1988): "Industry effects and appropriability measures in the stock market's valuation of R&D and patents", *American Economic Review*, Papers and Proceedings, May, 78: 419-423.
FINANCIAL ACCOUNTING STANDARDS BOARD (1978): *Statement of Financial Accounting Concepts N. 1*, *Objectives of Financial Reporting by Business Enterprises*, November, FASB, Stamford, CT.
FINANCIAL ACCOUNTING STANDARDS BOARD (1980a): *Statement of Financial Accounting Concepts N. 2*, *Qualitative characteristics of accounting information*, May, FASB, Stamford, CT.
FINANCIAL ACCOUNTING STANDARDS BOARD (1985): *Statement of Financial Accounting Concepts N. 6*, *Elements of Financial Statements*, FASB, Stamford, CT.
GRILICHES, Z. (1981): "Market value, R&D, and patents", *Economic Letters*, **7**, 2: 183-187.
GUILDING, C. y PIKE R. (1990): "Intangible marketing assets: a managerial accounting perspective", *Accounting and Business Research*, Winter, 21(81): 41-50.
HALL, R. (1993): "A framework linking intangible resources and capabilities to sustainable competitive advantage", *Strategic Management Journal*, 14: 607-618.
HENNING, S. L. (1994): *Accounting for goodwill: current practises, variation in source and components and market valuation*, thesis, PhD degree, University of Wisconsin, Madison.
HERRING, C. E. y HERRING, D. A. (1990): "Performance measurements and the treatment of goodwill", *The National Public Accountant*, April, 35(4): 40-44.
HODGSON, A., OKUNEV, J. y WILLETT, R. (1993): "Accounting for intangible assets: a theoretical perspective", *Accounting and Business Research*, 23(90): 138-150.
HUGHES, H. P. (1982): *Goodwill in accounting: a history of the issues and problems*, Research Monograph N. 80, Business Publishing Division, Georgia State University, Atlanta, GA.
INTERNATIONAL ACCOUNTING STANDARDS COMMITTEE (1988): *Proposed Statement: framework for the preparation and presentations of Financial Statements*, IASC, London.
INTERNATIONAL ACCOUNTING STANDARDS COMMITTEE (1997): *Exposure Draft 60, Intangible Assets*, August, IASC, London.
INTERNATIONAL ACCOUNTING STANDARDS COMMITTEE (1998): *IAS 22, Intangible Assets*, IASC, London.
ITAMI, H. y ROEHL, T. W. (1987): *Mobilizing invisible assets*, Harvard University Press, Cambridge, MA:
JACOBSON, R. (1987): "The validity of ROI as a measure of business performance", *American Economic Review*, June, 77(3): 470-478.
JACOBSON, R. (1988): "The persistence of abnormal returns", *Strategic Management Journal*, 9: 415-430.
JACOBSON, R. (1992): "The "Austrian" school of strategy", *Academy of Management Review*, 17(4): 782-807.
KAPLAN, R. S. (1983): "Measuring manufacturing performance: a new challenge for managerial accounting research", *Accounting Review*, October, 58: 656-705.
KAPLAN, R. S. (1984): "Yesterday's accounting undermines production", *Harvard Business Review*, July-August, 95-101.
KIRK, D. J. (1990): "Future events: When incorporated into today's measurements", *Accounting Horizons*, June, 87-92.

LÓPEZ SINTAS, J. (1996): "Los recursos intangibles en la competitividad de las empresas: un análisis desde la teoría de recursos", *Economía Industrial*, 307: 25-35.
LUSCH, R. F. y HARVEY, M. P. (1994): "The case for an off-balance-sheet controller", *Sloan Management Review*, Winter, 35(2): 101-105.
MEGNA, P. y Klock, M. (1993): "The impact of intangible capital of Tobin's *q* in the semiconductor industry", *American Economic Review*, May, **83(**2): 265-369.
MONTESINOS JULVE, V., GARCÍA BERNAU, M. A. y VELA BARGUES, J. M. (1989): "El principio de devengo: algunas reflexiones entorno a su concepto y su aplicación en Contabilidad", *Lecturas sobre principios contables*, Monografía núm. 13, AECA, Madrid.
MOST, K. S. (1958): "Valuation of commercial goodwill", *The Accountant*, March, **CXXXVIII**, 4341: 248-251.
NAPIER, C. y POWER M. (1992): "Professional research, lobbying and intangibles: a review essay", *Accounting and Business Research*, 23(89): 85-95.
NOMEN, E. (1996): "Activos intangibles y política de empresa", *Harvard Deusto Business Review*, Marzo-Abril, 71: 20-26.
POWER, M. (1992): "The politics of brand accounting in the UK", *The European Accounting Review*, 1: 39-67.
REAL DECRETO 1643/1990, de 20 de diciembre, por el que se aprueba el Plan General de Contabilidad (BOE de 27 de diciembre de 1990).
REILLY, R. F. (1997): "Valuation of intangible contract rights", *The CPA Journal*, June, 67(6): 74-75.
REILLY, R. F. y SCHWEIHS, R. P. (1998): *Valuing intangible assets*, McGraw-Hill, New York.
SALAS FUMÁS, V. (1996): "Economía y gestión de los activos intangibles", *Economía Industrial*, 307: 17-24.
SMITH, G. V. y PARR, R. L. (1993): *Intellectual property: licensing and joint venture strategies*, John Wiley & Sons, New York.
SMITH, G. V. y PARR, R. L. (1994): *Valuations of intellectual property and intangible assets*, John Wiley & Sons, New York.
TEARNEY, M. G. (1973): "Accounting for goodwill: a realistic approach", *The Journal of Accountancy*, July, 41-45.
TOLLINGTON, A. (1997): "When an asset is not an asset?", *Management Accounting (British)*, January, 75(1): 43.
VICKERY, G. y WURZBURG, G. (1992): "Intangible investment: missing pieces in the productivity puzzle", *OECD Observer*¸ October-November, 178: 12-16.

EL MÉTODO DEL RENDIMIENTO UNITARIO SOBRE LA INVERSIÓN FUZZY

González Santoyo Federico, Flores Romero Beatriz, Villalobos Godínez Raúl

RESUMEN
En este articulo se presenta el método del Rendimiento Unitario de la Inversión en su forma tradicional, se hace su transformación usando el enfoque de Fuzzy Sets y se aplica al proceso de toma de decisiones en Evaluación de Proyectos de Inversión.
Palabras Clave: Número borroso medio, margen sobre las ventas, información – reconsideración, diferencia de Minkowski, diferencia de opinión.

En análisis económico de empresas, para hacer más eficiente su administración se tiene que los costos ***Díaz Gómez M. (1995)*** obedecen a una amplia casuística. En términos prácticos, éstos no pueden encuadrarse en dos categorías: costos fijos y costos variables. Tanto en unos como en otros pueden existir ciertos grados de proporcionalidad, variaciones por tramos, variaciones relativas, etc. Para análisis, en general, se aceptan únicamente las dos categorías de costos citados.

Para la aplicación del método se requiere inicialmente preparar la información que demanda el mismo. La base del cálculo de este indicador es fundamentada en el cálculo del flujo de fondos (cash flow) a un nivel de detalle como el mostrado a continuación, así como la inversión aplicada al estudio analizado (proyecto).

En este tipo de análisis se establece que no existen (pagos/cobros), (anticipados/diferidos) y que no hay existencias finales, por lo que es posible identificar los cobros totales del período con los ingresos por ventas y los pagos como la suma de los gastos de todos los conceptos.

Esto es expresado como:

$$FF_j = IV_j - C_j$$

Donde:

FF_j = Flujo de fondos (j=1,2,...,n)
IV_j = Ingresos por venta (j=1,2,...,n)
C_j = Costos Totales (Pagos totales) (j=1,2,...,n)

Por lo que:

$$FF_j = IV_j – (CV_j + CF_j)$$

Donde:

CV_j = Costos variables del período (j=1,2,...,n)
CF_j = Costos fijos del período (j=1,2,...,n)

Por lo que FF_j puede establecerse como:

$$FF_j = X_j P_j - (X\ CU_j + CF_j)$$

Donde:

X_j = Cantidad de producto (j=1,2,...,n)
P_j = Precio unitario del producto (j=1,2,...,n)
CU_j = Costo unitario del producto (j=1,2,...,n)

Establecido esto, el indicador **rendimiento unitario sobre la inversión**, puede ser calculado como:

$$\mathbf{r} = \frac{\sum_{j=1}^{m} FF_j}{A} = \frac{1}{A}\sum_{j=1}^{m} FF_j$$

Donde:

r = Rendimiento Unitario sobre la Inversión
A = Nivel de Inversión

Por ejemplo si el inversionista "w" desea aplicar recurso financiero a proyectos x,y,z, se calculará r_x, r_y, r_z y se ordenarán de mayor a menor. Por lo que es posible ordenar en términos jerárquicos y decidir por aquel proyecto que presente el mayor indicador **(r)**.

Una presentación corregida del indicador es establecida como:

$$\mathbf{r} = \frac{1}{A}\ \sum_{j=1}^{m} FF_j - 1$$

Para el desarrollo del método la estimación de cada componente del indicador se recomienda realizarla como sigue:

DETERMINACIÓN DE LAS VENTAS.

Es uno de los conceptos fundamentales en la determinación de los flujos de fondos, este indicador bien determinado es el motor para mover eficientemente el sistema de producción de bienes y/o servicios, exportadoras dependiendo del caso analizado.

En la estimación de las ventas como mínimo es fundamental incorporar como elemento base un estudio de mercado, comercialización y precios, el cual incluye como mínimo ***González Santoyo F. (1985)***, el producto en el mercado, conocimiento del área o territorio geográfico en el que la empresa desarrolla sus transacciones comerciales, determinación del comportamiento de la demanda, oferta para el período(s) incorporados en el análisis, el

conocimiento de la relación existente entre las dos variables anteriores (balance oferta-demanda), conocimiento de la(s) estructura(s) de comercialización y precios usadas o a usar.

Además de lo anterior, los análisis de ingeniería, en cuanto a productos, procesos, equipos, capacidades, localizaciones, consumos, presupuestos y recursos de todo tipo, constituirán, por una parte, un permanente marco y referencia para la propia estimación de ventas y su evolución y, por otra, darán una excelente información para estimar los costos.

Como parte final el análisis económico-financiero permitirá obtener el flujo de fondos (cash flow).

En la práctica común de empresas, estas magnitudes, cuyo conocimiento es indispensable para la aplicación de cualquier método de evaluación financiera, se han venido estimando y manejando como ciertas. Lo que constituye sin duda una desnaturalización del problema.

Con otro enfoque de análisis menos clásico, es posible a cada magnitud atribuirle varios valores y se les asocia una probabilidad subjetiva, con lo cual se está en condiciones de aplicar técnicas estadísticas. Se cree que con ello se han mejorado los resultados, pero se hacen básicamente dos objeciones.

1. El valor que pueden tomar en el futuro ciertas magnitudes, como las ventas en un proyecto de inversión, no es en ningún caso un hecho probabilizable.

2. Se establece que expresar un resultado final en términos de probabilidad significa, a pesar de esto, una referencia a la certeza.

Por ejemplo es posible plantear que la probabilidad de vender 100 millones durante el próximo ejercicio es del 80 %, esto exige aplicar si nos referimos a que la probabilidad de vender 100 millones o menos del 80 %, o si lo es de vender más de 100 millones. Planteando lo anterior para el caso real habría que preguntar: ¿ desde dónde? ó ¿hasta dónde? Paradójicamente esto permitirá introducirse en el campo de los intervalos.

Es posible establecer que una buena solución para la estimación de las ventas desde esta perspectiva, sería [0.8(100) = 80 millones] , sin embargo este nivel de apreciación puede ser mejorado presentando su apreciación a través de técnicas Fuzzy.

ESTABLECIMIENTO DEL MÉTODO USANDO NÚMEROS BORROSOS

El estar realizando análisis bajo el contexto de incertidumbre nos obliga, con respecto a la estimación de las ventas, ha hacer reflexiones como:

El volumen de ventas expresado en términos monetarios depende de:

- Ventas realizadas en términos físicos

- Precio de ventas.
- Tipos de sistemas de comercialización.
- Etc.

Se tiene que el valor numérico futuro de las magnitudes citadas es obviamente incierto.

Supóngase que existe un experto o un grupo de expertos a quienes se solicita su opinión a cerca de los valores futuros de dichas variables; es decir, se les pide que en base a sus conocimientos, experiencia y medios de que disponga, establezcan sus estimaciones personales.

Tomando las opiniones expresadas a través de números borrosos triangulares **(NBT)**, se tiene.

Tómese como expertos; i = 1, 2, ..., n.

ESTIMACIÓN DE LAS VENTAS

Para el ***caso de ventas,*** se tiene:

$$\underset{\sim}{X}^{(1)} = (X_1^{(1)}, X_2^{(1)}, X_3^{(1)})$$

$$\underset{\sim}{X}^{(2)} = (X_1^{(2)}, X_2^{(2)}, X_3^{(2)})$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$\underset{\sim}{X}^{(n)} = (X_1^{(n)}, X_2^{(n)}, X_3^{(n)})$$

ESTIMACIÓN DEL PRECIO DE VENTAS

Para el ***precio de venta*:**

$$\underset{\sim}{P}^{(1)} = (P_1^{(1)}, P_2^{(1)}, P_3^{(1)})$$

$$\underset{\sim}{P}^{(2)} = (P_1^{(2)}, P_2^{(2)}, P_3^{(2)})$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$\underset{\sim}{P}^{(n)} = (P_1^{(n)}, P_2^{(n)}, P_3^{(n)})$$

EL INGRESO POR VENTAS

Por lo que el ***ingreso por ventas*** de acuerdo con cada experto, son expresados como:

$$\mathbf{IV = X \bullet P}$$

Donde:

IV =	Ingreso por ventas
X =	Tipo de producto
P =	Precio unitario de venta de producto.

Por lo que expresados como números borrosos se tiene:

$$\underset{\sim}{V}^{(1)} = \underset{\sim}{X}^{(1)} (\bullet) \underset{\sim}{P}^{(1)}$$

$$\underset{\sim}{V}^{(2)} = \underset{\sim}{X}^{(2)} (\bullet) \underset{\sim}{P}^{(2)}$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$\underset{\sim}{V}^{(n)} = \underset{\sim}{X}^{(n)} (\bullet) \underset{\sim}{P}^{(n)}$$

Desarrollando estas expresiones se tiene:

$$\underset{\sim}{V}^{(1)} = (X_1^{(1)}, X_2^{(1)}, X_3^{(1)}) \quad (P_1^{(1)}, P_2^{(1)}, P_3^{(1)}) = (X_1^{(1)} P_1^{(1)}, X_2^{(1)} P_2^{(1)}, X_3^{(1)} P_3^{(1)})$$

$$\underset{\sim}{V}^{(2)} = (X_1^{(2)}, X_2^{(2)}, X_3^{(2)}) \quad (P_1^{(2)}, P_2^{(2)}, P_3^{(2)}) = (X_1^{(2)} P_1^{(2)}, X_2^{(2)} P_2^{(2)}, X_3^{(2)} P_3^{(2)})$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$\underset{\sim}{V}^{(n)} = (X_1^{(n)}, X_2^{(n)}, X_3^{(n)}) \quad (P_1^{(n)}, P_2^{(n)}, P_3^{(n)}) = (X_1^{(n)} P_1^{(n)}, X_2^{(n)} P_2^{(n)}, X_3^{(n)} P_3^{(n)})$$

Recordando que el producto de un **NBT** por un número cierto da otro **NBT**, pero no sucede lo mismo si el producto es entre dos números borrosos triangulares; sin embargo, cuando el producto es entre pocos factores, la distorsión es mínima. El producto de dos números borrosos, su resultado en **NBT** se ensancha.

Una vez obtenidas las estimaciones del volumen de ventas en unidades físicas y de precios de venta y realizando los productos anteriores, tenemos los siguientes números borrosos:

$$\underset{\sim}{V}^{(1)}, \underset{\sim}{V}^{(2)}, \ \ldots \ , \underset{\sim}{V}^{(n)}$$

Por lo que se dispondrá de un haz de números borrosos y admitiendo que la objetividad se obtiene a través de la subjetividad de un número suficiente de observadores, ***Kaufman, Gil Aluja (1987),*** resulta muy importante buscar un número borroso que pueda representar, de la mejor manera posible, el haz de números borrosos.

En análisis de esta naturaleza se hace a través de la presentación del número borroso medio, el cual es expresado como:

$$\underset{\sim}{\overset{m}{V}} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}(V_1^{(i)}, V_2^{(i)}, V_3^{(i)}) = \frac{1}{n}(\bullet)\ \left[\sum_{i=1}^{n} V_1^{(i)}, \sum_{i=1}^{n} V_2^{(i)}, \sum_{i=1}^{n} V_3^{(i)}\right]$$

Es posible obtener el número borroso medio haciendo las operaciones a través de α-cortes.

Se ha planteado la estrategia para obtener el **"número borroso medio"**, pero pueden existir amplias diferencias entre las opiniones de los expertos, que se deben de tratar de estandarizar o aproximar, para hacer esto puede aplicarse el criterio de **"la distancia lineal"** (esto es una semisuma de las distancias lineales a la derecha y a la izquierda entre la opinión de cada experto y la opinión agregada.

Posteriormente se informa a cada experto de la **"distancia"** entre su opinión y la del agregado o, incluso, la que hay respecto a otro experto, para que reconsideren sus estimaciones. De acuerdo al método Delphi este proceso puede repetirse hasta que se crea oportuno.

Es importante establecer que en el cálculo del número borroso medio se ha ponderado con igual peso la opinión de cada experto, sin embargo, en la práctica no siempre opera de esta forma, por lo que de acuerdo al analista se podrán hacer ponderaciones diferentes, por expertos o grupos de expertos, en función de su experiencia, especialidad, relación con la empresa, o bien en función del área que se analice.

Siguiendo el proceso anteriormente manejado para las ventas se tiene que el número borroso medio para los costos fijos es el siguiente:

$$\underset{\sim F}{\overset{m}{C}} = \left[\overset{m}{C}_{F1}, \overset{m}{C}_{F2}, \overset{m}{C}_{F3} \right]$$

Llevando a cabo el proceso de [iniciación-finalización, información-reconsideración] para mejorar en lo posible las opiniones de los expertos, llegamos a **n** números borrosos, que expresan la opinión definitiva de cada uno, respecto a los costos fijos.

Es importante hacer notar que cuando cada experto haga su estimación sobre estos, tenga presente en tamaño de la inversión y sus características técnicas.

