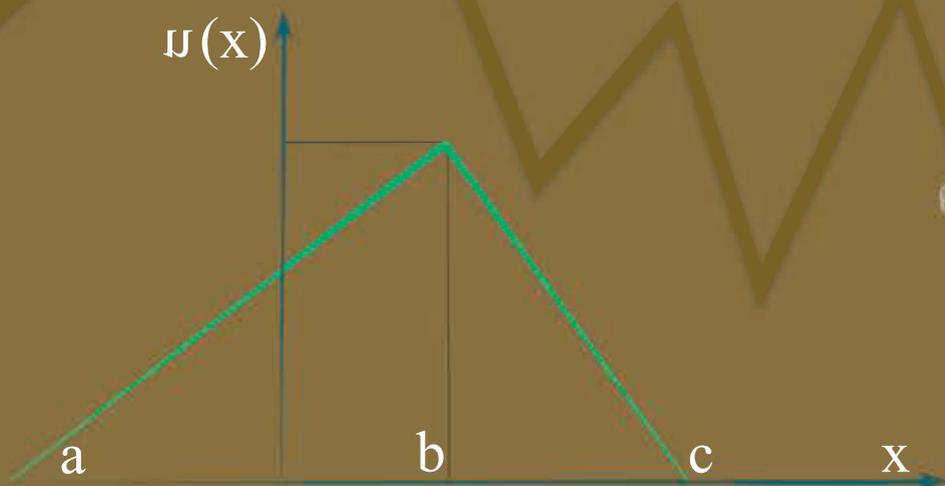


Beatriz Flores Romero • Gerardo Gabriel Alfaro Calderón
Mauricio Aurelio Chagolla Farías • Virginia Hernández Silva

PLANEACIÓN FINANCIERA

Un enfoque con Teoría de la Incertidumbre



Planeación Financiera:

Un Enfoque con Teoría de la Incertidumbre

Beatriz Flores Romero

Gerardo Gabriel Alfaro Calderón

Mauricio Aurelio Chagolla Farías

Virginia Hernández Silva



Planeación Financiera:

Un Enfoque con Teoría de la Incertidumbre

Beatriz Flores Romero

Gerardo Gabriel Alfaro Calderón

Mauricio Aurelio Chagolla Farías

Virginia Hernández Silva

Derechos reservados © 2019 respecto a la primera edición por: Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Universidad Autónoma de Nuevo León.

ISBN: 978-607-8717-01-9

EDITOR. EDITORIAL CIENPOZUELOS SA DE CV

Impreso en Morelia Michoacán México Printed in Morelia México

Esta obra se terminó de imprimir en Diciembre de 2019, se tiraron 1000 ejemplares.

Se prohíbe la reproducción total o parcial de esta obra, incluido diseño tipográfico y de portada, sea cual fuere el medio, electrónico o mecánico, sin el consentimiento de los autores.

Planeación Financiera:

Un Enfoque con Teoría de la Incertidumbre

Comité Editorial:

Cuerpo Académico de la UANL

TECNOLOGÍA INSTRUCCIONAL, EDUCACIÓN Y DESARROLLO HUMANO



Dra. María de Jesús Araiza Vázquez
Dr. José Felipe Ramírez Ramírez
Dr. Marco Vinicio Gómez Meza
Dra. Elizabeth Mendoza Cárdenas
Dra. Erika Yadira Pedraza Sánchez
Dr. Álvaro Francisco Salazar González



**UNIVERSIDAD MICHOACANA DE
SAN NICOLAS DE HIDALGO**

Rector

Dr. Raúl Cárdenas Navarro

Secretario General

L.E. Pedro Mata Vázquez

Secretario Académico

Dr. Orépani García Rodríguez

Coordinador de la Investigación Científica

Dr. Marco Antonio Landavazo Arias



FACULTAD DE CONTADURÍA Y CIENCIAS ADMINISTRATIVAS

Dr. Evaristo Galeana Figueroa

Director

M.A. Juan Campos Deslgado

Subdirector

Dra. Alejandra Berenice García Torres

Secretaria Académica

Planeación Financiera:

Un Enfoque con Teoría de la Incertidumbre

INDICE

CAPÍTULO I PLANEACIÓN FINANCIERA

Conceptos	2
Métodos	2

CAPÍTULO II EL ANÁLISIS DE EQUILIBRIO EN LAS GRANDES EMPRESAS Y LA NECESIDAD DE REPLICARSE EN LAS PYMES, COMO HERRAMIENTA PARA MEJORAR LA PRODUCTIVIDAD

Experiencia reciente en México	8
Definición de costo y gasto	10
Clasificación de los costos	13
Comportamiento de los costos	16
Modelo Costo – Volumen – Utilidad	18
Planeación Financiera	22
Análisis de Sensibilidad	22
Benchmarking	23
Caso: Corporativo Fragua	24

CAPÍTULO III DECISIONES FINANCIERAS EN LA INCERTIDUMBRE

Introducción	31
Marco de referencia	32
Determinación del punto de equilibrio	32

CAPÍTULO IV EVALUACIÓN DE INVERSIONES A TRAVÉS DEL RENDIMIENTO UNITARIO SOBRE LA INVERSIÓN

Incertidumbre	44
Método del Rendimiento Unitario sobre la Inversión	46
Caso de Aplicación	61

CAPÍTULO V EVALUACIÓN DE INVERSIONES A TRAVÉS DEL VALOR ACTUAL NETO

Método del Valor Actual Neto	76
Caso de Aplicación No. 1	87
Caso de Aplicación No. 2	95

CAPÍTULO VI EVALUACIÓN DE INVERSIONES A TRAVÉS DE MÚLTIPLES IRR

Evaluación de Proyectos de Inversión	100
Método del Valor Actual Neto	100
Múltiples IRR Fuzzy en el Entorno de Decisión Financiera	107
Fuzzificación del Algoritmo de James C.T. Mao	112
Caso de Aplicación No. 1	114
Caso de Aplicación No. 2	121

CAPÍTULO I

PLANEACION FINANCIERA

Resumen

Las consecuencias de la crisis económica global de la década pasada, la deuda soberana de nuestro país (Requerimientos Financieros del Sector Publico), la imposición de aranceles a productos mexicanos, que de manera unilateral ha decretado el gobierno de EEUU, la suspensión del NAIM, los altos costos de los combustibles y la depreciación de nuestra moneda, son solo algunos de factores que influyen de manera negativa en la atracción de inversión y en la economía de nuestro país, de manera particular en el desarrollo de las empresas mexicanas, siendo las más afectadas aquellas que tienen altos costos, y como consecuencia de esto, una baja productividad y pocas o nulas utilidades; en este sentido, son las empresas grandes las que tienen la infraestructura necesaria para aminorar el impacto negativo de estos factores externos e internos; de aquí se deriva la necesidad de realizar una planeación financiera (análisis financiero prospectivo), y que esto sirva como herramienta financiera para las pymes.

Las Micro, Pequeñas y Medianas Empresas no tienen acceso a servicios de asesoría y consultoría por los altos costos que ésta representa con respecto a sus ingresos. Sin embargo son estas, las que probablemente más lo necesitan, representando el 99.7% de las empresas en nuestro país, según cifras del INEGI.

El objetivo del presente trabajo es realizar un análisis financiero prospectivo a grandes empresas, y que esta información pueda ser utilizada en las pymes; esto permitirá tener una herramienta financiera de planeación estratégica en las pymes.

De acuerdo con una serie de estudios Ibarra, (2005), Van Auken & Howard (1993) concluyen que las principales causas de fracaso en las pequeñas y medianas empresas son:

1. *Falta de planificación financiera,*
2. *Acceso limitado a la financiación,*
3. *Falta de capital,*
4. *Crecimiento no planificado,*

5. *Proyección baja de recursos estratégicos y financieros,*
6. *Falta de reinversión de utilidades,*
7. *Inversión excesiva en activos fijos y,*
8. *Capital mal administrado.*

Lo anterior nos obliga a conocer más sobre la planeación financiera y sus métodos

Conceptos

Para Perdomo Moreno A. (1997), es una Herramienta que aplica el administrador financiero, para la evaluación proyectada, estimada o futura de un empresa pública, privada, social o mixta y que sirva de base para tomar decisiones acertadas.