COSTOS VARIABLES Y MARGEN SOBRE VENTAS

Para los ***costos variables y margen sobre las ventas*:**

Bajo situaciones de certeza se tiene que:

$$\mathbf{Mg = IV - CV}$$

Donde: Mg = Margen sobre ventas

El margen total = unidades físicas vendidas por margen unitario. Es establecido como:

$$\mathbf{Mg = X\ (P - CU)}$$

Bajo condiciones de incertidumbre es posible establecer los conceptos anteriores tomando en consideración que cada experto que participa en el proceso hace estimaciones sobre el comportamiento de los costos unitarios, coherentes con las que haya realizado sobre las variables anteriormente tratadas. Estos pueden ser escritos como:

$$\underset{\sim}{CU}^{(1)} = (CU_1{}^{(1)}, CU_2{}^{(1)}, CU_3{}^{(1)})$$

$$\underset{\sim}{CU}^{(2)} = (CU_1{}^{(2)}, CU_2{}^{(2)}, CU_3{}^{(2)})$$

$$\begin{array}{cc} \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \end{array}$$

$$\underset{\sim}{CU}^{(n)} = (CU_1{}^{(n)}, CU_2{}^{(n)}, CU_3{}^{(n)})$$

Tras un nuevo proceso de **"información-reconsideración"**, cada experto establece una opinión definitiva.

Lo más normal en estos procesos es que exista una relación estable entre los precios de venta y los costos unitarios; de tal forma que el margen puede expresarse en porcentaje sobre las ventas.

Se tiene que el **"margen sobre las ventas"** es establecido en números borrosos como:

$$\underset{\sim}{Mg}^{(i)} = \underset{\sim}{X}^{(i)}(\bullet)\underset{\sim}{P}^{(i)} - \underset{\sim}{X}^{(i)}(\bullet)\underset{\sim}{CU}^{(i)}$$

Supongamos que **"cu"** es **"r"** por uno de **"p"**(precio de venta)

$$= \underset{\sim}{X}^{(i)}(\bullet)\underset{\sim}{P}^{(i)} - \underset{\sim}{X}^{(i)}(\bullet)\ \ r\ \ (\bullet)\underset{\sim}{P}^{(i)}$$

$$= (1-r)\ \ (\bullet)\ \ \underset{\sim}{X}^{(i)}(\bullet)\underset{\sim}{P}^{(i)}$$

Donde: (1-r) es el margen en porcentaje.

Si se desarrolla la segunda expresión de las anteriores, se tiene:

$$\underset{\sim}{Mg}^{(i)} = (X_1^{(i)} P_1^{(i)},\ X_2^{(i)} P_2^{(i)},\ X_3^{(i)} P_3^{(i)}) - (rX_1^{(i)} P_1^{(i)},\ rX_2^{(i)} P_2^{(i)},\ rX_3^{(i)} P_3^{(i)})$$

Utilizando la diferencia de Minkowski para números borrosos se tiene:

$$\underset{\sim}{Mg}^{(i)} = \left[X_1^{(i)} P_1^{(i)} - rX_1^{(i)} P_1^{(i)},\ X_2^{(i)} P_2^{(i)} - rX_2^{(i)} P_2^{(i)},\ X_3^{(i)} P_3^{(i)} - rX_3^{(i)} P_3^{(i)}\right]$$

$$= \left[(1-r)X_1^{(i)}P_1^{(i)},\ (1-r)X_2^{(i)}P_2^{(i)},\ (1-r)X_3^{(i)}P_3^{(i)}\right]$$

$$\therefore \qquad \underset{\sim}{Mg}^{(i)} = (1-r)\ \ (\bullet)\ \ \underset{\sim}{X}^{(i)}\ \underset{\sim}{P}^{(i)} \qquad ; \quad i = 1,2,\ldots,n$$

Esta justificación es obvia al tener en cuenta las características de la resta ordinaria de NBT.

Para la obtención de los costos variables borrosos se tiene que estos se componen básicamente de dos factores (el volumen estimado de ventas en unidades físicas (x) y los costos de los inputs consumidos por cada unidad (cu)).

Los costos unitarios al ser estimados por el experto, son presentados como un número borroso de la siguiente forma.

$$\underset{\sim}{CU}^{(i)} = (CU_1^{(i)}, CU_2^{(i)}, CU_3^{(i)})$$

Por lo que los costos variables para el experto serán:

$$\underset{\sim}{CV}^{(i)} = (CU_1^{(i)}, CU_2^{(i)}, CU_3^{(i)}) \ (\bullet) \ (X_1^{(i)}, X_2^{(i)}, X_3^{(i)}) =$$

$$\underset{\sim}{CV}^{(i)} = (CU_1^{(i)} X_1^{(i)}, CU_2^{(i)} X_2^{(i)}, CU_3^{(i)} X_3^{(i)})$$

- Determinados los extremos del intervalo de margen en toda su amplitud, queda el $\underset{\sim}{Mg}^{(i)}$ como:

$$\underset{\sim}{Mg}^{(i)} = (X_1^{(i)} P_1^{(i)} - X_1^{(i)} CU_1^{(i)}, \ X_2^{(i)} P_2^{(i)} - X_2^{(i)} CU_2^{(i)}, \ X_3^{(i)} P_3^{(i)} - X_3^{(i)} CU_3^{(i)})$$

Si se usa este criterio es recomendable para reducir luego la incertidumbre usar el recurso de contraexperto, expertones.

- Otra solución, quizá más práctica, sería la de solicitar de los expertos tres estimaciones de los costos unitarios correspondientes con los valores estimados para las ventas o sea:

  $CU_1^{(i)}$ correspondiente a $x_1^{(i)}$
  $CU_2^{(i)}$ correspondiente a $x_2^{(i)}$
  $CU_3^{(i)}$ correspondiente a $x_3^{(i)}$

Lo mismo puede decirse para los precios unitarios de venta, y demás variables restantes, esto puede ser apoyado usando el Delphi.

CÁLCULO DEL FLUJO DE FONDOS NETO

En las condiciones propuestas en el desarrollo de la presentación de este método, la determinación de los flujos según cada experto, se hace usando:

$$\underset{\sim}{FF}_j^{(i)} = \underset{\sim}{Mg}_j^{(i)} - \underset{\sim}{CF}^{(i)}$$

Esta es una sustracción borrosa normal, finalmente, se calcula el flujo del período en términos del número borroso medio $\tilde{FF}_j^m$ y se aplica el criterio de evaluación correspondiente siguiendo la lógica de la aritmética borrosa.

CASO DE APLICACIÓN

En general se tiene que para realizar estudios de inversión, se trabaja con equipos interdisciplinarios por la intersección de áreas que se estudian en ello, como lo son ***González Santoyo F.(1985)*** estudio de mercado, comercialización y precios, la localización, la determinación del tamaño, los aspectos técnicos e ingeniería del proyecto, la evaluación económica, y la organización de la empresa.

Todos estos aspectos son requeridos para hacer una medición eficiente de la viabilidad del proyecto, por esta conformación interdisciplinaria se asume que es el equivalente a solicitar la opinión de expertos para ejemplificar el caso tómese:

- La compañía FeGoSa desea establecer una nueva línea de negocios y para el análisis de la misma conforma el equipo de participantes en el proyecto (expertos), los cuales proporcionan la siguiente información base. Se estima un horizonte de planeación (vida útil del proyecto) de 5 años y FeGoSa ha destinado reembolsar una cantidad establecida como cierta de $ 1,000; los expertos, de acuerdo a su experiencia en la línea de negocios que quiere abordar FeGoSa han estimado las ventas totales de cada período, estas son expresadas por cada experto en forma de un número borroso triangular **(NBT)**, como se muestra.

- Se establece que el número de expertos es de 5, uno por cada área de desarrollo del proyecto (o bien, esto podría establecerse también como el resultado proporcionado por una firma de consultores que se dedican a realizar análisis de nuevas inversiones), por lo que se presentan los mismos como:

TABLA # 1: ESTIMACIÓN DE VENTAS

EXPERTO	VENTAS EN UNIDADES
1	(500, 600, 800)
2	(350, 400, 500)
3	(400, 500, 600)
4	(300, 350, 580)
5	(470, 520, 550)

De igual forma, se establecen los costos fijos, con un cierto número de incertidumbre a través de un **NBT.**

TABLA # 2: ESTIMACIÓN DE COSTOS FIJOS

EXPERTO	GASTOS FIJOS
1	(90, 100, 110)
2	(89, 99, 104)
3	(92, 104, 110)
4	(93, 98, 109)
5	(82, 98, 118)

Por simplificaciones del proceso asumiremos que los costos variables (CV), se suponen el 50% de las ventas. Es decir, el margen de ventas es del 50% de las mismas.

En el desarrollo teórico presentado anteriormente se ha considerado la posibilidad de que los costos unitarios de fabricación **"cu"** estuvieran sometidos a incertidumbre, en cuyo caso también lo estaría el margen de ventas. Para la determinación de éste, sería necesario que los expertos hicieran las estimaciones pertinentes de los costos unitarios, de los correspondientes volúmenes de ventas en unidades físicas y realizar posteriormente los cálculos oportunos.

A las causas que nos hemos referido, que podrían implicar variaciones en los costos unitarios, se añade una nueva, la variación que puede suponer en los precios de los insumos (inputs) utilizados en el proceso. Estos hechos no se dan en este caso numérico, por lo tanto el margen es exactamente el 50% de las ventas.

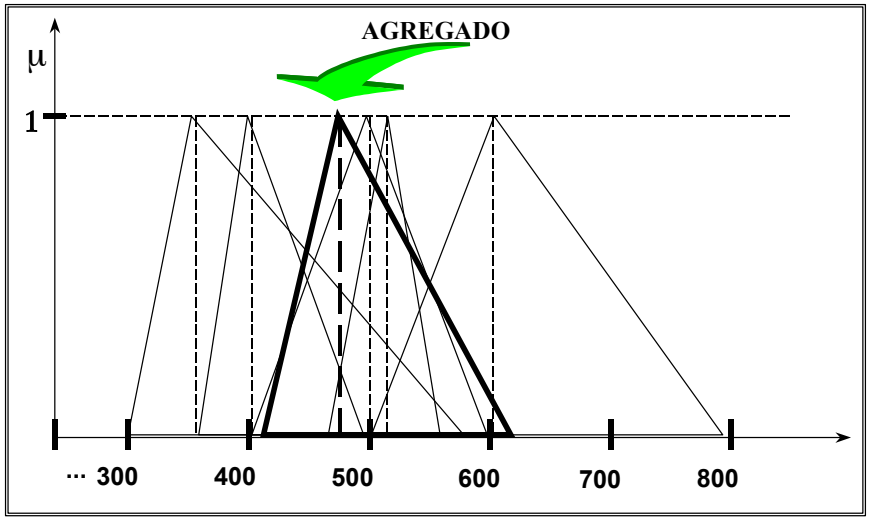
La determinación de los números borrosos medios de las ventas y gastos fijos es:

$$\overset{m}{\underset{\sim}{V}} = (404, 474, 606)$$

$$\overset{m}{\underset{\sim}{GF}} = (89.2, 99.8, 110.2)$$

La presentación gráfica de cada experto es dada como:

FIGURA # 1: NBT. REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE EXPERTOS



Como se observa en la gráfica, existe un alejamiento entre las opiniones de cada experto y la opinión agregada, de igual forma, es posible presentar gráficos de los costos fijos, lo cual tendría una representación similar a la antes mostrada, en la que se denota claramente la existencia de divergencia entre las opiniones de expertos, esta divergencia es traducida en la vida práctica como una **"diferencia de opinión entre expertos"**.

DIFERENCIA DE OPINIÓN ENTRE EXPERTOS

En el análisis de diferencias, el resultado obtenido debe ser sometido ***Gil La Fuente A.M. (1990)***, a un cierto análisis que lo sitúe en la posición que realmente se encuentra dentro de los propios esquemas de tratamiento de la incertidumbre.

La primera consideración que se debe tomar (hacer) se refiere a la **"amplitud"** de las diferencias de opinión entre todos los expertos. Si se quiere operar en los límites estrictos de la seguridad que proporcionan los esquemas de la incertidumbre y se aceptaran como posibles **"todas"** las opiniones de los expertos, se debería tener en cuenta como extremo inferior del **NBT** representativo del agregado, el menor de los extremos inferiores, de los números borrosos, y como extremo superior, el mayor de los extremos superiores. En este caso, la incertidumbre sería muchísimo mas grande.

Para el caso se tiene como extremo inferior 300 y como extremo superior 800. La amplitud de la incertidumbre haría que este esquema creciera de operatividad.

Tomando como referencia base la figura # 1, en que se muestran las opiniones de los expertos respecto a las ventas, así como el comportamiento medio de éstos; para poner gráficamente lo que se ha dicho anteriormente y apreciar las variaciones de opinión entre los diferentes expertos que participan en el proceso de evaluación del sistema en cuestión.

El hecho de que existan opiniones de expertos que se alejan sensiblemente de la que se ha considerado representativa del agregado, sugiere un intento de aproximar en lo posible estas opiniones. Para lo cual se propone hacer uso del método Delphi, el cual bajo este contexto consiste en informar a cada experto de la distancia que existe entre su opinión y la opinión agregada (media) de todos los expertos, con el objetivo fundamental de que reconsidere la suya.

Lo anterior implicará hacer uso de un concepto de distancia entre **NBT**, la llamada **"distancia lineal"**, como valor medio entre la **"distancia lineal a la izquierda"** y la **"distancia lineal a la derecha".**

Para cualquier caso se toma siempre **"la variación neta de las ventas",** entre la opinión del agregado (promedio) $\overset{m}{\underset{\sim}{V}} = (404, 474, 606)$ y la del experto en cuestión, para el caso tómese el experto 5; $\underset{\sim}{V}^{(5)} = (470, 520, 550)$. Si se considera la representación gráfica, se tendría la figura # 2:

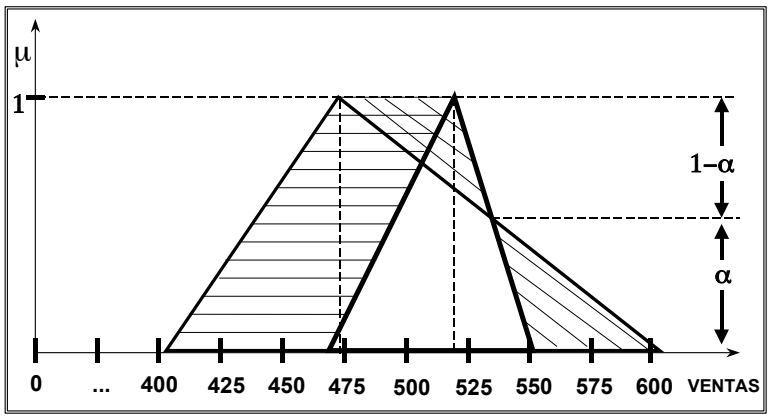


FIGURA # 2

Se puede observar que la distancia lineal a la izquierda viene dada por el área del trapecio señalado como (/////), mientras que la distancia a la derecha por la suma de las áreas de los triángulos rayados (\\\\\ ).

Para el caso se tiene que los cálculos serán diferentes si los lados (sean de la parte izquierda o de la derecha) de los triángulos se crucen (distancia derecha para este caso) o no se crucen

(distancia izquierda en este caso). La cuestión que de forma inmediata se plantea es como saber, sin necesidad de recurrir a la representación gráfica, si los lados se cruzan o no. Este será un paso previo para poder realizar un tipo u otro de cálculo de la distancia.

Para si existe o no cruce entre los lados de dos triángulos, se obtendrá el signo del producto de las diferencias entre las dos bases (sean del trapecio o de los dos triángulos). *"Cuando es positivo o nulo no existe cruce y sí existe cuando resulta negativo"*.

Por ejemplo, si con carácter general la opinión agregada viene dada por:

$$\underset{\sim}{\overset{m}{V}} = (\overset{m}{V}_1, \overset{m}{V}_2, \overset{m}{V}_3)$$

Y la opinión del experto por:

$$\underset{\sim}{\overset{(i)}{V}} = (V_1^{(i)}, V_2^{(i)}, V_3^{(i)})$$

No existirá cruce a la izquierda (recíprocamente a la derecha) si:

$$(V_1^{(i)} - \overset{m}{V}_1) \bullet (V_2^{(i)} - \overset{m}{V}_2) \geq 0$$

En cambio, habrá cruce por ejemplo a la derecha, si:

$$(V_3^{(i)} - \overset{m}{V}_3) \bullet (V_2^{(i)} - \overset{m}{V}_2) < 0$$

Para el caso en estudio, se tiene que:

$V_1^{(5)} = 470,\ \overset{m}{V}_1 = 404,\ V_2^{(5)} = 520,\ \overset{m}{V}_2 = 474,\ V_3^{(5)} = 550,\ \overset{m}{V}_3 = 606$ Por lo que:

[470-404] • [520-474] = 3036 > 0 [no hay cruce]

[550-606] • [520-474] = -2756 < 0 [existe cruce]

La obtención de la distancia en términos absolutos, cuando no existe cruce, queda limitada al cálculo del área del trapecio:

$$D_V = \frac{\left|V_1^{(i)} - V_1^{(m)}\right| + \left|V_2^{(i)} - V_2^{(m)}\right|}{2} = \frac{|470 - 404| + |520 - 474|}{2}$$

$$= \frac{66 + 46}{2} = 56$$

Para obtener una cifra comprendida entre 0 y 1, se acostumbra tomar un referencial:

$$P \geq \underset{i}{\vee} v_3^{(i)} - \underset{i}{\Lambda} v_1^{(i)}$$

Que en caso de nuestro ejemplo con 5 expertos sería:

$$P \geq max.\, v_3^{(i)} - min.\ v_1^{(i)} = 800 - 300 = 500$$

Utilizando 500 obtenemos la distancia relativa a la izquierda como:

$$d_I = \frac{D_v}{P} = 56\left(\frac{1}{500}\right) = 0.11$$

Para obtener la distancia en términos absolutos cuando se produce un cruce entre los lados, es necesario encontrar la suma de las áreas de dos triángulos y por tanto encontrar las alturas de los mismos (las bases son conocidas).

Si establecemos α a la altura de un triángulo, la altura del otro será 1-α.

Por semejanza se cumplirá que:

$$\frac{\alpha}{\left|v_3^{(i)} - v_3^{(m)}\right|} = \frac{1-\alpha}{\left|v_2^{(i)} - v_2^{(m)}\right|}$$

y también:

$$\left|v_3^{(i)} - \overset{m}{v_3}\right| - \left|v_3^{(i)} - \overset{m}{v_3}\right| \bullet \alpha = \alpha \bullet \left|v_2^{(i)} - \overset{m}{v_2}\right|$$

$$\alpha \bullet \left(\left|v_2^{(i)} - \overset{m}{v_2}\right| + \left|v_3^{(i)} - \overset{m}{v_3}\right|\right) = \left|v_3^{(i)} - \overset{m}{v_3}\right|$$

por lo que:

$$\alpha = \frac{\left|v_3^{(i)} - \overset{m}{v_3}\right|}{\left|v_2^{(i)} - \overset{m}{v_2}\right| + \left|v_3^{(i)} - \overset{m}{v_3}\right|}$$

entonces:

$$1-\alpha = \frac{\left| v_2^{(i)} - \overset{m}{v_2} \right|}{\left| v_2^{(i)} - \overset{m}{v_2} \right| + \left| v_3^{(i)} - \overset{m}{v_3} \right|}$$

por lo que la suma de las áreas de los triángulos será:

$$D_T = \frac{\left| v_3^{(i)} - \overset{m}{v_3} \right| \bullet \alpha}{2} + \frac{\left| v_2^{(i)} - \overset{m}{v_2} \right| \bullet (1-\alpha)}{2}$$

sustituyendo α y **1-**α se tiene:

$$D_T = \frac{1}{2}\left[\frac{\left| v_3^{(i)} - \overset{m}{v_3} \right|^2}{\left| v_2^{(i)} - \overset{m}{v_2} \right| + \left| v_3^{(i)} - \overset{m}{v_3} \right|} + \frac{\left| v_2^{(i)} - \overset{m}{v_2} \right|^2}{\left| v_2^{(i)} - \overset{m}{v_2} \right| + \left| v_3^{(i)} - \overset{m}{v_3} \right|} \right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{\left| v_2^{(i)} - \overset{m}{v_2} \right|^2 + \left| v_3^{(i)} - \overset{m}{v_3} \right|^2}{\left| v_2^{(i)} - \overset{m}{v_2} \right| + \left| v_3^{(i)} - \overset{m}{v_3} \right|} \right]$$

la distancia relativa a la derecha sería:

$$d_D = \frac{D_T}{P} = \frac{1}{2P} \quad \frac{\left| v_2^{(i)} - \overset{m}{v_2} \right|^2 + \left| v_3^{(i)} - \overset{m}{v_3} \right|^2}{\left| v_2^{(i)} - \overset{m}{v_2} \right| + \left| v_3^{(i)} - \overset{m}{v_3} \right|} =$$

$$= \frac{1}{2(500)} \quad \left[\frac{(520+474)^2 + (550-606)^2}{(520+474)+(550-606)} \right] = 0.001\left[\frac{2116+3136}{46+56} \right] =$$

$$= 0.001\left(\frac{5252}{102}\right) = 0.05$$

por lo que la distancia lineal relativa sería:

$$d = \frac{d_I + d_D}{2} = \frac{0.11 + 0.05}{2} = 0.08$$

continuando con el mismo procedimiento, se calculan las distancias lineales de los demás expertos con respecto a la opinión agregada.

La información que recibe cada experto le permitirá reconsiderar o no la opinión inicialmente emitida. Como se observa en este caso, la opinión de los expertos no resulta coincidente, pues mientras algunos de ellos, como es el caso por ejemplo del experto 5 cuya distancia se acaba de obtener, se acercan a la opinión agregada, otros expertos se alejan sensiblemente de los que se ha considerado opinión de grupo.

En este caso como en muchos otros en el campo profesional resulta conveniente enviar a todos y cada uno de los expertos que se han consultado para resolver el problema, el resultado de la agregación de opiniones, en que cada caso viene dado por el NBT medio (404, 474, 606), junto con la distancia entre el NBT que constituye el reflejo de su opinión en y la opinión agregada (que para el caso del experto 5 sería de 0.05).

Una consideración en relación a su proximidad al NBT medio en comparación con los demás expertos puede resultarle útil para formular o no una nueva opinión, es decir, el reconsiderarle eventualmente.

Normalmente, cada nueva fase de información-reconsideración que se establece implica un acercamiento de posiciones de los expertos más alejados de la opinión agregada, aunque no siempre tiene que suceder de esta forma.

Cuando existe uno o varios expertos que insisten en opiniones separadas del grupo resulta conveniente analizar las causas por las cuales se produce la disparidad y que pueden estar motivadas por razones de formación, profesión, localización geográfica, etc.
Es evidente que el proceso de petición de información-suministro de opinión puede resultar indefinido, sin embargo resulta de alto costo, por lo que se recomienda llevarlo a cabo el mismo número de veces recomendado por el método delphi tradicional.

Por lo que para el caso de mostrar el método asumiremos que después de llevar a cabo el proceso de petición de información – suministro de opinión, las opiniones de los expertos respecto a las ventas esperadas y gastos fijos fueron las mismas que las del punto de partida (1ª. Opinión) se procede a obtener el indicador de rentabilidad de este criterio, como sigue:

La determinación de los **Márgenes sobre las Ventas** es:

$$Mg = 0.5V \quad ; \quad Mg = 0.5\ (\bullet)\ (V_1^{(i)}, V_2^{(i)}, V_3^{(i)})$$

Se tiene que el producto de un número cierto por un NBT es otro NBT, por lo que:

MARGEN SOBRE LAS VENTAS

EXPERTO	M_g
1	(250, 300, 400)
2	(175, 200, 250)
3	(200, 250, 300)
4	(150, 175, 290)
5	(235, 260, 275)

Por lo que el valor medio de NBT es:

$$\tilde{M}_g = (202,\ 237,\ 303)$$

Para la determinación de los flujos de fondos se tiene:

$$\underset{\sim}{FF}^{(i)} = \underset{\sim}{Iv}_j^{(i)} - \underset{\sim}{C}_j^{(i)} = \underset{\sim}{Mg}_j^{(i)} - \underset{\sim}{CF}^{(i)} \quad ; \quad j = 1,2,\ldots,n \text{ periodos}$$

CÁLCULO DE FLUJOS:

EXPERTO	Mg	C_F	FF
1	(250, 300, 400)	(90, 100, 110)	(140, 200, 310)
2	(175, 200, 250)	(89, 99, 104)	(71, 101, 161)
3	(200, 250, 300)	(92, 104, 110)	(90, 146, 208)
4	(150, 175, 290)	(93, 98, 109)	(41, 77, 197)
5	(235, 260, 275)	(82, 98, 118)	(117, 162, 193)

Para la obtención del flujo de fondos borrosos la diferencia de borrosos para cumplir que la función sea monotona decreciente se hace: para el límite inferior de flujos de fondos se hace la diferencia entre el límite inferior de Mg y el superior de C_F, para el valor intermedio se establece la diferencia de

forma directa y para el límite superior se toma el límite superior de Mg y el inferior de C_F.

En este caso, para simplificar, se supuso que los flujos de fondos son iguales en el horizonte de planeación considerado, es decir:

$$FF_1 = FF_2 = \ldots \ \ldots \ \ldots = FF_5$$

Escritos en términos de **NBT** es:

$$\underset{\sim}{FF}_1 = \underset{\sim}{FF}_2 = \ldots \ \ldots \ \ldots = \underset{\sim}{FF}_5 = \overset{m}{\underset{\sim}{FF}}$$

Por lo que:

$$\overset{m}{\underset{\sim}{FF}} = (91.8,\ 137.2,\ 213.8)$$

Por lo que el rendimiento unitario medio sobre la inversión es:

$$\underset{\sim a}{r} = \frac{1}{A} \sum_{j=1}^{m} \overset{m}{\underset{\sim}{FF}}_j - 1 \ ;$$

pero:

$$\sum_{j=1}^{m} \overset{m}{\underset{\sim}{FF}}_j = m \bullet \overset{m}{\underset{\sim}{FF}}_j$$

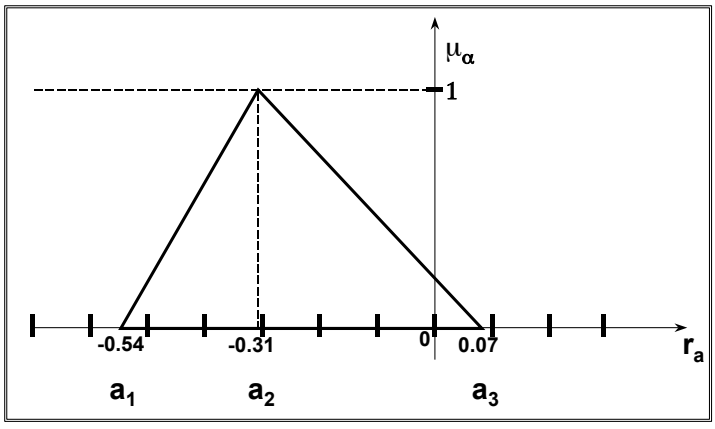
entonces:

$$\underset{\sim a}{r} = \frac{1}{1000}\left[5\left(91.8, 137.2, 213.8\right)\right] - 1 =$$

$$= \frac{1}{1000}\left[459, 686, 1069\right] - 1 =$$

$$\underset{\sim a}{r} = (-0.54, -0.31, 0.07)$$

Presentada gráficamente esta rentabilidad y sus respectivos niveles de presunción, se tiene que:



De acuerdo con ***Terceño Gómez A. (1998); Arnold Kaufmann, Jaime Gil Aluja, Antonio Terceño G. Et. al (1995)*** La función de pertenencia para $\mathbf{r_a}$ puede ser escrita como:

$$\underset{\sim}{\mu} r_a(x) = \begin{cases} 0 & ; \quad x \le a_1 \\ \dfrac{x - a_1}{a_2 - a_1} & ; \quad a_1 < x \le a_2 \\ \dfrac{a_3 - x}{a_3 - a_2} & ; \quad a_2 < x < a_3 \\ 0 & ; \quad a_3 \le x \end{cases}$$

La expresión general para los α-cortes, despejando **x**, en función del nivel de presunción; $\alpha = \underset{\sim A}{\mu}(x)$.

$$\alpha = \frac{x - a_1}{a_2 - a_1} \quad \Rightarrow \quad x = a_1 + \alpha(a_2 - a_1)$$

$$\alpha = \frac{a_3 - x}{a_3 - a_2} \quad \Rightarrow \quad x = a_3 + \alpha(a_3 - a_2)$$

siendo los α-cortes:

$$\forall \alpha \in [0,1]$$

$$A\alpha = \left[a_1 + \alpha(a_2 - a_1),\ \ a_3 + \alpha(a_3 - a_2)\right]$$

por lo que:
extremo inferior:

$$r_a = -0.54 + \alpha(031 - (0.54))$$

$$r_a = -0.54 + \alpha(0.23)$$

extremo superior:

$$r_a = 0.07 + \left[\alpha(0.07 - (-0.31))\right]$$

$$r_a = 0.07 + \alpha 0.38$$

por lo que se tiene:

α	$-0.54+\alpha(0.23)$ $r_a(i)$	$0.07+\alpha(0.38)$ $r_a(i)$
0.0	-0.540	0.070
0.1	-0.517	0.108
0.2	-0.494	0.146
0.3	-0.471	0.184
0.4	-0.448	0.222
0.5	-0.425	0.260
0.6	-0.402	0.298
0.7	-0.379	0.336
0.8	-0.356	0.374
0.9	-0.333	0.412
1.0	-0.310	0.450

Lo anterior se usa para que el decisor conozca los diferentes niveles en los que se puede decidir el proyecto, sin embargo, en términos de rentabilidad, para el caso:

$$r_a = (-0.54,\ -0.31,\ 0.07)$$

el valor más posible es (-0.31). El proyecto se puede comportar en un nivel de posibilidad de (-0.54 a 0.07); por lo tanto el proyecto tiene un nivel de flujos positivos despreciables, por lo tanto se rechaza.

BIBLIOGRAFIA

González Santoyo F. (1998). *Fuzzy Setz versus Enfoques Tradicionales en la Evaluación de Inversiones*. Tesis de Grado de Maestro en Administración de la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Contabilidad y Administración de la UMSNH. 120. Pp. México.

González Santoyo F. (1985). *Los Proyectos en la Industrialización Forestal.* Ed. Universitaria UMSNH. Máxico

Díaz Gómez M (1995). Análisis de algunos métodos de evaluación de inversiones en situaciones de incertidumbre. II Congreso de SIGEF, Santiago Compostela España

Kaufmann A, Gil Aluja J. (1987). *Técnicas Operativas de Gestión en el Tratamiento de la Incertidumbre.* Hispano Europea S.A. Barcelona España.

Gil La Fuente A. M. (1990). *El ánalisis financiero en la incertidumbre.* Ariel, España.

Kaukmann A., Gil Aluja J., Terceño Gómez A. (1994). *Matemática para la economía y gestión de empresas.* Foro Científico S. L. . Volumen 1, Barcelona España.
Terceño Gómez A. (1998). *Instrumentos para el análisis empresarial en un ambiente incierto.*Facultat de Ciencies Economiques i Empresarials-URV. España.
Terceño Gómez A., Márquez álvarez N., Barbera Marine G. (1995). *Estudio de una aproximación a la función de pertenencia del término amortizativo de un prestamo.* Rev. Europea de dirección y economía de la empresa. Vol. No. 1 , pp. 115-125.

PRÉSTAMOS REFERENCIADOS

Terceño Gómez Antonio, Barberà Mariné M. Glòria,
de Andrés Sánchez Jorge, Márquez Álvarez Norberto

Abstract

En este trabajo se describe las distintas modalidades de préstamos referenciados así como el análisis de la evolución de sus magnitudes financieras que sólo podrán hallarse, a priori, al inicio de cada período de revisión del tipo de interés y únicamente para ese período. Es decir, un análisis a priori de dichas magnitudes para toda la duración del préstamo es imposible de realizar. Por ello, se apunta la posibilidad de conseguir dicho análisis si se trabaja con una metodología borrosa, estimando el tipo de interés aplicable en el futuro a través de un número borroso.

1. INTRODUCCIÓN

La actividad de las entidades bancarias consiste, mayoritariamente, en tomar depósitos del público, cuyo vencimiento es, en un porcentaje muy elevado, a corto plazo, para ceder recursos a aquellos agentes económicos deficitarios de los mismos. Dicha cesión se realiza, en muchos casos, mediante la formalización de créditos o préstamos a medio o largo plazo.

La volatilidad de los tipos de interés que ha caracterizado el mercado financiero en las últimas décadas y el aumento de la competencia entre entidades bancarias para captar el pasivo, ha obligado a éstas a pactar, cada vez con mayor frecuencia, las operaciones activas a interés revisable, en detrimento de las pactadas a un tipo de interés fijo, debido al riesgo de refinanciación al cual está sujeto el banco en estas últimas operaciones.

De entre las operaciones activas pactadas a interés revisable, en este artículo se realiza un análisis de los préstamos referenciados.

2. CONCEPTO Y CARACTERÍSTICAS DE LOS PRÉSTAMOS REFERENCIADOS

Se denominan *préstamos referenciados* a aquellos préstamos con indización de la cuota de interés en los cuales se especifica a priori la periodicidad de revisión del interés de forma que, al final de cada período, se aplica un nuevo interés en función del valor de un determinado índice de referencia, manteniéndose constante el tipo aplicable hasta la siguiente revisión.

Las características de este tipo de operaciones pueden sintetizarse de la siguiente forma:

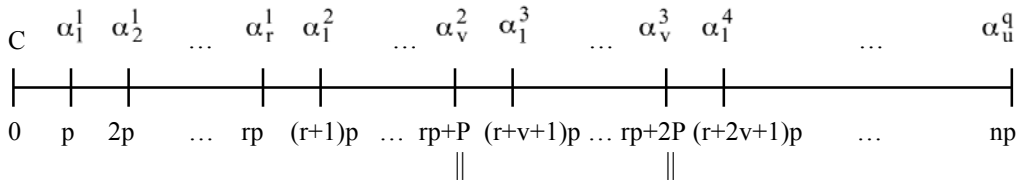
a) La *duración* del préstamo suele ser a medio o largo plazo.
b) Se *fija un tipo de interés* desde el inicio de la operación hasta la fecha de la 1ª revisión.
c) Se establece una *periodicidad de revisión* del interés.
d) El interés se revisa en base a un *índice de referencia* que deberá ser objetivo y elegirse en función de las características de la operación. Respecto al índice elegido deberá especificarse lo siguiente:
   1) el valor del índice que se toma: el de un día determinado, una media de los últimos valores que ha tomado, etc., y
   2) si dicho índice se considera un interés nominal (i_m, siendo m la frecuencia de los términos amortizativos del préstamo) o se considera un interés efectivo anual (I_1) debiéndose proceder, en este caso, a su transformación a interés nominal (i_m).
d) El tipo de interés a aplicar en cada revisión se determinará sumando un *diferencial* al valor del índice de referencia en la fecha de revisión. Dicho diferencial permanecerá invariable durante la vida del contrato. Adicionalmente se establece, si procede, un redondeo de dicho valor.
f) Dada la evolución que puede sufrir el índice de referencia, a veces se pacta un valor máximo o mínimo o un intervalo de variación para el tipo de interés a aplicar. Asimismo, el contrato establece un procedimiento de rescisión del préstamo en caso de no aceptar el prestatario el tipo a aplicar en el siguiente período.
g) Finalmente, se establece la *modalidad de amortización* del préstamo.

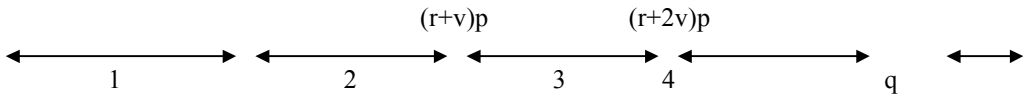
3. MODALIDADES DE AMORTIZACIÓN

Podemos distinguir tres modalidades de amortización de los préstamos referenciados:

1. Aquélla en la cual los términos amortizativos se fijan en el momento de la concesión del préstamo y, por tanto, su duración dependerá de la evolución del índice de referencia (modalidad 1).
2. Aquéllas en las cuales se fija la duración. En este caso, podemos diferenciar:
   2.1. Aquélla en la cual se fijan, además, las cuotas de amortización de capital para toda la vida del préstamo (modalidad 2).
   2.2. Aquélla en la cual se fija el procedimiento para calcular el término amortizativo en cada revisión del interés (modalidad 3).

En el gráfico siguiente se representa la estructura general de los préstamos referenciados:





donde:

C: nominal del préstamo
n: número de términos amortizativos
p: periodicidad del término amortizativo (frecuencia m=1/p)
P: periodicidad de la revisión del tipo de interés.
r: número de términos amortizativos desde el inicio del préstamo hasta la primera revisión del tipo de interés
v: número de términos amortizativos en un período de variación del tipo de interés, con P=vp
u: número de términos amortizativos desde la última revisión del tipo de interés hasta el final del préstamo.
q: número de períodos de variación del tipo de interés

α_j^s : j-ésimo término amortizativo del s-ésimo período de variación del tipo de interés,

s=1, ..., q y si v = r = u j = 1, ..., v

si $v \neq r$

$$\begin{cases} \text{para } s = 1 & j = 1,\ldots, r \\ \text{para } s = 2,\ldots, q-1 & j = 1,\ldots, v \\ \text{para } s = q & j = 1,\ldots u \end{cases}$$

con:

$$\alpha_j^s = Y_j^s + A_j^s$$

donde: Y_j^s: j-ésima cuota de interés del s-ésimo período de variación del tipo de interés

A_j^s: j-ésima cuota de amortización de capital del s-ésimo período de variación del tipo de interés

El tipo de interés nominal a aplicar al inicio de la operación es i_m^1, y en cada revisión:

$$i_m^s = i'^s_m \pm d, \qquad s = 2, \ldots, q$$

donde:

i_m^s: interés nominal de frecuencia m (periodicidad p) aplicable en el período s-ésimo de variación del interés, al que corresponde un interés efectivo de la misma periodicidad $I_m^s = \frac{i_m^s}{m}$.

i'^{s}_{m} : tanto nominal que deducimos del índice de referencia de frecuencia m (periodicidad p) del período s-ésimo de variación del interés.

d: diferencial

Analizamos, a continuación, las tres modalidades expuestas.