Métodos

Dentro de los métodos de planeación financiera más conocidos, se pueden mencionar:

1. Modelo costo-volumen-utilidad
2. Apalancamiento operativo
3. Apalancamiento financiero
4. Pronósticos financieros
5. Presupuestos financieros
6. Árboles de decisión
7. Proyectos de inversión
8. Estados financieros proyectados

Por su importancia, nos referimos al Modelo costo-volumen-utilidad:

Las empresas emplean el modelo costo-volumen-utilidad, conocido también como análisis del punto de equilibrio, para determinar el nivel de las operaciones necesarias para cubrir todos los costos, y evaluar la rentabilidad asociada con varios niveles de ventas.

De acuerdo con Ramírez Padilla (2008), el modelo costo-volumen-utilidad, es un apoyo fundamental en la actividad de planeación, es decir, en el diseño de las acciones que permitirán lograr el desarrollo integral de la empresa. Este modelo ayuda a implantar la última etapa del modelo de planeación estratégica y facilita la toma de decisiones y la implantación de acciones concretas.

El modelo costo-volumen-utilidad, es una técnica de uso muy generalizado en la planeación de las utilidades, de las ventas y en consecuencia de la producción, y sirve para:

- Determinar el nivel de ingresos necesario para cubrir todos los costos relativos a estas,
- Evaluar la rentabilidad de los diversos niveles de producción y ventas,
- Planear la producción,
- Planear las ventas,
- Planear resultados,
- Controlar costos,
- Tomar decisiones.

La planeación financiera constituye un importante aspecto de las operaciones de la empresa, porque proporciona el mapa de ruta para guiar, coordinar y controlar sus operaciones de manera que logre sus objetivos. Dos elementos clave del proceso de planeación financiera son la planeación del efectivo y la planeación de las utilidades.

El proceso de planeación financiera comienza con los planes financieros a largo plazo, o estratégicos. Estos planes, a su vez, guían la formulación de los planes y presupuestos a corto plazo, u operativos.

Por lo general, los planes y presupuestos a corto plazo implementan los objetivos estratégicos a largo plazo implementan los objetivos estratégicos a largo plazo de la empresa.

El proceso de planeación financiera comienza con un pronóstico de ventas para los siguientes años. Entonces se determinan los activos requeridos para satisfacer los objetivos de ventas y se decide como financiar dichos activos. En ese momento es posible proyectar los estados de resultados, los balances generales y las utilidades y dividendos por acción, así como pronosticar las razones fundamentales.

CAPÍTULO II

EL ANÁLISIS DE EQUILIBRIO EN LAS GRANDES EMPRESAS Y LA NECESIDAD DE REPLICARSE EN LAS PYMES, COMO HERRAMIENTA PARA MEJORAR LA PRODUCTIVIDAD

Resumen

Actualmente las empresas compiten para obtener mayor participación en el mercado y desde luego, mayores ingresos, lo que se traduce en mayores beneficios económicos para los accionistas; esta competencia se basa principalmente en el análisis del mercado (estudio de la competencia, de los clientes, de los proveedores, de los productos, del financiamiento, etc.), y particularmente de la empresa; análisis que implica recursos técnicos, humanos y financieros; en este sentido, son las grandes empresas quienes tienen la infraestructura y recursos necesarios para realizar este tipo de estudios, de aquí se deriva la necesidad de estudiar la estructura de precios, costos y utilidad en estas empresas, para con base en ello, tratar de replicar esta estructura en las micro, pequeñas y medianas empresas (PYMES), mismas que representan el 99.8% de las empresas en nuestro país, según cifras de la OCDE.

Dentro del análisis de los costos, precios y utilidad, una herramienta que merece especial atención es la conocida como modelo costo-volumen-utilidad, o análisis de equilibrio, misma que permite conocer la relación de los costos totales (costos fijos más costos variables) con respecto a los ingresos; así mismo, ayuda a planear la producción, las ventas y las utilidades.

Las micro, pequeñas y medianas empresas, tienen poco o nulo acceso a servicios de consultoría, por los altos costos que estos representan; sin embargo, son las pymes las que posiblemente más los necesitan, y también las que más fácilmente logran mejorar sus procesos, de aquí la necesidad

de tratar de replicar comportamientos de las grandes empresas en las pymes, particularmente en lo referente a costos e ingresos.