3.1. TÉRMINOS AMORTIZATIVOS PREFIJADOS

En este tipo de préstamo referenciado se pacta la cuantía de los términos amortizativos, quedando indeterminada la duración del mismo (número de términos) si bien, suele establecerse una duración máxima.

El término amortizativo se fija arbitrariamente, respetando la duración máxima, o estableciendo un determinado sistema de amortización suponiendo que el tipo de interés vigente en el momento inicial se mantiene constante durante toda la operación. En este último supuesto, se toma, para su cálculo, un número de períodos arbitrario (n*) que, en cualquier caso, deberá ser inferior al número máximo de períodos acordado. Así, en el caso de un préstamo francés o normal, calcularíamos el valor del término amortizativo (α) de la siguiente forma[1]:

$$\alpha = \frac{C}{a_{\overline{n^*}|I^1_m}}$$

En este caso, salvo el término amortizativo que está prefijado, el resto de magnitudes financieras del préstamo en cada período (cuota de amortización de capital, cuota de interés y deuda pendiente), sólo pueden conocerse hasta la siguiente revisión.

Para el cálculo de las anteriores magnitudes en este tipo de préstamos se procederá de la siguiente forma: una vez obtenido el interés a aplicar en el período, se calcula la cuota de interés correspondiente a partir de la deuda pendiente en el período anterior y, por diferencia con el término amortizativo pactado, la cuota de amortización de capital del mismo período. A continuación se obtiene la deuda pendiente del período. El procedimiento se repite hasta amortizar el capital, lo que lleva a que el último término amortizativo (α') sea desconocido. En cualquier caso, llegado al límite temporal pactado, α' será la suma de la deuda pendiente en el período anterior y la cuota de interés correspondiente.

---

[1] $a_{\overline{n}|I^1_m}$ *es la expresión del valor actual de una renta constante, unitaria, inmediata y vencida usando un interés de valoración* I^1_m *, es decir,* $a_{\overline{n}|I^1_m} = \left(1+I^1_m\right)^{-1} + \left(1+I^1_m\right)^{-2} + \ldots + \left(1+I^1_m\right)^{-n} = \frac{1-\left(1+I^1_m\right)^{-n}}{I^1_m}$.

En el siguiente cuadro, donde DP_j^s indica el valor de la deuda pendiente después de hacer efectivo el j-ésimo término amortizativo del s-ésimo período de variación del tipo de interés, se recogen las magnitudes financieras de este préstamo en cada período, una vez se han pactado todos los términos amortizativos (α_j^s):

s	**j**	$\mathbf{Y_j^s}$	$\mathbf{A_j^s}$	$\mathbf{DP_j^s}$
1	**1**	$Y_1^1 = I_m^1 C$	$A_1^1 = \alpha_1^1 - Y_1^1$	$DP_1^1 = C - A_1^1$
	2	$Y_2^1 = I_m^1\ DP_1^1$	$A_2^1 = \alpha_2^1 - Y_2^1$	$DP_2^1 = DP_1^1 - A_2^1$
	(…)	…	...	…
	r	$Y_r^1 = I_m^1 DP_{r-1}^1$	$A_r^1 = \alpha_r^1 - Y_r^1$	$DP_r^1 = DP_{r-1}^1 - A_r^1$
2	**1**	$Y_1^2 = I_m^2 DP_r^1$	$A_1^2 = \alpha_1^2 - Y_1^2$	$DP_1^2 = DP_r^1 - A_1^2$
	(…)	…	...	…
	v	$Y_v^2 = I_m^2 DP_{v-1}^2$	$A_v^2 = \alpha_v^2 - Y_v^2$	$DP_v^2 = DP_{v-1}^2 - A_v^2$
(…)				
s	**1**	$Y_1^s = I_m^s\ DP_v^{s-1}$	$A_1^s = \alpha_1^s - Y_1^s$	$DP_1^s = DP_v^{s-1} - A_1^s$
	(…)	…	...	…
	v	$Y_v^s = I_m^s DP_{v-1}^s$	$A_v^s = \alpha_v^s - Y_v^s$	$DP_v^s = DP_{v-1}^s - A_v^s$
(…)				
q	**1**	$Y_1^q = I_m^q DP_v^{q-1}$	$A_1^q = \alpha_1^q - Y_1^q$	$DP_1^q = DP_v^{q-1} - A_1^q$
	(…)	…	…	…
	u	$Y_u^q = I_m^q DP_{u-1}^q$	$A_u^q = DP_{u-1}^q \Rightarrow \alpha' = Y_u^q + A_u^q$	$DP_u^q = DP_{u-1}^q - A_u^q = 0$

3.2. CUOTAS DE AMORTIZACIÓN PREFIJADAS

Recordemos que en esta modalidad se fija la duración del préstamo y, por tanto, el número de términos amortizativos. A su vez, se fijan las cuotas de amortización de capital de cada período al inicio del préstamo, o bien arbitrariamente (amortización constante, por ejemplo, $A_j^s = A$ $\forall j,s$), o bien fijando aquéllas que corresponderían a un sistema de amortización dado al interés inicial pactado. En este caso recordemos que, en un préstamo francés o normal, las cuotas de amortización varían según una progresión geométrica de razón $\left(1 + I_m^1\right)$.

Al fijar las cuotas de amortización también se fija la deuda pendiente en cada período y, por tanto, para calcular el término amortizativo de cada período basta con sumar la cuota de interés

correspondiente (hallada a partir de la deuda pendiente del período anterior) y la cuota de amortización de capital pactada.

La evolución de las magnitudes financieras, siguiendo el esquema utilizado anteriormente, sería:

$\forall s \text{ y } \forall j \quad A_j^s \text{ y } DP_j^s$ conocidos y, por supuesto,

$$\sum_{j=1}^{r} A_j^1 + \sum_{s=2}^{q-1} \sum_{j=1}^{v} A_j^s + \sum_{j=1}^{u} A_j^q = C$$

s	j	Y_j^s	α_j^s	DP_j^s
1	**1**	$Y_1^1 = I_m^1 C$	$\alpha_1^1 = A_1^1 + Y_1^1$	$DP_1^1 = C - A_1^1$
	2	$Y_2^1 = I_m^1 DP_1^1$	$\alpha_2^1 = A_2^1 + Y_2^1$	$DP_2^1 = DP_1^1 - A_2^1$
	(…)	…	…	…
	r	$Y_r^1 = I_m^1 DP_{r-1}^1$	$\alpha_r^1 = A_r^1 + Y_r^1$	$DP_r^1 = DP_{r-1}^1 - A_r^1$
2	**1**	$Y_1^2 = I_m^2 DP_r^1$	$\alpha_1^2 = A_1^2 + Y_1^2$	$DP_1^2 = DP_r^1 - A_1^2$
	(…)	…	…	…
	v	$Y_v^2 = I_m^2 DP_{v-1}^2$	$\alpha_v^2 = A_v^2 + Y_v^2$	$DP_v^2 = DP_{v-1}^2 - A_v^2$
(…)				
s	**1**	$Y_1^s = I_m^s DP_v^{s-1}$	$\alpha_1^s = A_1^s + Y_1^s$	$DP_1^s = DP_v^{s-1} - A_1^s$
	(…)	…	…	…
	v	$Y_v^s = I_m^s DP_{v-1}^s$	$\alpha_v^s = A_v^s + Y_v^s$	$DP_v^s = DP_{v-1}^s - A_v^s$
(…)				
q	**1**	$Y_1^q = I_m^q DP_v^{q-1}$	$\alpha_1^q = A_1^q + Y_1^q$	$DP_1^q = DP_v^{q-1} - A_1^q$
	(…)	…	…	…
	u	$Y_u^q = I_m^q DP_{u-1}^q$	$\alpha_u^q = A_u^q + Y_u^q$	$DP_u^q = DP_{u-1}^q - A_u^q = 0$

3.3. SISTEMA DE AMORTIZACIÓN PREFIJADO

En los préstamos referenciados con el sistema de amortización del préstamo prefijado, se pacta el procedimiento para calcular el término amortizativo en cada periodo de revisión. Suponiendo amortización según el sistema francés, en cada período s de variación del tipo de interés, se recalcula el término amortizativo considerando que el interés de ese período, I_m^s, se mantiene constante el resto de la operación. Así tendremos, para cada período:

$s = 1 \qquad \alpha_j^1 = \dfrac{C}{a_{n\rceil I_m^1}} \qquad j = 1,\ldots,r$

$s = 2 \qquad \alpha_j^2 = \dfrac{DP_r^1}{a_{n-r\rceil I_m^2}} \qquad j = 1,\ldots,v$

$s = 3 \qquad \alpha_j^3 = \dfrac{DP_v^2}{a_{n-(r+v)\rceil I_m^3}} \qquad j = 1,\ldots,v$

(...)

$s \qquad \alpha_j^s = \dfrac{DP_v^{s-1}}{a_{n-(r+(s-2)v)\rceil I_m^s}} \qquad j = 1,\ldots,v$

(...)

$s = q \qquad \alpha_j^q = \dfrac{DP_v^{q-1}}{a_{u\rceil I_m^q}} \qquad j = 1,\ldots,u$

Por tanto, en este caso, al inicio de cada período de revisión y en función del nuevo interés, hallamos el término amortizativo de un préstamo normal de nominal igual a la deuda pendiente en ese momento y de una duración igual al número de períodos que quedan (el número de períodos está prefijado).

En el supuesto que se escogiera otra forma de amortización distinta al sistema francés, el procedimiento sería el mismo, pero calculando α_j^s según el sistema acordado.

La evolución de las magnitudes financieras es:

s	j	Y_j^s	A_j^s	DP_j^s
1	**1**	$Y_1^1 = I_m^1 C$	$A_1^1 = \alpha_1^1 - Y_1^1$	$DP_1^1 = C - A_1^1$
	2	$Y_2^1 = I_m^1 DP_1^1$	$A_2^1 = \alpha_2^1 - Y_2^1$	$DP_2^1 = DP_1^1 - A_2^1$
	(…)	...	...	...
	r	$Y_r^1 = I_m^1 DP_{r-1}^1$	$A_r^1 = \alpha_r^1 - Y_r^1$	$DP_r^1 = DP_{r-1}^1 - A_r^1$
2	**1**	$Y_1^2 = I_m^2 DP_r^1$	$A_1^2 = \alpha_1^2 - Y_1^2$	$DP_1^2 = DP_r^1 - A_1^2$
	(…)	...	...	...
	v	$Y_v^2 = I_m^2 DP_{v-1}^2$	$A_v^2 = \alpha_v^2 - Y_v^2$	$DP_v^2 = DP_{v-1}^2 - A_v^2$
(…)				
s	**1**	$Y_1^s = I_m^s DP_v^{s-1}$	$A_1^s = \alpha_1^s - Y_1^s$	$DP_1^s = DP_v^{s-1} - A_1^s$
	(…)	...	...	...
	v	$Y_v^s = I_m^s DP_{v-1}^s$	$A_v^s = \alpha_v^s - Y_v^s$	$DP_v^s = DP_{v-1}^s - A_v^s$
(…)				
q	**1**	$Y_1^q = I_m^q DP_v^{q-1}$	$A_1^q = \alpha_1^q - Y_1^q$	$DP_1^q = DP_v^{q-1} - A_1^q$
	(…)	...	...	...
	u	$Y_u^q = I_m^q DP_{u-1}^q$	$A_u^q = \alpha_u^q - Y_u^q$	$DP_u^q = DP_{u-1}^q - A_u^q = 0$

4. APLICACIONES PRÁCTICAS

Considérese un préstamo con las siguientes características:

- nominal del préstamo: 2.000.000 de u.m.
- término amortizativo trimestral
- tipo de interés nominal inicial: $i_4^1 = 9\%$
- revisión al inicio de cada año natural
- índice de referencia: tipo de rendimiento interno en el mercado secundario de la deuda pública de plazo entre dos y seis años tomado como interés nominal y sin redondeos
- diferencial: d=1%
- duración en el supuesto en que ésta sea fija: 2 años
- duración máxima en el supuesto en que ésta no se fije: 2 años y medio.
- el préstamo se concede el 1 de octubre del año X

La evolución del índice fue:

Fecha	s	i'^{s}_{4}	d	i^{s}_{4}	I^{s}_{4}
1/enero/X+1	2	8'5%	1%	9'5%	2'375%
1/enero/X+2	3	8'25%	1%	9'25%	2'3125%

Con estos datos, el cuadro de amortización en los tres supuestos establecidos será:

A) TÉRMINO AMORTIZATIVO PREFIJADO

Caso 1)

El valor del término amortizativo suponiendo un sistema francés de amortización en el momento de la formalización del préstamo $(i^{1}_{4} = 0'09 \Rightarrow I^{1}_{4} = 0'0225)$,sería:

$$\alpha = \frac{2.000.000}{a_{8]0'0225}} = 275.969 \text{ u.m.}$$

y el cuadro de amortización[2]:

Fecha	s	j	α^{s}_{j}	Y^{s}_{j}	A^{s}_{j}	DP^{s}_{j}
1/octubre/X	-	0	-	-	-	2.000.000
1/enero/X+1	1	1	275.969	45.000	230.969	1.769.031
1/abril/X+1	2	1	275.969	42.014	233.955	1.535.076
1/julio/X+1		2	275.969	36.458	239.511	1.295.565
1/octubre/X+1		3	275.969	30.770	245.199	1.050.366
1/enero/X+2		4	275.969	24.946	251.023	799.343
1/abril/X+2	3	1	275.969	18.485	257.484	541.859
1/julio/X+2		2	275.969	12.530	263.439	278.420
1/octubre/X+2		3	275.969	6.438	269.531	8.889
1/enero/X+3		4	9.095	206	8.889	0

[2] *Alternativamente, el préstamo podría finalizar el 1/octubre/X+2, siendo entonces el último término amortizativo 284.858 u.m.*

Caso 2)

En el supuesto que se estableciera un término amortizativo constante de 250.000 u.m., supondría una duración inicial de:

$$250.000 = \frac{2.000.000}{a_{n]0'0225}}; \quad n= 8'9188 \text{ trimestres}$$

Redondeando por exceso, n=9, es decir, la duración del préstamo sería, en principio, de dos años y tres meses, dentro del límite pactado. Construimos a continuación el cuadro de amortización:

Fecha	s	j	α_j^s	Y_j^s	A_j^s	DP_j^s
1/octubre/X	-	0	-	-	-	2.000.000
1/enero/X+1	1	1	250.000	45.000	205.000	1.795.000
1/abril/X+1	2	1	250.000	42.631	207.369	1.587.631
1/julio/X+1		2	250.000	37.706	212.294	1.375.337
1/octubre/X+1		3	250.000	32.664	217.336	1.158.001
1/enero/X+2		4	250.000	27.503	222.497	935.504
1/abril/X+2	3	1	250.000	21.634	228.366	707.138
1/julio/X+2		2	250.000	16.353	233.647	473.491
1/octubre/X+2		3	250.000	10.949	239.051	234.440
1/enero/X+3		4	239.861	5421	234.440	0

B) CUOTAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL PREFIJADAS

Caso 1)

Tomamos aquellas cuotas de amortización de capital que se obtienen al aplicar el sistema de amortización francés en el momento de la formalización.

Recordemos que, en este caso, el término amortizativo del préstamo era, según vimos en el ejemplo del caso 1) anterior:

$$\alpha = 275.969 \text{ u.m.}$$

de donde se deduce la primera cuota de amortización de capital por diferencia con la cuota de interés del primer período:

$$A_1^1 = \alpha - Y_1^1 = 275.969 - 0'0225 \cdot 2.000.000 = 230.969 \text{ u.m.}$$

y, a partir de ésta, las siguientes, puesto que siguen una progresión geométrica de razón 1'0225.

El cuadro de amortización quedaría, en este supuesto, como sigue:

Fecha	s	j	A_j^s	Y_j^s	α_j^s	DP_j^s
1/octubre/X	-	0	-	-	-	2.000.000
1/enero/X+1	1	1	230.969	45.000	275.969	1.769.031
1/abril/X+1	2	1	236.166	42.014	278.180	1.532.865
1/julio/X+1		2	241.480	36.406	277.886	1.291.385
1/octubre/X+1		3	246.913	30.670	277.583	1.044.472
1/enero/X+2		4	252.469	24.806	277.275	792.003
1/abril/X+2	3	1	258.150	18.315	276.465	533.853
1/julio/X+2		2	263.958	12.345	276.303	269.895
1/octubre/X+2		3	269.895	6.241	276.136	0

Caso 2)

Se pueden establecer cuotas de amortización constantes de forma que:

$$A_j^s = A = \frac{2.000.000}{8} = 250.000 \text{ u. m.}$$

con lo cual el cuadro de amortización sería:

Fecha	s	j	A_j^s	Y_j^s	α_j^s	DP_j^s
1/octubre/X	-	0	-	-	-	2.000.000
1/enero/X+1	1	1	250.000	45.000	295.000	1.750.000
1/abril/X+1	2	1	250.000	41.563	291.563	1.500.000
1/julio/X+1		2	250.000	35.625	285.625	1.250.000
1/octubre/X+1		3	250.000	29.688	279.688	1.000.000
1/enero/X+2		4	250.000	23.750	273.750	750.000
1/abril/X+2	3	1	250.000	17.344	267.344	500.000
1/julio/X+2		2	250.000	11.563	261.563	250.000
1/octubre/X+2		3	250.000	5.781	255.781	0

C) SISTEMA DE AMORTIZACIÓN PREFIJADO

Suponiendo el sistema francés de amortización, el término amortizativo del primer período sería el mismo que en el caso 1) de los dos epígrafes A) y B) anteriores, y el término amortizativo de los dos siguientes períodos de variación del interés se calcularán a partir de la deuda pendiente en el momento de la revisión. El cuadro de amortización correspondiente a este caso es:

Fecha	s	j	α_j^s	Y_j^s	A_j^s	DP_j^s
1/octubre/X	-	0	-	-	-	2.000.000
1/enero/X+1	1	1	275.969	45.000	230.969	1.769.031
1/abril/X+1	2	1	277.290	42.014	235.276	1.533.755
1/julio/X+1		2	277.290	36.427	240.863	1.292.892
1/octubre/X+1		3	277.290	30.706	246.584	1.046.308
1/enero/X+2		4	277.290	24.850	252.440	793.868
1/abril/X+2	3	1	276.955	18.358	258.597	535.271
1/julio/X+2		2	276.955	12.378	264.577	270.694
1/octubre/X+2		3	276.954	6.260	270.694	0

de donde:

$\forall j \qquad \alpha_j^2 = \dfrac{1.769.031}{a_{7\rceil 0'02375}} = 277.290$ u.m., se obtuvo a partir de DP_1^1 y

$\forall j \qquad \alpha_j^3 = \dfrac{793.868}{a_{3\rceil 0'023125}} = 276.955$ u.m., se obtuvo a partir de DP_4^2.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo, se ha realizado un estudio de diferentes modalidades de amortización que para los préstamos referenciados existen en el mercado. Resumimos, a continuación, las características más relevantes de cada una de las modalidades analizadas.