Palabras clave:

Análisis de equilibrio, costos, ingresos, utilidad, contribución marginal.

Abstract

Currently, companies compete to obtain greater market share and, of course, higher revenues, which translates into greater economic benefits for shareholders; This competition is mainly based on the analysis of the market (study of competition, customers, suppliers, products, financing, etc.), and particularly the company; analysis involving technical, human and financial resources; In this sense, it is the large companies that have the necessary infrastructure and resources to carry out this type of studies, hence the need to study the structure of prices, costs and utility in these companies, to base on that, try to replicate this structure in micro, small and medium enterprises (SMEs), which represent 99.8% of companies in our country, according to OECD figures.

Within the analysis of costs, prices and utility, a tool that deserves special attention is the one known as “cost-volume- utility ratio” or balance analysis, which allows to know the relationship of total costs (fixed costs plus variable costs) with respect to income; likewise, it helps to plan production, sales and profits.

The micro, small and medium enterprises, have little or no access to consulting services, due to the high costs they represent; However, it is SMEs that possibly need them most, and also the ones that most easily manage to improve their processes, hence the need to try to replicate the behavior of large companies in SMEs, particularly in terms of costs and revenues.

Keywords:

Analysis of balance, costs, income, profit, marginal contribution

Introducción

De acuerdo a la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económicos OCDE (2013) las PyMEs representan

99.8% de las empresas y 72.3% de las fuentes de empleo en México. Además de la magnitud del sector de las PyMEs en México, uno de sus rasgos distintivos es su elevada proporción de microempresas (que emplean a menos de 10 personas); estas representan 96.1% de empresas en México, una de las proporciones más altas de los países de la OCDE. Representando la mayoría de las PyMEs mexicanas.

Sin embargo, la productividad de las microempresas es baja. En conjunto, sólo constituyen 18% de la producción mexicana, en contraste con 40% del empleo. Además, sus niveles de productividad en realidad se redujeron entre 2003 y 2008. Esta baja productividad en parte está vinculada a la gran cantidad de empresas en México que operan fuera del sector formal. Las empresas informales carecen de acceso a créditos y buscan no ser visibles en vez de crecer. Se necesita un gran esfuerzo para ayudar a estas empresas a modernizarse, entrar al sector formal y aumentar su productividad y aportación al valor agregado. De lo anterior, se desprende la necesidad de fomentar la generación de información financiera en este tipo de empresas, y coadyuvar al desarrollo y crecimiento de las mismas.

Al paso del tiempo estas PyMEs por su condición, se ven envueltas en problemas y dificultades debido a la falta de recursos financieros, humanos y operativos e incluso tecnológicos, por no contar con la experiencia y conocimientos en su personal para administrar la entidad económica.

Con base en Ayala y Morales (2018), algunas otras problemáticas que presentan las MiPyMEs son: falta de capacitación y planeación de actividades, desconocimiento en el área administrativa y financiera, falta de control en las cuentas por cobrar, desconocimiento de los gastos fijos y esporádicos y falta de registro de sus operaciones de compra o venta.

Por otro lado, las herramientas financieras dentro una empresa juegan un papel muy importante para el desarrollo de sus actividades, generación de ganancias y asignación de recursos. En las PyMEs, estas herramientas son indispensables para el crecimiento del negocio.

Las micro, pequeñas y medianas empresas, tienen una gran importancia en la economía, en el empleo a nivel nacional y regional, tanto en los países industrializados como en los de menor grado de desarrollo. Las empresas micro, pequeñas y medianas representan a nivel mundial el segmento de la economía que aporta el mayor número de unidades económicas y personal ocupado; de ahí la relevancia que reviste este tipo de empresas y la necesidad de fortalecer su desempeño, al incidir éstas de manera fundamental en el comportamiento global de las economías nacionales; de hecho, en el contexto internacional se puede afirmar que el 90%, o un porcentaje superior de las unidades económicas totales, está conformado por las micro, pequeñas y medianas empresas. Los criterios para clasificar a la micro, pequeña y mediana empresa son diferentes en cada país, de manera tradicional se ha utilizado el número de trabajadores como criterio para estratificar los establecimientos por tamaño y como criterios complementarios, el total de ventas anuales, los ingresos y/o los activos fijos.