En el caso de los préstamos referenciados con cuota de amortización prefijada, sí se conocen a priori éstas y, por tanto, también se conoce la deuda pendiente en cada período. Sin embargo, no podemos conocer el valor de los distintos términos amortizativos ya que dependerán de la cuota de interés, y, por tanto, del tipo de interés a aplicar en cada período.

En las otras dos modalidades expuestas: términos amortizativos prefijados y sistema de amortización fijado en cada período de revisión del interés, el número de magnitudes financieras desconocidas es todavía mayor. En el primer caso, sólo se conoce el valor del término amortizativo (excepto el del último, como ya comentamos), pero no su descomposición

en cuota de interés y cuota de amortización de capital, lo cual implica que se desconoce asimismo la evolución de la deuda pendiente. En el segundo caso, nos encontramos ante la situación más incierta: no se conoce, a priori, ni el valor del término amortizativo ni la cuota de interés ni la cuota de amortización de capital.

Así, cualquier análisis de las diferentes magnitudes financieras de los préstamos referenciados que quiera efectuarse al inicio de la operación, deberá utilizar algún instrumento que permita trabajar con la incertidumbre de los datos futuros. Proponemos un análisis a priori, estimando el valor del índice (y, por tanto, del interés a aplicar en el futuro) mediante un número borroso construido en base a la opinión de expertos. Dicha estimación permitirá hallar bien la descomposición del término amortizativo fijado en el inicio en cuota de interés y cuota de amortización de capital, bien el valor de dicho término amortizativo borroso (en el caso que éste no se haya fijado)[3].

REFERENCIAS

MENEU, V.; JORDÀ, M.P.; BARREIRA, M.T. (1994). *Operaciones financieras en el mercado español.* Barcelona, Ariel. Pág. 61-67.

TERCEÑO, A.; SÁEZ, J.; BARBERÀ, M.G.; ORTÍ, F.; DE ANDRÉS, J.; BELVIS, C. (1997). *Matemática financiera.* Madrid, Pirámide. Pág. 341-351.

TERCEÑO GÓMEZ, A.; MÁRQUEZ ÁLVAREZ, N.; BARBERÀ MARINÉ, M.G. (1995). *"Estudio de una aproximación a la función de pertenencia del término amortizativo de un préstamo" en Revista de Dirección y Economía de la Empresa,* Vol. 4, núm. 1 Pág. 115-125.

[3] *En esta línea, en Terceño et al., 1995, a partir de la estimación del interés futuro mediante un número borroso triangular, cuantificábamos para la tercera modalidad de préstamo planteada, el término amortizativo a través de un número borroso.*

COMPETITIVIDAD Y DIRECCION ESTRATEGICA: ALGUNAS SUGERENCIAS PARA LAS EMPRESAS MEXICANAS PEQUEÑAS Y MEDIANAS

Torres Solís José R., Chauca Malásquez Pablo M.

RESUMEN
Este artículo reflexiona sobre un conjunto de elementos conceptuales y metodológicos que destacan la necesidad de una dirección estratégica para elevar la competitividad de las empresas mexicanas de tamaño pequeño y mediano, independientemente del giro o actividad de interés.

PALABRAS CLAVE: Competitividad. Fuerzas competitivas. Dirección estratégica. Entorno externo. Entorno interno.

INTRODUCCION

La crisis y la apertura externa que experimenta México, ha colocado a las empresas pequeñas y medianas en la encrucijada y reto de elevar sus niveles de competitividad. Los dirigentes de dichas empresas deben entender que dicha problemática no sólo es una fuente de amenazas y peligros para sus negocios, sino que también puede ser un campo fértil de oportunidades nuevas y reformuladas. Por tal razón, están obligados a adoptar un estilo de dirección más audaz, flexible, que privilegie la innovación y el trabajo en equipo, esto es, capaz de enfrentar exitosamente las amenazas y aprovechar ingeniosamente las oportunidades sobre la base de maximizar sus fortalezas y minimizar sus debilidades.
En esa perspectiva, el artículo reúne un conjunto de conceptos, variables e indicadores que pueden ser de utilidad para la adopción de una dirección estratégica en las pequeñas y medianas empresas mexicanas. Obviamente, estas sugerencias no son exclusivas para ese tamaño empresarial; una gran mayoría de empresas grandes las aplican y con mucha frecuencia; aquí se destaca lo que sería de utilidad para los negocios pequeños y medianos.

I.- COMPETITIVIDAD Y FUERZAS COMPETITIVAS

Competitividad, es un término que se utiliza con frecuencia; pero que rara vez se define. Se puede concebir como la *posición relativa de le empresa en el mercado*, y es la definición que se utilizará en este artículo.

Una empresa es más competitiva si gana relativamente una mayor porción del mercado. De ahí que la competitividad puede entenderse como la actitud para competir, o como la *capacidad para competir con el mejor y/o superarlo* (A. Serralde, 1997, p.12). Por tal razón, conocer o describir la competitividad de las pequeñas y medianas empresas (PYMES), implica identificar los factores que determinan el porcentaje del mercado que controlan así como su capacidad para competir con otras empresas.

La actitud para competir debe llevar implícito el querer competir, y el tener la capacidad para hacerlo. Esta capacidad requiere de una preparación para hacer frente a la competencia y a las acciones que realizan las demás empresas que intervienen en la lucha por conseguir o

reafirmar posiciones en los diferentes mercados. Esta preparación deberá llevarse a cabo ante cuatro niveles de decisión (J.J.V. Felgueres F., 1997, pp.131-132):

- Competitividad generada por cada empresa: La empresa debe buscar formas eficaces para elevar la productividad estratégica y operativa de la empresa y su relación con el mercado.
- Competitividad por sectores: El sector en el que compite la empresa, debe integrar a la mayoría de las empresas en la búsqueda de soluciones a problemas comunes.
- Competitividad auspiciada por el gobierno: El Gobierno Federal y Estatal debe realizar acciones para favorecer la competitividad de los sectores industriales y de las empresas que los conforman.
- Competitividad negociada internacionalmente: En los tratados y acuerdos comerciales que México acepte o negocie, se deben tener en cuenta las ventajas competitivas que tiene el país, para en su caso, proteger y favorecer a determinados sectores .

Siendo los cuatro niveles de decisión de suma importancia, a un nivel micro sobresalen los dos primeros, en los que las empresas mantienen una relación directa, y los que más se destacarán en este artículo.

De otro lado, debe tenerse en cuenta los factores clave que conforman a la competitividad (A. Serralde, 1997, p.12):

- Participación relativa en el mercado
- Calidad de los productos y servicios
- Rentabilidad
- Cobertura de los canales de distribución
- Reputación de los productos y servicios
- Fuerza de la Investigación y Desarrollo
- Relaciones con el gobierno
- Relaciones con la comunidad
- Productividad de la empresa
- Efectividad de la innovación.

El énfasis se pondrá en los cuatro primeros, por ello se explican con más detalle a continuación:

1.- PARTICIPACION RELATIVA EN EL MERCADO: Esta es quizá la medida más objetiva de la capacidad de influencia de una empresa en el entorno, pues da fe de la destreza de la organización para conocer qué es lo que el mercado quiere y cómo hacérselo llegar; o bien, qué desea la empresa que el mercado quiera y cómo convencerlo, de que no sólo quiera, sino hasta lo demande. En el escenario actual, marcado por una influencia creciente de la globalización, la conservación de la participación viene a ser una medida de una competitividad mediana; el aumento de participación es sin duda una medida de elevada competitividad.

2.- CALIDAD DE LOS PRODUCTOS Y SERVICIOS: La realidad de hoy impone al servicio como un atributo de la calidad de los productos. Conocidos son los caminos que conducen a un aseguramiento de la calidad, como por ejemplo los criterios de la Administración por Calidad Total, y de otras corrientes de calidad como las certificaciones y otros recursos que buscan implantar rutinas para la calidad a salvo de los vaivenes de la voluntad de los actores de la organización.

3.- RENTABILIDAD: Se trata de la rentabilidad del negocio en comparación con negocios equivalentes de muy alta rentabilidad. Incluye retorno a la inversión; valor económico agregado; volumen creciente de flujo de efectivo, etc.

4.- COBERTURA DE LOS CANALES DE DISTRIBUCIÓN: Es de tal importancia que sin ella difícilmente se puede lograr una plena competitividad, no importando la excelencia en la calidad y lo maravilloso del prestigio.

De otro lado, la ESTRATEGIA COMPETITIVA de una empresa, consiste en desarrollar una amplia fórmula de cómo la empresa va a competir, cuáles deben ser sus objetivos y qué políticas serán necesarias para alcanzar tales objetivos (M. Porter, 1985, p.16).

Una vez definidos los objetivos, las políticas son las variables de operación por medio de las cuales la empresa trata de alcanzar los objetivos. Las variables de operación (mano de obra, línea de productos, distribución, investigación y desarrollo, finanzas, compras, fabricación, ventas, mercados meta, etc.), son los factores de originalidad que cada empresa debe aplicar para obtener una ventaja competitiva, es decir, una posición única que la empresa debe desarrollar con respecto a sus competidores.

Para crear y desarrollar una ventaja competitiva, las empresas deben realizar un despliegue de recursos y de habilidades denominadas competencias distintivas (eficiencia de los empleados y directivos, actualización de activos fijos, eficacia en la distribución, etc.). Una ventaja competitiva puede crear utilidades potenciales, solamente si:

- Las diferencias originan beneficios para un grupo determinado de consumidores
- Los consumidores valoran los beneficios y están dispuestos a pagar por ello, y
- Las ventajas pueden sostenerse por un período determinado.

En ese sentido, la administración de cualquier empresa pequeñoa o mediana, más aún desde la perspectiva estratégica, debe enfrentar con éxito las fuerzas competitivas que se generan en cualquier tipo de industria. Cada sector industrial tiene una mezcla única de fuerzas competitivas, no obstante, existen similitudes que permiten generalizar acerca de las fuerzas

más importantes que conforman la competencia en los sectores, las que a continuación se describen (M. Porter, 1985, pp.24-49):

1.- Rivalidad entre competidores actuales: Que involucra competencia en precio y calidad, la cual reduce ingresos o aumenta costos, y ambas reducen la utilidad. El pequeño y

mediano empresario, debe considerar que la intensidad de la competencia de sus rivales actuales depende de factores como: el número de competidores; el crecimiento lento o acelerado del sector económico donde opera; los costos fijos de almacenamiento; la poca o mucha diferenciación de los productos; y las fuertes o débiles barreras a la entrada o de salida.

2.- Competidores potenciales: Se refiere a la amenaza de ingreso de empresas de fuera del sector industrial, y esta amenaza depende de las barreras a la entrada que estén presentes, aunadas a la reacción de los competidores existentes que debe esperar el que ingresa. Si las barreras son altas y/o el recién llegado puede esperar una viva represalia por parte de los competidores establecidos, la amenaza de ingreso es baja.

3.- Competencia con los productos sustitutos: La disponibilidad de bienes sustitutos limita precios y utilidades en cualquier industria. Los productos sustitutos que el pequeño o mediano empresario debe prestar atención son aquéllos que están sujetos a tendencias que mejoran su desempeño y precio contra el producto propio; o los generados en sectores económicos que obtienen elevados rendimientos.

4.- Fuerza negociadora de clientes: Los compradores compiten en el sector industrial forzando la baja de precios, negociando por una calidad superior o más servicios y haciendo que los competidores compitan entre ellos, todo a expensas de la rentabilidad de la industria.

5.- Poder negociador de los proveedores: Los proveedores pueden ejercer poder de negociación sobre los que participan en un sector industrial amenazando con elevar los precios o reducir la calidad de los productos o servicios, lo que puede afectar negativamente la rentabilidad de la industria. Frecuentemente, las pequeñas y medianas empresas mexicanas se enfrentan a un alto poder negociador de los proveedores debido a la alta concentración de sus compras en un número reducido de proveedores; a los pocos sustitutos existentes en el mercado; a que no son clientes importantes de los proveedores; y a la amenaza real de que los proveedores se conviertan en sus competidores.

M. Porter (1985, pp. 55-67), sugiere tres tipos de estrategias, denominadas genéricas, que se pueden utilizar en combinación o de forma aislada para enfrentar las fuerzas competitivas anteriores, y lograr mantener o aumentar la posición competitiva de la empresa, a saber: *ser líderes en costos; ser líderes en diferenciación; y ser líderes en base a una alta segmentación o enfoque.*

II.- DIRECCION ESTRATEGICA Y COMPETITIVIDAD

El proceso estratégico comprende tres etapas básicas: *formulación, implementación y evaluación de estrategias* (F.R. David, 1997, pp.5-6; 12-15); pero quienes determinan en mayor grado el éxito o fracaso de las estrategias, son los *estrategas*, quienes constituyen el cuerpo directivo de la organización, responsables en primera y última instancia del proceso estratégico. Los estrategas trabajan con diversos nombramientos formales, por ejemplo, director general, presidente, propietario, director ejecutivo. Pero, es frecuente encontrar en

las pequeñas y medianas empresas que los dueños son los presidentes, o gerentes o directores, esto es, la figura frecuente es la de un director-propietatio, de ahí que la *dirección* con sentido *estratégico* es crucial y muy importante en dicho tamaño empresarial.

Por lo anterior, para que una organización pequeña o mediana sea eficiente y competitiva es imprescindible que su dirección sea excelente; y ésta a su vez debe mostrar una ejecución excelente de una estrategia excelente. La formulación y la puesta en práctica de una estrategia para el negocio constituyen las *funciones directivas fundamentales* (A. Thompson-A.Strickland III, 1998, p.2). Entre todas las funciones de los directivos, pocas afectan tanto y durante tanto tiempo el rendimiento de la organización como la forma en que el equipo directivo maneje las tareas de marcar la trayectoria de la dirección a largo plazo de la organización, desarrollar movimientos y enfoques estratégicos efectivos, y después aplicar la estrategia para que produzca los resultados esperados.

La función de los directivos de formular y poner en práctica estrategias (dirección estratégica) consta de cinco componentes relacionados entre sí, (A. Thompson- A.Strickland III, 1998, pp.3-5), a saber:

- Desarrollar un concepto del negocio y formar una visión de hacia dónde se necesita dirigir a la organización. En realidad, se trata de infundir en la organización un sentido de finalidad, proporcionando una dirección a largo plazo y estableciendo una misión.
- Transformar la misión en objetivos específicos de resultados.
- Elaborar una estrategia que logre el resultado planeado.
- Implantar y poner en práctica la estrategia seleccionada de manera eficiente y eficaz.
- Evaluar el resultado, revisar la situación e iniciar ajustes correctivos en la misión, los objetivos, la estrategia o la implantación en relación con la experiencia real, las condiciones cambiantes, las ideas y las nuevas oportunidades.

Por lo general, se ha detectado que los directivos de la mayoría de las PYMES mexicanas en especial las manufactureras (J. De la Cerda – F. Núñez de la Peña, 1998; y C. Ruiz Durán, 1995), no han planteado una visión del futuro de sus empresas ni establecido una misión y objetivos específicos, razón por la cual las estrategias que llevan a cabo no son planeadas ni formuladas deliberadamente, sino elaboradas espontáneamente y aplicadas caótica y reactivamente de acuerdo a las circunstancias de corto plazo del ambiente externo, es decir, no tienen actualmente una dirección y administración estratégicas, por lo que su competitividad es bastante baja.

III.- ADMINISTRACION Y DIRECCION ESTRATEGICAS EN LAS PYMES MEXICANAS

El diagnóstico y los cambios necesarios en la administración de las PYMES mexicanas para elevar su productividad y competitividad, deben de desarrollarse desde la perspectiva de la administración estratégica. Esto supone que lo que se estudiará es la transición desde lo que

es y cómo está la empresa hoy hacia lo que debe ser a mediano y largo plazo tomando en cuenta las fuerzas y tendencias del medio ambiente. Es decir, se recopilará y analizará información a fin de responder a las interrogantes siguientes: ¿cómo y dónde está la empresa?; ¿a dónde va?; ¿hacia dónde debe ir?, y ¿cómo?

El directivo de la pequeña y mediana empresa debe entender que la administración estratégica, es el "arte y la ciencia de formular, implementar y evaluar las decisiones interfuncionales que permiten a la organización alcanzar sus objetivos. Esta definición implica que la administración estratégica pretende integrar la administración, la mercadotecnia, las finanzas, la contabilidad, la producción y las operaciones, la investigación y el desarrollo y los sistemas computarizados de información para obtener el éxito de la organización" (F.R. David, 1997, p.4). En el caso de los pequeños y medianos empresarios, el pensar y actuar integral e interfuncionalmente es más factible, dado su tamaño, la menor complejidad de su estructura organizativa y la dinámica de su proceso de toma de decisiones.

Debe señalarse que el proceso de la administración estratégica, es un enfoque sistemático, lógico y objetivo para tomar decisiones importantes en una organización. Dicho proceso tiene como base y punto de partida el ordenamiento de la información cualitativa y cuantitativa, de modo que se puedan tomar decisiones eficaces a pesar de la incertidumbre de la situación.

No obstante, debe destacarse que la administración estratégica no es una ciencia exacta que se pueda sujetar exclusivamente a los pasos del método científico, es decir, siempre supone una combinación creativa de intuición y ciencia. En ese sentido, debe reconocerse que el pequeño y mediano empresario por lo general administra empírica e intuitivamente; pero esto en el marco de la administración estratégica es un aspecto importante, aunque no completo y cabal (P.Resnik, 1992, pp.7-10). La intuición, basada en las experiencias, los juicios y las sensaciones del pasado, resulta esencial para tomar decisiones estratégicas acertadas. La intuición es particularmente útil para tomar decisiones en situaciones de gran incertidumbre o escasos antecedentes, y esto puede ser una ventaja en el caso de los pequeños y medianos empresarios.

De otro lado, cabe resaltar que el proceso de la administración estratégica parte del supuesto de que las organizaciones deben estar siempre atentas a las tendencias y a los hechos internos y externos, de tal manera que se puedan hacer cambios oportunos conforme se necesiten, tal vez esto sí sea una debilidad de las empresas pequeñas y medianas (J. De la Cerda – F. Núñez de la Peña, 1998, pp.65-70).

Esto exige que las empresas adopten una forma de conducta de mejora contínua, lo que en el caso de las PYMES, implicará que las propuestas que emanen del diagnóstico, sean adoptadas por el convencimiento y compromiso de las personas implicadas en las empresas, más aún sus directivos, y que la labor de la consultoría externa sólo sea el medio facilitador para llevarlas a cabo, lo que garantizará el proceso de mejora contínua.