Experiencia reciente en México

En el año de 1978 se creó el Programa de Apoyo Integral a la Industria Mediana y Pequeña (PAI), en el cual se agruparon varios fondos y fideicomisos. Este programa se enfocó al apoyo de los establecimientos que ocupaban entre 6 y 250 personas, considerados como pequeña y mediana

industria, mientras que a los establecimientos que empleaban cinco o menos personas, se les consideraba como talleres artesanales y no eran objeto de este programa de apoyo. En marzo de 1979, a través del Plan Nacional de Desarrollo Industrial, se consideró como pequeña industria a aquella cuya inversión en activos fijos era menor a 200 veces el salario mínimo anual vigente en el Distrito Federal (10 millones de pesos de aquel entonces). No fue sino hasta el año de 1985 que la Secretaría de Comercio y Fomento Industrial (SECOFI), actualmente Secretaría de Economía, estableció de manera oficial los criterios para clasificar a la industria de acuerdo con su tamaño. El 30 de abril de ese año, publicó en el Diario Oficial de la Federación el programa para el Desarrollo Integral de la Industria Pequeña y Mediana, en el que se establece la clasificación bajo los siguientes estratos:

- **Microindustria.** Las empresas que ocuparan hasta 15 personas y el valor de sus ventas netas fuera hasta 30 millones de pesos al año.
- **Industria Pequeña.** Las empresas que ocuparan hasta 100 personas y sus ventas netas no rebasaran la cantidad de 400 millones de pesos al año.
- **Industria Mediana.** Las empresas que ocuparan hasta 250 personas y el valor de sus ventas no rebasara la cantidad de mil 100 millones de pesos al año.

Desde entonces, el marco normativo y regulatorio de las actividades económicas de las micro, pequeñas y medianas empresas lo ha establecido la Secretaría de Economía (antes SECOFI). A partir de 1990 existen seis pronunciamientos acerca de los criterios para la definición de las micro, pequeñas y medianas empresas, realizados los primeros cuatro de ellos por la entonces Secretaría de Comercio y Fomento Industrial, y los últimos dos, por la actual Secretaría de Economía, en las siguientes fechas:

- 18 de mayo de 1990
- 11 de abril de 1991
- 03 de diciembre de 1993
- 30 de marzo de 1999
- 30 de diciembre de 2002
- 30 de junio de 2009

Cuadro

1.1

Estratificación de empresas publicada en el Diario Oficial de la Federación 30 de junio de 2009

Cuadro 4

Sector	Estratificación								
	Micro			Pequeña			Mediana		
	Personal	Rango de monto de ventas anuales (mdp)	Tope máximo combinado*	Personal	Rango de monto de ventas anuales (mdp)	Tope máximo combinado*	Personal	Rango de monto de ventas anuales (mdp)	Tope máximo combinado*
Industria	De 0 a 10	Hasta \$4	4.6	De 11 a 50	Desde \$4.01 hasta \$100	95	De 51 a 250	Desde \$100.1 hasta \$250	250
Comercio	De 0 a 10	Hasta \$4	4.6	De 11 a 30	Desde \$4.01 hasta \$100	93	De 31 a 100	Desde \$100.1 hasta \$250	235
Servicios	De 0 a 10	Hasta \$4	4.6	De 11 a 50	Desde \$4.01 hasta \$100	95	De 51 a 100	Desde \$100.1 hasta \$250	235

Tope Máximo Combinado = (Trabajadores) x 10% + (Ventas Anuales) x 90.
mdp= Millones de pesos.

Fuente: Censos Económicos (2009) Micro, pequeña y mediana empresa: estratificación de los establecimientos: Censos Económicos

Instituto Nacional de Estadística y Geografía.-

México: INEGI. c2011

Definición de costo y gasto

Cristóbal del Río González *et al* (2011), lo definen como la suma de esfuerzos y recursos que se han invertido para producir algo, o lo que se sacrifica o se desplaza en lugar de la cosa elegida.

De acuerdo al Consejo Mexicano de Normas de Información Financiera, A. C. (2019), la NIF A5, párrafo 51, define el costo y gasto como decrementos de los activos o incrementos de los pasivos de una entidad, durante un período contable, con la intención de generar ingresos y con un impacto desfavorable en la utilidad o pérdida neta, o, en su caso, en el cambio neto en el patrimonio contable y, consecuentemente, en su capital ganado o patrimonio contable, respectivamente.