En el proceso de la administración estratégica, el directivo desempeña un rol importantísimo. Para efectuar un buen trabajo de dirección se requiere un buen trabajo de dirección estratégica. Los directivos de las PYMES mexicanas tienen que pensar estratégicamente acerca de la posición de su empresa y acerca del impacto de las condiciones cambiantes. Tienen que supervisar la situación externa con mucho cuidado para saber cuándo realizar un cambio de estrategia, y deben conocer el negocio lo suficientemente bien para saber qué tipo de cambios estratégicos iniciar.

Las ventajas de un pensamiento estratégico de alto nivel y una dirección estratégica consciente en las PYMES mexicanas, implican (A. Thompson – A. Strickland III, 1998, p. 19):

- Proporcionar una mejor guía a la organización completa sobre el punto crucial de qué está tratando de hacer y de lograr la empresa
- Hacer que los gerentes estén más alertas a los vientos del cambio, a las nuevas oportunidades y a los desarrollos amenazadores
- Proporcionar a los gerentes ideas para que evalúen peticiones de presupuestos en competencia para inversión de capital y nuevo personal, un razonamiento que defiende con fuerza el destinar recursos en áreas que producen resultados y que apoyan la estrategia
- Ayudar a unificar las numerosas decisiones relacionadas con la estrategia que toman los directivos en toda la organización
- Crear una actitud directiva más *proactiva* (que corresponde a un tipo de directivo que cree que el futuro puede ser influído por lo que uno hace y por lo que hacen los demás), y contrarrestar las tendencias hacia las decisiones *reactivas* (preferir las cosas tal como ocurrieron en el pasado) y *defensivas* (apreciar más la estabilidad y conformidad que la creatividad).

La ventaja de ser proactivo en lugar de ser simplemente reactivo, es que las estrategias que abren caminos pueden ser la clave para un mejor resultado a largo plazo. La historia de las empresas muestra que con frecuencia las compañías con alta competitividad inician y guían, y no simplemente reaccionan y se defienden. Entre otras acciones, las empresas altamente competitivas lanzan ofensivas estratégicas (movimientos y acciones para crear la ventaja competitiva. A. Thompson – A. Strickland III, 1998, pp.125-128), y después usan su posición en el mercado para lograr un rendimiento financiero superior. La lucha agresiva por una estrategia creativa y oportunista (características de una ofensiva estratégica) puede impulsar a una empresa hacia una posición de liderazgo y allanar el camino para que sus productos/servicios se conviertan en la norma de la industria. Así debería ser la actitud de los directivos de las PYMES mexicanas.

El proceso de la administración estratégica (que incluye a la planeación estratégica) consta de tres etapas: formulación de la estrategia, implantación y evaluación (F.R. David, 1997, pp.5-6).

La FORMULACION DE LA ESTRATEGIA, consiste en que a partir de una visión de hacia dónde dirigir el negocio, se elabore la misión de la empresa, se detecten las oportunidades y

las amenazas externas de la organización, se definan sus fuerzas y debilidades, se establezcan objetivos a largo plazo, se generen estrategias alternativas y se elijan las estrategias concretas que se seguirán (esto, se resume en el Plan de la Empresa).

Algunos aspectos de la formulación de estrategias consisten en decidir en qué nuevos negocios se participará, cuáles se abandonarán, cómo asignar recursos, si es conveniente extender las operaciones o diversificarse, si es aconsejable ingresar a los mercados internacionales, si es recomendable fusionarse o constituir una empresa de riesgo compartido y cómo evitar una adquisición hostil. Los gerentes son quienes están en la mejor posición para entender plenamente los efectos de las decisiones de la formulación; también tienen autoridad para comprometer los recursos que se necesitan para su implantación.

Las pequeñas y medianas empresas mexicanas, por lo general, son empresas de un solo negocio (J. De la Cerda – F. Núñez de la Peña, 1998, pp.125-129), lo que implica que deben tener tres niveles de formulación de estrategias (en las grandes empresas hay hasta cuatro niveles) (A. Thompson – A. Strickland III, 1998, pp.36-38):

- *Estrategia empresarial* (que incluye la corporativa y empresarial), donde se crea la cartera de unidades de negocios de alto rendimiento y se establecen los criterios de dirección para los mismos; se determinan las sinergias entre las unidades de negocio; se establecen las prioridades de inversión; se revisan, corrigen y unifican los principales enfoques y movimientos estratégicos propuestos por los directores y personal de la empresa; se planean los movimientos y enfoques para asegurar una ventaja competitiva; y se crean las respuestas a las cambiantes condiciones externas.
- *Estrategia funcional*: Se crean los movimientos y enfoques que apoyen la estrategia empresarial y que logren los objetivos de rendimiento a nivel departamental/funcional. Este nivel de la formulación de estrategias, se simplifica bastante en los pequeños y medianos negocios, dada su sencilla y poco compleja estructura organizativa.
- *Estrategia operativa*: Se crean los movimientos y enfoques aún más limitados y específicos que apoyen a las estrategias funcionales y empresariales.

La IMPLANTACION DE LA ESTRATEGIA, supone que la empresa debe establecer objetivos anuales, idear políticas, motivar a los empleados y asignar recursos, de tal manera que permitan ejecutar las estrategias formuladas. Esta etapa implica desarrollar una cultura que sostenga la estrategia, crear una estructura organizacional eficaz, modificar las actividades de la comercialización, preparar presupuestos, elaborar sistemas de información y usarlos, así como vincular la remuneración de los empleados con los resultados de la organización.
El éxito de la aplicación de la estrategia radica en la capacidad de los gerentes para motivar a los empleados, que es más un arte que una ciencia.

La etapa de la EVALUACION DE LA ESTRATEGIA, es la que informa cuándo no están funcionando bien determinadas estrategias. Todas las estrategias se modifican a futuro, porque los factores internos y externos cambian permanentemente. Las tres actividades fundamentales para evaluar estrategias son: - Revisión de los factores internos y externos

que son la base de las estrategias presentes. – Medición del desempeño. – Aplicación de acciones correctivas.

En la medición del desempeño, deben especificarse las medidas de *control de utilidades* (situación financiera de la empresa; rendimiento en términos monetarios de los recursos y departamentos); los criterios para la *auditoría de recursos humanos* (evaluación sistemática y analítica de todas las funciones operativas del personal; seguimiento de la estructura de recompensas al personal); las medidas de *control de producción* (fijación de rutas, programas y abastecimientos; fijación de estándares de calidad, control de rechazos; control de inventarios; tiempos y métodos de operación; control de desperdicios; mantenimiento y conservación de máquinas y equipos); y las *medidas de control de mercadotecnia* (ventas totales, ventas por tipos de artículos, volumen de ventas estacionales; precio de artículos vendidos; ventas por clientes, por territorios, por vendedores y por utilidades generadas) (T. Ruiz de Chávez, 1996, pp.100-108).

IV.- ANALISIS DEL ENTORNO EXTERNO

Por su importancia en el proceso de la administración estratégica, y más aún en el caso de las PYMES mexicanas, se tratarán finalmente dos aspectos: El análisis del entorno externo; y del entorno interno. En esta sección se tratará el primer aspecto.

La formulación de la estrategia es un ejercicio impulsado por el análisis y no una actividad en la cual los directivos pueden tener éxito gracias a un esfuerzo y una creatividad cabales. En teoría, las decisiones en cuanto a qué estrategia perseguir deben basarse en una evaluación fundamentada del entorno externo y de la situación interna de la empresa.

En cuanto al análisis del entorno externo, los directivos de las PYMES mexicanas deben hacer un seguimiento de las fuerzas "clave" del macroambiente: fuerzas y tendencias económicas, tecnológicas, políticas, demográficas y socioculturales, que afecten la posición competitiva de sus empresas. La administración necesita identificar las oportunidades y los riesgos implícitos en cada tendencia o desarrollo. Veamos qué recomendaciones pueden seguir dichos directivos.

Las OPORTUNIDADES, son aquellas situaciones que se presentan en el entorno de la empresa y que podrían favorecer el logro de los objetivos organizacionales. Las AMENAZAS o riesgos, son aquellas situaciones que se presentan en el medio ambiente de las empresas y que podrían afectar negativamente las posibilidades de logro de los objetivos organizacionales (J. Rodríguez V.,1997, p.85).

Las oportunidades pueden enumerarse y clasificarse de acuerdo con su grado de atractivo y las probabilidades de éxito que la empresa tendría con cada oportunidad. La probabilidad de éxito de la empresa, con una oportunidad específica, depende de si sus aptitudes para los negocios no sólo se acoplan a los requerimientos clave para alcanzar el éxito y operar en el mercado objetivo, sino que también superen a los de sus competidores.

Los diferentes riesgos identificados deben clasificarse de acuerdo con su gravedad y probabilidad de ocurrencia. Al integrar un cuadro de los riesgos y oportunidades más

importantes que puede enfrentar una empresa en particular, es posible caracterizar su grado de cualidades en general.

Al respecto y siguiendo esos criterios (P. Kotler, 1996, pp.80-81), se pueden identificar cuatro resultados posibles: Un "negocio ideal" es el que cuenta con grandes oportunidades importantes y pocos o nulos riesgos significativos. Un "negocio especulativo" ofrece muchas oportunidades y presenta riesgos considerables. Un "negocio maduro" cuenta con pocas oportunidades y riesgos de consideración, y por último, un "negocio conflictivo" presenta pocas oportunidades y numerosos riesgos. Aquí también resulta conveniente tener en cuenta los cuatro tipos de productos y mercados que identificó el Boston Consulting Group: "Vacas", productos que no crecen, no necesitan mucho dinero, generan poco dinero pero hay que hacerlo para mantenerlos. "Estrellas" , productos novedosos que crecen mucho pero necesitan mucho dinero y también lo generan. "Dilemas", productos de poca participación en el mercado y que tienen mucha competencia de productos similares pero necesitan dinero y no lo generan por el momento. "Perros muertos", productos que no crecen en el mercado no generan ingresos y hasta generan pérdidas y necesitan poco dinero para subsistir.

La empresa debe tratar de lograr un equilibrio entre esos tipos de negocios y productos. Debe distribuir su inversión tratando de acercarse al "negocio ideal" de modo que impulse los productos "estrella", sostenga los productos "vaca", esté pendiente de los productos "dilema" y trate de ir descartando los productos "perro".

De otro lado, para identificar las fuerzas y tendencias del macroambiente, puede seguirse las siguientes sugerencias (F. Martínez V., 1994, pp.152 – 164):

Respecto a las FUERZAS Y TENDENCIAS ECONOMICAS se buscará información acerca de la tasa de crecimiento del PIB, ingreso per-cápita, la tasa de inflación, la tasa de desempleo, tasa de interés, salario mínimo, tipo de cambio, saldo de balanza comercial, saldo de balanza de pagos, exportaciones (petroleras y no petroleras), deuda externa, inversión extranjera, precio del petróleo y gasto público.

En relación a las FUERZAS Y TENDENCIAS TECNOLOGICAS, se buscará información acerca de: ¿Qué sucedería si se modifican las fuentes de energía en 5 y 10 años?. ¿Cómo afectaría a sus productos si surgen procesos sustitutos con ventajas económicas?. ¿Qué tecnología pueden incorporar a sus procesos industriales y a sus productos en 5 y 10 años?. ¿Qué tecnología actualmente en investigación y desarrollo puede incorporar a sus insumos, procesos y productos?. ¿Qué influencia tendrá la nueva tecnología en el adiestramiento, capacitación y desarrollo de los recursos humanos?. ¿En qué forma podría influir la nueva tecnología en los gustos, comportamientos y preferencias del público?. ¿Qué oportunidades podría aprovechar a partir de las tendencias tecnológicas que ya se manifiestan?.

Referente a las FUERZAS Y TENDENCIAS POLITICAS, se recogerá opiniones sobre: ¿ Cómo se interpreta la estabilidad política en el país hacia los próximos 5 y 10 años?. ¿Qué perspectivas ofrece el gobierno para la inversión en general?. ¿Cuáles son los principales grupos de presión en el país y qué argumentos esgrimen?. ¿Qué aspectos probables modificará el gobierno en los próximos 5 años y cuáles serán los efectos económicos para la empresa?. ¿Se

contempla una mayor reglamentación oficial para los próximos 5 años?. ¿ Cuál es la tendencia del gobierno hacia las utilidades, dividendos, estados financieros y controles hacia las empresas?. ¿Cómo definiría la situación sindical para los próximos 5 años?. ¿Quiénes se perfilan para el próximo período presidencial y qué perspectivas políticas se contemplan?.

En lo concerniente a las FUERZAS Y TENDENCIAS DEMOGRAFICAS Y SOCIOCULTURALES, se recopilará opiniones acerca de: ¿Qué cambios en el crecimiento y composición de la población se esperan en 5 y 10 años y cómo afectarían a la demanda de sus productos?. ¿Qué cambios en las actitudes de los consumidores y público se observan y cómo afectarían a la empresa?. ¿Qué cambios en los estilos de vida de la gente ya se advierten?. ¿Qué cambios sociales se detectan que pudieran afectar el mercado actual de la empresa y a su fuerza de trabajo en todos los niveles?. ¿Qué oportunidades pudieran derivarse de las tendencias sociales que ya se manifiestan?.

Indudablemente, no es una lista exhaustiva de la información y preguntas que el pequeño y mediano empresario mexicano debe formularse para analizar el entorno externo; pero son los datos más importantes que debe tomar en cuenta para formular sus estrategias adoptando siempre una actitud proactiva.

V.- ANALISIS DEL ENTORNO INTERNO

Una cosa es distinguir las oportunidades atractivas en el entorno, y otra es disponer de las habilidades necesarias para alcanzar el éxito con estas oportunidades. Todo empresario – más aún el pequeño y mediano- necesita evaluar periódicamente sus FUERZAS y DEBILIDADES.

La administración –o un consultor externo- debe revisar la competencia del negocio en mercadotecnia, finanzas, producción y organización (P. Kotler, 1996, pp.81-82). Cada factor se evalúa como si se tratara de una fuerza principal, una fuerza menor, un factor neutral, una debilidad menor o una debilidad mayor. Al respecto, se tratará a continuación algunas sugerencias para las PYMES mexicanas en 4 áreas: Dirección y organización; Producción y tecnología; Finanzas y Mercadotecnia.

En el área de DIRECCION y ORGANIZACIÓN, debe evaluarse entre otros aspectos los siguientes: Establecimiento de misión, formulación de objetivos, claridad de objetivos, experiencia en el área de negocios, nivel de conocimientos y habilidades de los niveles de dirección; organigrama, manual de organización, incentivos al personal y manejo de conflictos.

En el área de PRODUCCION Y TECNOLOGIA, debe examinarse aspectos tales como: Capacidad de producción, tecnología utilizada, estructura de costos, acceso a las materias primas, capacidad para generar nuevos productos y calidad de los diseños.

En el área de FINANZAS, es recomendable evaluar: La estabilidad financiera de la empresa, el capital de trabajo, cómo se desarrolla la planeación y control financieros, la habilidad administrativo-financiera del personal y la capacidad de captación de recursos externos.

En el área de MERCADOTECNIA, es conveniente examinar entre otros aspectos: Conocimientos y habilidades en la gestión del marketing, conocimiento del mercado, sistema de ventas, canales de distribución, número de clientes, lealtad, crecimiento de los mercados y segmentos no explotados.

Es evidente que al examinar su patrón de puntos fuertes y aspectos débiles, el negocio no va a corregir todas sus debilidades, ni hará ostentación ante los demás de sus fuerzas. La pregunta a formularse es si la empresa debe limitarse a aquellas oportunidades en las cuales posee actualmente las fuerzas requeridas, o si debe considerar la posibilidad de mejores oportunidades donde quizá tendría que adquirir o desarrollar determinados atributos.

REFLEXIONES FINALES

Es evidente que el contexto de globalización económica y apertura externa de la economía mexicana, está exigiendo mayor competitividad al pequeño y mediano empresario. En este artículo, se ha reunido información desde la perspectiva de la administración y dirección estratégicas que puede ser de gran utilidad para que ese tipo de empresario enfrente en mejores condiciones y probabilidades de éxito dicho entorno.

Obviamente, no es exhaustivo el tratamiento ni las sugerencias planteadas; pero se considera que se han tocado los aspectos neurálgicos para que el pequeño y mediano empresario mexicano comprenda el significado auténtico de ser un directivo con pensamiento estratégico y actitud proactiva, cualidades necesarias para enfrentar exitosamente el ambiente turbulento predominante.

BIBLIOGRAFIA

(1) Acle Tomasini, Alfredo (1995). *Planeación estratégica y control total de calidad*. Ed. Grijalbo, Séptima edición. México.
(2) Bleeke, Joel A. (1990). *Strategic choices for newly opened markets*. EN: Harvard Business Review. September – October.
(3) David, Fred R. (1997). *Conceptos de administración estratégica*. Ed. Prentice-Hall Hispanoamericana S. A.. Quinta edición. México.
(4) De la Cerda, J. – Núñez de la Peña, F. (1998). *La administración en desarrollo.* Ed. Diana - Instituto Internacional de Capacitación y Estudios Empresariales, S.C.. México.
(5) Drucker, Peter (1994). *Gerencia para el futuro*. Ed. Norma. Bogotá, Colombia.
(6) Felgueres Fiallega, Juan José Vicente (1997). *Planeación financiera estratégica y competitividad en empresas pequeñas y medianas.* Tesis Doctoral. División de Estudios de Posgrado. Facultad de Contaduría y Administración. UNAM. México.
(7) García de Laón Campero, Salvador (1993). *La micro, pequeña y mediana industria en México y los retos de la competitividad*. Ed. Diana. México.
(8) Kotler, Philip (1996). *Dirección de mercadotecnia*. Ed. Prentice-Hall. Octava edición. México.
(9) Martínez Villegas, Fabián (1994). *Planeación estratégica creativa*. Ed. PAC. Tercera reimpresión. México.
(10) Mintzberg, H.; Brian Quinn, J; Voyer, J. (1997). *El proceso estratégico. Edición breve.* Ed. Prentice-Hall Hispanoamericana S.A.. México.
(11) Navas L, José E. y Guerra M., Luis A (1998). *La dirección estratégica de la empresa.* Ed. Civitas. Segunda edición. España.
(12) Porter, Michael E.:
- *Estrategia competitiva* (1985). Ed. CECSA. Tercera impresión. México
- *What is strategy?* (1996). EN: Harvard Business Review. November – December.

(13) Ruiz Durán, Clemente (1995*). Economía de la pequeña empresa*. Ed. Ariel. México.
(14) Ruiz de Chávez C., Tomás (1996). *Planeación estratégica*. Ed. Instituto Tecnológico de Morelia. México.
(15) Rodríguez Valencia, Joaquín (1997). *Cómo aplicar la planeación estratégica a la pequeña y mediana empresa*. Ed. ECAFSA. México.
(16) Serralde, Alejandro (1997). *Hacia una conciencia de competitividad.*. EN: Management Today en español. Noviembre. México.
(17) Thompson Jr., A. y Strickland III, A. (1998). *Dirección y administración estratégicas*. Ed. McGraw-Hill. México.

PROGRAMACIÓN NO LINEAL EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE LOCALIZACÓN DE SERVICIOS

Adelia Guadalupe Copas Osio, Ricardo Aceves García

RESUMEN: objetivo principal de este trabajo es presentar la programación no lineal y algunos métodos que se desprenden de ella y su aplicación en el problema de localización de servicios; y a su vez eliminar la dificultad que presenta dicha área con métodos que no requiere que la función sea diferenciable, y que evite utilizar el método de aproximación hiperbólico.

PALABRAS CLAVE: Programación no lineal, localización de servicios, norma rectangular, norma euclidiana.

1. INTRODUCCCIÓN

En años recientes, la Investigación de Operaciones ha tenido un impacto creciente en la Administración y Tomas de Decisiones, tanto en los sectores público como privado, debido en parte al desarrollo tecnológico que han tenido las computadoras, las cuales han servido como una herramienta fundamental de apoyo, para los modelos y técnicas de solución que se emplean.

La Investigación de Operaciones contempla áreas como: Programación Lineal, Programación Dinámica, Programación Entera, Teoría de Inventarios Programación no Lineal, Teoría de Localización etc.; en las dos ultimas áreas se enfoca este trabajo.

La programación no lineal tiene gran capacidad para manejar restricciones de desigualdad, el alcance de la discusión de este trabajo sobre Optimización será ampliada considerablemente. Además de su aplicabilidad obvia a problemas prácticos de la dirección y administración de empresas, también facilita a los economistas estudiar la teoría del consumo, producción y asignación de recursos desde una nueva perspectiva, cabe mencionar que la aplicación de la programación no lineal es muy amplia, dado que muchos problemas reales son no lineales.

La teoría de localización de servicios es una técnica importante pero poco conocida, la cual ha ofrecido y ofrece un gran potencial para la solución de problemas donde se tenga que localizar uno o más servicios, que a su vez deben atender o satisfacer a un conjunto de usuarios o centros de demanda. Entendiéndose por servicio: un hospital, una estación de bomberos o de policía, un distrito político, etc.

Uno de los problemas que enfrenta la teoría de localización es cuando la localización para el nuevo servicio coincide con la localización de algún centro de demanda; esto significa

que no existe alguna garantía de que la localización óptima del nuevo servicio nunca será igual a la localización de algún centro de demanda, entonces, por las condiciones del problema se decidió aplicar algunos métodos de programación no lineal que son completamente iterativos.

2. PROGRAMACIÓN NO LINEAL

Con la teoría de la programación no lineal, se establecen las optimas, condiciones necesarias y suficientes que determinan una solución óptima, más que cuestiones de computación. Esta teoría incluye principalmente el estudio de los multiplicadores de Lagrange, incluyendo el teorema de Kunh-Tucker y sus extensiones. Esto mejora considerablemente la compresión de la filosofía de la optimización con restricciones y proporciona fundamentos básicos satisfactorios para otras disciplinas, como la teoría de la empresa, la economía del consumidor y la teoría del consumidor.

Una suposición importante de la programación lineal es que todas sus funciones (función objetivo y funciones de restricción) son lineales. Aunque, en esencia, esta suposición se cumple para muchos problemas prácticos, es frecuente que no sea así. De hecho, muchos economistas han encontrado que cierto grado de no linealidad es la regla y no la excepción, en los problemas de planeación económica, por lo cual, muchas veces es necesario manejar métodos de programación no lineal.

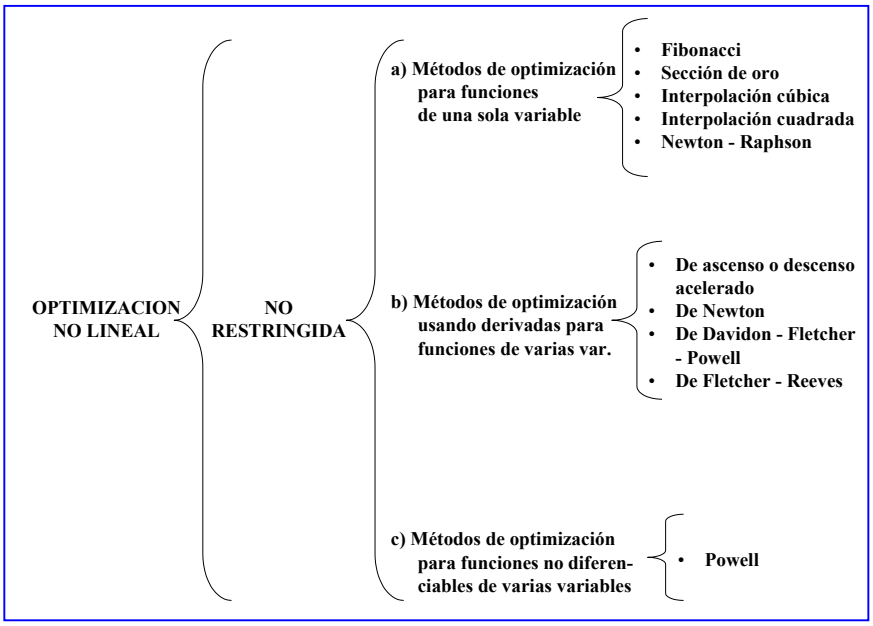
De manera general, el problema de programación no lineal consiste en encontrar $X = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ para optimizar los recursos, como se muestra en el siguiente modelo:

$$\begin{aligned} &\text{Opt.} \quad f(X) \\ &\text{Sujeto a:} \\ &h_j(X) = 0, \qquad j = 1, \ldots, m \\ &g_j(X) \geq 0, \qquad j = m+1, \ldots, p \\ &\qquad X \varepsilon E^n \end{aligned}$$

Es decir sea $f(X)$ una función continua, que denota a la función objetivo, $h_1(X), h_2(X), \ldots, h_m(X)$ funciones continuas que denotan restricciones de igualdad, $g_{m+1}(X), g_{m+2}(X), \ldots, g_p(X)$, funciones continuas que denotan restricciones de igualdad y $X = (X_1, X_2, \ldots, X_n)^T$ un vector en el espacio euclidiana de n-dimensiones, E^n.

2.1 Métodos iterativos para la solución de problemas no lineales

En el área de programación no lineal, existen muchos métodos para resolver problemas, una de las razones es que no existe un algoritmo general que resuelva la variedad de problemas no lineales que existe en el mundo real. En forma breve se plantearán los métodos, aunque en este trabajo es de sumo interés los método que no requieren que la función sea diferenciable, porque de acuerdo a la aplicación se necesitan los métodos que no usen derivadas. Los problemas no lineales se va a dividir en dos ramas, los problemas no restringidos y los problemas restringidos, como se muestra en el siguiente cuadro sinóptico.



Para efectos del presente trabajo se tratarán únicamente problemas no lineales y no restrigidos, ya que son importantes para las aplicaciones prácticas, porque suelen ofrecer posibilidades más sencillas y directas para la obtención de soluciones. Se han desarrollado una serie de métodos iterativos, por lo que sirve tanto para funciones diferenciables como no diferenciables, no requiere de métodos numéricos y por lo tanto su error de redondeo se reduce considerablemente; por tal razón el método mejor considerado para resolver problemas de localización de servicios que no es diferenciable y no lineal es el método de Powell.

Método de Powell

El método de Powell requiere en cada iteración, de n minimizaciones de funciones de una variable, por métodos que no usan derivadas, como son la interpolación cuadrada para

funciones multimodales de una sola variable y los métodos de Fibonacci o sección de Oro, para funciones unimodales de una sola variable. Estas minimizaciones se hace en la dirección de n vectores independientes, $s_1, s_2, \ldots, s_n$, cada vector con n componentes.

Como resultado de estos n procesos de minimización, se define en cada iteración una nueva dirección. Si esta dirección s aprueba un cierto criterio, entonces reemplaza algunas de las n direcciones antiguas $s_1, s_2, \ldots, s_n$.

El proceso se inicializa con n direcciones arbitrarias $s_1, s_2, \ldots, s_n$ y un punto arbitrario $X^0 = (X_1^0, X_2^0, \ldots, X_n^0)^T$.

Powell recomienda que estas direcciones arbitrarias $s_1, s_2, \ldots, s_n$ se definen de la siguiente manera:

Dado X^0, y las n direcciones arbitrarias $s_1, s_2, \ldots, s_n$. Se utiliza la siguiente notación: en la iteración k, generan $n+2$ puntos, $X^{k,0}, X^{k,1}, \ldots, X^{k,n+1}$, cada punto con n componentes. Por ejemplo, el punto $X^{k,j}$ tiene los siguientes componentes:
$X^{k,j} = (X_1^{k,j}, X_2^{k,j}, \ldots, X_n^{k,j}) \quad j = 0,1,2,\ldots,n+1.$

También en cada iteración k existirán n direcciones independientes $s_{k,1}, s_{k,2}, \ldots, s_{k,n}$, cada dirección con n componentes, es decir,
$s_{k,j} = (s_1^{k,j}, s_2^{k,j}, \ldots, s_n^{k,j}), \qquad j = 1,2,\ldots,n$

3. PROBLEMA DE LOCALIZACIÓN DE SERVICIOS

El problema de localización de servicios busca encontrar la solución geográfica de una instalación, en tal forma que los costos de distribución a un cierto número de clientes sean minimizados.

Por instalación, se entiende cualquier servicio público (hospitales, estaciones de bomberos o de policía, bancos, oficinas gubernamentales, escuelas, bibliotecas, estadios deportivos, plantas generadoras de energía eléctrica, estaciones de gasolina, plantas de tratamiento de basura, aeropuertos, etc.) o privado (bodegas, plantas industriales, comercios, etc.).

Por distribución de la demanda de los servicios se entiende la manera de asignar espacio físico a los diversos componentes de una instalación o; por ejemplo, máquinas y herramientas en una planta. Las coordenadas de un plano bidimensional nos auxilian en la localización.

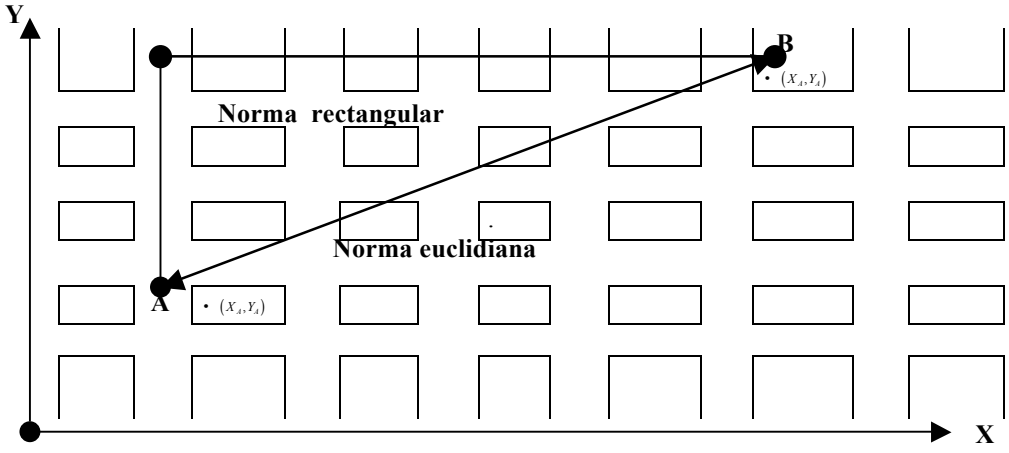
Los problemas de localización se presenta cuando los encargados de tomar decisiones deben seleccionar el sitio en que ubicarán una o varias instalaciones o servicios; este tipo de problemas se presenta también en la distribución de maquinaria en un área dada

Los modelos cuantitativos analíticos que se presentan en este capítulo son de tipo normativo, es decir, preescriben un curso de acción que optimiza una función dada. Estos modelos tienen varias limitaciones; la primera de ellas es la definición de la función objetivo, que generalmente localiza el sitio o sitios, minimizando una función de costo. Vollman y Buffa establece que minimizar ciegamente una función de costos puede conducir a resultados absurdos. Para ello se ha llegado a considerar una variedad de funciones objetivos, que incluye la minimización de la máxima distancia recorrida (funciones minimax). este tipo de funciones es característica de los problemas de localización de servicios de emergencia (hospitales, estaciones de bombero, etc.), donde se desea que una comunidad no esté a más de cierto tiempo de una clínica.

Para medir distancias se puede lograr con la norma rectangular, o bien una euclidiana. La primera tiene mayor aplicación en ciudades grandes, con trazos rectos perpendiculares paralelos de calles y avenidas, donde la distancia entre dos puntos no puede medirse como la recta que los une, sino como el mínimo número de calles que existe entre ambos. En contrapartida la norma euclidiana dice que la distancia entre dos puntos, es la recta que los une. Esta norma tiene sentido en las zonas rurales y urbanas con trazo irregular. En la gráfica 1 se distinguen ambas normas.

3.1 Localización de un solo servicio

En este apartado se analiza el problema de la localización de una instalación nueva respecto de una serie de instalaciones similares existentes, cuando el criterio a seguir es el de minimizar una función total de costo que sea proporcional a la distancia.



Gráfica 1.

Norma rectangular $d_{AB} = |X_A - X_B| + |Y_A - Y_B|$

Norma euclidiana

$$d_{AB} = \left[(X_A - X_B)^2 + (Y_A - Y_B)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

Formulación general del problema de un solo servicio

La formulación general del problema de localización de un solo servicio, se puede plantear de la siguiente forma: existen m instalaciones conocidas en los puntos $p_1, p_2, \ldots, p_m$ de un sistema o servicio de coordenadas, y se requiere una nueva instalación, de características similares en un punto desconocido x, tal que los costos de transporte que son proporcionales a la distancia entre la nueva instalación y las existentes, $d(X, p_i), \quad i = 1,2,\ldots,m$ se minimicen. Sea W_i una ponderación asociada a la instalación existente, $p_i, \quad i = 1,2,\ldots,m$ que mide el producto del costo de transporte anual y el número de viajes anuales entre el producto i y el x.

Matemáticamente se quiere encontrar x que minimice a:

$$f(X) = \sum_{i=1}^{m} W_i d(X, p_i) \qquad (1)$$

donde el término W_i es a veces referido como prioridades o pesos.

El problema consiste en determinar la localización del nuevo servicio X que minimice $f(X)$, o sea, el costo total de transporte. Dimensionalmente $f(X)$ está expresada en $/año de acuerdo al siguiente análisis

$$f(X) = \left[W_i \prod d(X, p_i) \right] = \left[\frac{\$}{Km} . \frac{viajes}{año} \right] . \left[\frac{Km}{viaje} \right] = \frac{\$}{año}$$

En muchas aplicaciones el costo por unidad de distancia es constante y el problema se reduce a determinar la localización que minimice la distancia. También la cantidad W_i se puede expresar como: $W_i = c_i d_i$ *donde* c_i es un costo unitario / unidad de distancia y d_i es la demanda de flujo.

Uso de la distancia euclidiana

Considera que las coordenadas para el nuevo servicio son (X,Y) mientras que los centros de demanda $\boldsymbol{i}$ son $(a_i,b_i),\ i=1,\ldots,n$, entonces

$$d(X,p_i)=\left[(x-a_i)^2+(y-b_i)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

La distancia euclidiana se aplica para algunos problemas de localización de redes, casos complejos de comunicación, transporte, viajes aéreos, alambrado eléctrico, etc.

Entonces el problema de localización con distancia euclidiana se puede formular como:

$$\textit{minimizar}\quad f(X,p_i)=\sum_{i=1}^{n}W_i\left[(x-a_i)^2+(y-b_i)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$ La aproximación inmediata se analiza para la solución del problema de localización con distancia euclidiana, es nuevamente calcular las derivadas parciales de la ecuación anterior y hacerlas igual a cero, es decir, se toman las derivadas de f respeto de x y y se obtiene

$$\frac{\partial f}{\partial x}=\sum_{i=1}^{n}\frac{W_i(x-a_i)}{\left[(x-a_i)^2+(y-b_i)^2\right]^{\frac{1}{2}}}=0$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}=\sum_{i=1}^{n}\frac{W_i(y-b_i)}{\left[(x-a_i)^2+(y-b_i)^2\right]^{\frac{1}{2}}}=0 \qquad (2)$$

Nótese que la solución de ambas ecuaciones presenta un grave problema cuando $(X,Y)=(a_i,b_i)$ para cualquier $i,\ \ i=1,2,..,n$, ya que (2) no están definidas para ese caso y, por lo tanto, no tiene solución.

En estas expresiones vemos que la dificultad aumenta cuando la localización para el nuevo servicio coincide con la localización de algún centro de demanda. Si existiera alguna garantía de que la localización optima del nuevo servicio nunca será igual a la localización de algún centro de demanda, entonces las ecuaciones (2) igualadas a cero, serían condiciones necesarias y suficientes para la localización de mejor costo del nuevo servicio. Sin embargo como esto no es posible entonces es necesario utilizar otro método de solución.

Una alternativa para la solución del problema de localización de un solo servicio con distancia euclidiana, es el llamado "Procedimiento de Aproximación Hiperbólico" (P.A.H.), que consiste en hacer totalmente definidas a las derivadas parciales, adicionándoles un valor constante, pequeño, positivo ε (épsilon), como el valor de ε (épsilon) se aproxima a cero, la nueva función se aproxima a la función original.

Las relaciones anteriores no se pueden resolver para X y Y por lo cual se utiliza procedimientos iterativo. Llamada $D_i^k = \left[\left(x^k - a_i\right)^2 + \left(y^k - b_i\right)^2 + \varepsilon\right]^{\frac{1}{2}}$ para valores fijos $\left(X^k, Y^k\right)$ en la iteración K.

La ecuación (2) se puede escribir como:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{W_i(x - a_i)}{D_i^k} = 0$$

o

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{a_i W_i}{D_i^k} = x \sum_{i=1}^{n} \frac{W_i}{D_i^k}$$

Por medio de esta relación se puede calcular X^{k+1} en la iteración $K+1$ como:

$$X^{K+1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{a_i W_i}{D_i^k}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{W_i}{D_i^k}}, \qquad Y^{K+1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{b_i W_i}{D_i^k}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{W_i}{D_i^k}}$$

El índice superior indica el número de iteraciones. Así, un valor inicial $\left(X^0, Y^0\right)$ es requerido para determinar $\left(X^1, Y^1\right)$. El valor de $\left(X^2, Y^2\right)$ y así sucesivamente. El procedimiento iterativo continua hasta que no ocurre un apreciable mejoramiento en la estimación de la localización óptima para el nuevo servicio, o en el resultado de $Min \quad f(X, Y)$. Típicamente, la solución de importancia es usada como valor inicial para el procedimiento iterativo, entonces:

$$X^0 = \frac{\sum W_i a_i}{\sum W_i}, \qquad Y^0 = \frac{\sum W_i b_i}{\sum W_i}$$

Esto también se conoce como el proceso de Kuhn-kuenne que comienza en un punto dado.
El uso de (P.A.H.) para resolver problemas de localización, se ha observado que un valor grande de ε (épsilon), converge rápidamente al óptimo de la función de aproximación, sin embargo, la exactitud decrece con el incremento en los valores de ε (épsilon).

El problema se puede generalizar, al caso, en que las relaciones de costo no son lineales, por ejemplo, costos marginales decrecientes, o viceversa. En general, si d es la distancia euclidiana y c el costo, la relación puede ser de la forma $c = ad^b$ donde a y b son parámetros específicos, en forma general puede escribirse de la siguiente forma:

$$Z = \sum_{i=1}^{n} W_i \left[\left(x - a_i\right)^2 + \left(y - b_i\right)^2 \right]^{\frac{k}{2}}, \qquad k > 0 \text{Si } k = 1 \text{ se obtiene las relaciones}$$

anteriores si $k \geq 1$. La función de costos correspondientes es convexo, de lo contrario no es convexo.

Debido a las economías escalas en el transporte lo más posible es que $k > 1$; en este último caso se ha demostrado que un método iterativo similar converge a un óptimo local. Se define D_i como:

$$D_i = \left[\left(x - a_i\right)^2 + \left(y - b_i\right)^2 \right]$$

entonces se tiene:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \sum_{i=1}^{m} \frac{k}{2} W_i \left(D_i\right)^{\frac{(k-2)}{2}} 2\left(x - a_i\right)\left(-1\right) = 0$$

Se define $G_i = D_i^{\frac{k-2}{2}}$, entonces se tiene

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \sum W_i G_i \left(x - a_i\right)$$

$$\sum k W_i G_i a_i = X \sum k W_i G_i$$

$$X = \frac{\sum W_i G_i a_i}{\sum W_i G_i}$$

Entonces, para encontrar los óptimos locales se puede utilizar un procedimiento iterativo donde

$$X^{i+1} = \frac{\sum W_j G_j a_j}{\sum W_j G_j}, \qquad \mathrm{Y}^{i+1} = \frac{\sum W_j G_j a_j}{\sum W_j G_j}$$

o bien

$$X^{i+1} = \frac{\sum a_j G_j \left(X^K, Y^K\right)}{\sum G_j \left(X^K, Y^K\right)}, \qquad \mathrm{Y}^{i+1} = \frac{\sum G_j a_j \left(X^K, Y^K\right)}{\sum G_j \left(X^K, Y^K\right)}$$

con

$$G_j = \left[\left(a - X^i\right) + \left(b_j - Y^i\right)\right]^{\frac{(k-2)}{2}}$$

Si $k < 1$ es conveniente comenzar las iteraciones desde diferentes puntos iniciales $\left(X^0, Y^0\right)$; se ha mostrado que en la práctica el procedimiento anterior converge a una buena solución, si se comienza desde diversos puntos iniciales.

A este tipo de problemas pueden ser resueltos por métodos de programación no lineal, como una alternativa de solución de problemas de localización de servicios de una instalación con distancia euclidiana es por Fibonacci, sección de oro, etc.

3.2 Localización de varios servicios

En la vida real el problema es más complejo y requiere la consideración de datos tales como: 1) Localización de cada cliente o destino, 2) Demanda de cada cliente, 3) Limitaciones de las capacidades de las fábricas, 4) Costos de transporte, 5) Medios de transporte, etc.

En esta sección se analiza la localización de varios nuevos servicios, con respecto a múltiples centros de demanda. En este punto el problema de localización a un solo servicio puede ser considerado como un caso particular al problema de multiservicios o multi-instalaciones, este tipo de localizaciones ocurre en el mismo contexto que se presentó en la sección de localización de una instalación.

El problema de multiservicio se puede plantear de la siguiente forma: Sean $p_1, p_2, \ldots, p_n$ las coordenadas de m instalaciones existentes y sean $x_1, x_2, \ldots, x_n$ las variables de decisión de n nuevos puntos, sea $d\left(X_j, p_i\right)$ la distancia entre el punto desconocido x_j, $j = 1, \ldots, n$ y el punto conocido p_i, $i = 1, \ldots, m$, mientras que $d\left(x_j, x_i\right)$ es la distancia entre los puntos desconocidos $x_j, \ldots, x_k$, $j, k = 1, \ldots, n$ $j \neq k$. Sean W_{ij} el costo por unidad de distancia entre un punto desconocido de distancia j y uno conocido i, y sea V_{jk} el costo anual por unidad de distancia entre dos puntos desconocidos j, k, $j \neq k$.
El problema ha resolver consiste en encontrar las coordenadas de los puntos $x_1, x_2, \ldots, x_n$ tal que

$$Mín \quad f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \sum_{1 \leq j < k \leq n} V_{jk} d\left(x_j, x_k\right) + \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} W_{ji} d\left(x_j, p_i\right)$$

V_{jk} es la variable de interacción entre los nuevos servicios j y k, siendo solamente necesario para sumar sobre aquellos valores de j que son menores que k de 2 a n, entonces el problema de multiservicios, puede ser arreglado como selección de localización $x_1, x_2, \ldots, x_n$ de los nuevos servicios que deben ser localizados donde n es al menos igual a dos.

El costo V_{jk}, es proporcional a la distancia entre los nuevos servicios, lo cual distingue al problema de localización de un solo servicio. Cuando todos los términos V_{jk} son cero, entonces la ecuación de costo total es

$$Mín \quad f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \sum_{j=1}^{n} f_j\left(x_j\right) = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m} W_{ji} d\left(x_j, p_i\right)$$

Que resulta ser una expresión de costo total de un solo servicio. Entonces, la localización de un solo servicio no tiene efecto sobre el costo de localización de otros nuevos servicios.

Es importante establecer varias definiciones. Los nuevos servicios j y k se dirá que tendrán intercambio cuando V_{ji} es positivo y no tendrán intercambio, cuando V_{jk} es cero. Así en el caso, cuando los nuevos servicios no tengan intercambio, el problema de multiservicio se reduce a n problemas de un solo servicio.

Supóngase que de manera general en forma subsecuente, que cada nuevo servicio j tiene intercambio con al menos uno de los otros nuevos servicios y que además, existe intercambio entre nuevos servicios y los centros de demanda.

Uso de la distancia euclidiana

En los problemas de localización de servicios con distancia euclidiana tiene grandes dificultades para resolverlos porque las derivadas parciales no son generalmente definidas. Una dificultad similar ocurrió con los problemas de distancia euclidiana de un solo servicio, las dificultades son mucho más severas para los problemas de multiservicios, ya que tiene mucho más variables involucradas.

Sea $d\left(x_j, p_i\right)$ la distancia entre la localización del nuevo servicio j y el centro de demanda i y $d\left(x_j, p_k\right)$ la distancia entre la localización de los nuevos servicios j y k. la distancia euclidiana para ambos casos queda representada por:

$$d\left(x_j, p_i\right) = \left[\left(x_j - a_i\right)^2 + \left(y_j - b_i\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$d\left(x_j, x_k\right) = \left[\left(x_j - x_k\right)^2 + \left(y_j - y_k\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

El problema de multiservicios euclidiano es formulado como sigue:

$$Mín \quad f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \sum_{i \le j < k \le n} V_{jk}\left[\left(x_j - x_k\right)^2 + \left(y_j - y_k\right)\right]^{\frac{1}{2}} + \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m} W_{ji}\left[\left(x_j - a_k\right)^2 + \left(y_j - b_i\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

Las condiciones necesarias para la localización óptima de los nuevos servicios, es que las derivadas parciales de $f\left(x_1, x_2, \ldots, x_n\right)$ con respecto a $x_1, x_2, \ldots, x_n$, sea cero o cambien de signo en la localización óptima.

Obteniendo las derivadas parciales de $f\left(x_1, x_2, \ldots, x_n\right)$ con respecto a x_j y y_j, respectivamente, se tiene:

$$\frac{\partial f}{\partial x_j} = \sum_{\substack{k=1 \\ k \ne j}}^{n} \frac{V_{jk}\left(x_j - x_K\right)}{D_{jk}} + \sum_{i=1}^{m} \frac{W_{ji}\left(x_j - a_i\right)}{E_{ji}} = 0, \qquad j = 1, \ldots, n$$

$$\frac{\partial f}{\partial y_j} = \sum_{\substack{k=1 \\ k \ne j}}^{n} \frac{V_{jk}\left(y_j - y_K\right)}{D_{jk}} + \sum_{i=1}^{m} \frac{W_{ji}\left(y_j - b_i\right)}{E_{ji}} = 0, \qquad j = 1, \ldots, n$$

donde

$$D_{jk} = \left[\left(x_j - x_k\right)^2 + \left(y_j - y_k\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$E_{jk} = \left[\left(x_j - a_i\right)^2 + \left(y_j - b_i\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

Cuando los nuevos servicios j y k tienen la misma localización $\left(D_{jk} = 0\right)$, o el nuevo servicio j y el centro de servicio y tienen la misma localización $\left(E_{ji} = 0\right)$, ambas derivadas parciales son indefinidas. Para resolver estas expresiones se requiere de un método iterativo y se le da el nombre de "Procedimiento de Aproximación Hiperbólico".
entonces:

$$D_{jk} = \left[\left(x_j - x_k \right)^2 + \left(y_j - y_k \right)^2 + \varepsilon \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$E_{jk} = \left[\left(x_j - a_i \right)^2 + \left(y_j - b_i \right)^2 + \varepsilon \right]^{\frac{1}{2}}$$

donde $\in$ es una constante arbitraria positivo.

Haciendo las derivadas parciales igual a cero, sustituyendo a $D_{jk}\ por\ D_{jk}\ y\ a\ E_{ji}\ por\ E_{ji}$, y resolviendo para $x_j\ \ y\ \ y_j$ entonces se tiene:

$$X_j^{t+1} = \frac{\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{n} \frac{V_{jk} x^t}{D_{jk}^t} + \frac{W_{ij} a_i}{E_{ji}^t}}{\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{n} \frac{V_{jk}}{D_{jk}^t} + \sum_{i=1}^{m} \frac{W_{ij}}{E_{ji}^t}}, \qquad X_j^{t+1} = \frac{\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{n} \frac{V_{jk} x^t}{D_{jk}^t} + \frac{W_{ij} b_i}{E_{ji}^t}}{\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{n} \frac{V_{jk}}{D_{jk}^t} + \sum_{i=1}^{m} \frac{W_{ij}}{E_{ji}^t}}$$

donde el índice superior t indican el número de iteraciones y además t debe ser mayor que cero.

El uso del procedimiento de aproximación hiperbólico para resolver problemas de localización de multiservicios, se ha observado que un valor grande de ε (épsilon) converge rápidamente al valor de la función de aproximación. Sin embargo, la exactitud de la aproximación decrece con en incremento en los valores de ε (épsilon). Consecuentemente, en la solución de los problemas de localización usando (P.A.H.) un valor grande de ε (épsilon) es usado inicialmente y la solución que se obtiene, es usado como una solución de arranque, utilizando un valor más pequeño de ε (épsilon), hasta obtener decrementos insignificantes en los valores de $\left(x_j, y_j \right)$o en el valor de $min\ \ f\left(x_1, x_2, \ldots, x_n \right)$.

También es recomendable utilizar la solución de importancia como valor inicial para el procedimiento iterativo.

Otra alternativa muy prometedora para este tipo de problemas es la programación no lineal, la cual, resuelve los problemas sin necesidad de que sean diferenciables, la otra cualidad, puede tener un punto inicial arbitrario u en su defercto, el punto inicial se puede obtener con otros métodos (interpolación cúbica , interpolación cuadrada, etc.). El método ideal para resolver problemas de localización de varios nuevos de servicios es Powell, porque dicho método funciona para problemas diferenciables y no diferenciables, y además los métodos, Fibonacci y sección de oro funcionan como subrutinas para el método Powell.

IV SOLUCIÓN

IV.1 Comparación de métodos no lineales para resolver el problema de localización de servicios.

En la sección anterior, se analizó la base teórica de la programación no lineal. y los diferentes métodos que proporciona dicho tema, en el cuadro 1 se resumen los métodos que se consideraron.

Con base al cuadro 1 se determinó que los métodos que resuelve el problema de localización de servicios son los siguientes: Fibonacci, sección de oro y Powell para problemas no restringidos de una y de varias variables, es decir, para la localización de un nuevo servicio y para la localización de múltiples nuevos servicios.

En el cuadro 2 se resumen los resultados de los métodos que se programaron y la comparación con el método de aproximación hiperbólico

Métodos	***1ra. y 2da. derivada***	***Gradiente***	***Hessiano***	***No necesitan gradiente ni hessiano***
sin restricciones				
Métodos de una sola variable				
Fibonacci				X
Sección de oro				X
Interpolación cúbica		X		
Interpolación cuadrada				X
Newton-Raphson		X		
Métodos de varias variables				
Ascenso o descenso acelerado		X		
Newton		X	X	
Davidon-Fletcher-Powell		X	X	
Fletcher-Reeves		X		
Powell				X

Cuadro 1.

- Utilizan la derivada para linealizar el modelo, una vez que el modelo este linealizado el método se aplica directamente.

Métodos / ***Intervalo***	***Fibonacci*** $f(x^*)$ *óptima*	***Sección de oro*** $f(x^*)$ *óptima*	***Powell ***** $f(x^*)$ *óptima*	***A.P.H. ***** $f(x^*)$ *óptima*
0 - 20	0.58908	89.1888746		
0 - 10	47.8987061	47.89970		
0 -g 9	45.9770740	45.99110918		
0 - 8	45.82601	45.8373		
		)	45.812601	84.77
Mejorsolución	45.82601	45.8373	45.812601	

Cuadro 2.

****** Métodos que no utilizan intervalos.

Los resultados que se muestran en el cuadro se determinó con base a los ejemplos propuestos en [14. Love, 1988].

V CONCLUSIONES Y EXTENSIONES

1) A través de este trabajo, se establecen las desventajas que tienen al utilizar técnicas de optimización clásica, para la solución de problemas que requiera identificar extremos absolutos o globales y en aquellos problemas en donde se tenga un conjunto de restricciones; la optimización clásica, es insuficiente para resolver el problema de localización de servicios con restricciones de desigualdad y no lineal.

2)Debido a que el problema de localización de servicios que se analiza, es no lineal y además no diferenciable, los métodos de solución más apropiados para éste son: Fibonacci, sección de Oro y Powell. Las características de estos métodos, es que no requieren que el problema sea diferenciable y en segundo lugar no es necesario proporcionar un punto de partida para dichos métodos.

3) Otro de los resultados obtenidos, es que los métodos de solución que mejor se desarrollan son: Fibonacci y sección de Oro, para el caso más simple que se analiza, es decir, el problema de localización de un sólo servicio, para atender a varios centros de demanda, en donde el volumen de ésta, no dependen de la localización del servicio.

4). Otro resultado interesante que se obtuvo, fue para el problema de localización de varios servicios, en donde existe interacción entre ellos mismos y con los centros de demanda; en este punto, el problema de localización de un solo servicio puede ser considerado como un caso particular del problema de multiservicios; y el método de solución que mejor se desarrolló, fue el de Powell; utilizando como subrutinas los métodos que se mencionaron anteriormente (Fibonacci y sección de Oro).

5) Otro aspecto importante para el ejemplo prueba fue que, los métodos Fibonacci, sección de Oro y Powell, dieron mejores resultados, que los obtenidos, por el Método de Aproximación Hiperbólico, dichos resultados se muestran en el cuadro 3.

6) Se implementaron los algoritmos de Fibonacci, sección de oro y Powell en un equipo de computo.

Extensiones

Entre los problemas que deben analizarse como extensión de este trabajo se tienen los siguientes:

1) Analizar y resolver el problema de localización con espacio de solución discreto.

2) Analizar y resolver el problema de localización con limite en la capacidad de las fuentes de servicio.

3) Analizar y resolver el problema de localización con magnitud de demanda dinámica o probabilística.

4).Analizar y resolver el problema de localización con barreras de tráfico.

5).Para resolver el problema más complejo como es el de localización de servicios con restricciones, se propone utilizar el método de Wolfe, ya que éste utiliza las condiciones de Kuhn-Tucker y además linealiza el problema; con lo cual es más fácil de resolverlo.

6) Analizar y resolver el problema de localización, considerando al número de nuevos servicios como variables de decisión.

Métodos	***Fibonacci*** $f(x^*)$ *óptima*	***Sección de oro*** $f(x^*)$ *óptima*	***Powell*** $f(x^*)$ *óptima*	***A.P.H.*** $f(x^*)$ *óptima*
Solución	45.82601	45.8373	45.812601	84.77

Cuadro 3

De todo esto se puede hacer un análisis desde el punto de vista de programación no lineal, aunque también estos problemas pueden ser resueltos por métodos numéricos o métodos numéricos para ecuaciones diferenciales.

BIBLIOGRAFÍA

- Varela Jaime Enrique. "Introducción a la Investigación de Operaciones.", Ed. Fondo Educativo Interamericano, 1982.

- Lizarraga G. Ignacio M., "Iniciación a la Investigación de Operaciones.", Ed. Consejo Nacional para la Cultura y las Artes.

- Taha A. Hamdy. "Una introducción a la Investigación de Operaciones.", Ed. Alfaomega, 1989.

- Prawda Witenberg Juan., "Métodos y Modelos de Investigación de Operaciones.", Vol. 1. y 2, Ed. Limusa, 1989.

- Himmelblau M. David, "Applied Nolinear Programming.", Ed. McGraw-Hill Book Company, 1972.

- Avriel Mordegai, "Nolinear Programming: Analysis and Methods.", Ed. Printice-Hall, INC, 1976.

- Bazaraa S. Mokhtar, "Nolinear Programming: Analysis and Algoritms.", Ed. Wiley, 1993.

- Luenberger E. David, " Programación Lineal y no Lineal.", Addison-Wesley Iberoamericana, 1989.

- Aceves García R., "Localización de Servicios Modelos y Aplicaciones.", DEPFI, 1986.

- Francis R. L. and J. M. Goldstein, "Location Theory: a Selective Bibliography.", Orsa, 1974.

- Francis R. L. and John A. White, " Facility Layout and Location an Analytical Approach.", Ed. Cliffs, N,Y: Prentice- Hall, 1974.

- Cooper Leon, " Location-Allocation Problems.", Op. Res. Vol. II.

- Pitu B. Mirchadimi, Richard L. Francis, "Discrete Location Theory ", Ed. Wiley I. Intercienc: Series.

- Love F. Robert, Morris G. James and Wesolowsky O. G., "Facilities Location Models & Methods.", Ed. North-Holland.,1988.

- Thierauf J. Robert, Grosse Richard, "Toma de Decisiones por medio de Investigación de Operaciones, Ed. Limusa-Wiley, 1972,
Págs. 11-30.

- Shamblin E. James, Stevens G. T., "Investigación de Operaciones un enfoque practico.", Ed. McGraw-Hill, 1987, Págs. 1-5.

- Ackoff. Sasieni, "Fundamentos de Investigación de Operaciones.", Ed. Limusa, 1971, Págs. 11-32.

- Chiang C. Alpha, "Métodos fundamentales de Economía Matemática.", Ed. McGraw-Hill, 1991, Págs. 733-771