Por costo debe entenderse, para fines de los estados financieros, que el valor de los recursos que se entregan o prometen entregar a cambio de un bien o un servicio adquirido por la entidad, con la intención de generar ingresos².

De acuerdo a Charles T. Horngren y George Foster (2007), costo, son los recursos sacrificados o perdidos para alcanzar un objetivo específico.

Para García Colín (2014), costo es el valor monetario de los recursos que se entregan o prometen entregar a cambio de bienes o servicios que se adquieren.

De acuerdo a Calleja Bernal (2001), costos son las erogaciones hechas o por hacer, hasta que un bien está listo para el fin que se destina.

Ortega Pérez de León (1990), define a los costos como el conjunto de pagos, obligaciones contraídas, consumos, depreciaciones, amortizaciones y aplicaciones atribuibles a un periodo determinado, relacionadas con las funciones de producción, distribución, administración y financiamiento.

Morales Bañuelos et al (2017), definen el costo como cualquier erogación o salida de efectivo que realiza la empresa para obtener un bien o servicio del cual se espera un beneficio futuro. En una compañía lucrativa, los beneficios futuros generalmente se traducen en ingresos. Los costos que ya generaron un ingreso se dice que ya expiraron.

Costo y gasto

Cuando los costos tienen un potencial para generar ingresos en el futuro, representan un activo. Una pérdida es un costo ya expirado que nunca genero un ingreso.

Cuando se obtiene el ingreso asociado a un activo, su costo relativo se convierte en gasto (llamado también "costo expirado") sin embargo, al reconocerse en el estado de resultados o estado de actividades, asociándolo expresamente con el ingreso relativo, es común que se le siga llamando costo; por ejemplo, el costo de ventas o el costo por venta de propiedades, planta o equipo.

Existen costos que no pueden identificarse claramente con un ingreso relativo o que perdieron su potencial generador de ingresos; éstos deben considerarse gastos desde el momento en que se devengan.

Ante un ingreso que se devenga a lo largo de varios periodos contables, el costo o gasto asociado debe reconocerse de manera sistemática y racional en dichos periodos contables (ejemplo de estos son las depreciaciones y las amortizaciones de activo).

El sacrificio realizado se mide en unidades monetarias, mediante la reducción o el aumento de pasivos en el momento en que se obtiene el beneficio. En el momento de la adquisición se incurre en el costo, el cual puede beneficiar al periodo en que se origina o a uno o varios periodos posteriores a aquel en que se efectuó. Por lo tanto, en términos generales costo y gasto son lo mismo; aunque algunas diferencias específicas entre ellos son:

a) La función a la que se asigna

Los costos se relacionan con la función de producción, mientras que los gastos se relacionan con las funciones de venta, administración y financiamiento.

b) Tratamiento contable

Los costos se incorporan a los inventarios de materia prima, producción en proceso y artículos terminados y se reflejan como activo circulante dentro del balance general; los costos de producción se llevan al estado de resultados mediata y paulatinamente; es decir, cuando, y a medida que, los productos elaborados se venden, por lo que afectan el renglón costo de los artículos vendidos.

Los gastos de venta, administración y financiamiento no corresponden al proceso productivo; es decir, no se incorporan al valor de los productos elaborados, sino que se consideran costos del periodo: se llevan al estado de resultados inmediata e íntegramente en el periodo en que se realizan.

A continuación se presenta la clasificación de los costos que hace Ramírez Padilla (2008).

Clasificación de los costos

Clasificación de los costos	1.- De acuerdo con la función en la que se originan	Costos de producción Costos de distribución y venta Costos de administración Costos de financiamiento	
	2.- De acuerdo con su identificación con una actividad, departamento o producto	Costos directos	
		Costos indirectos	
	3.- De acuerdo con el tiempo en que fueron calculados	Costos históricos	
		Costos predeterminados	
	4.- De acuerdo con el tiempo en que se cargan o se enfrentan a los ingresos	Costos del periodo	
		Costos del producto	
	5.- De acuerdo con el control que se tenga sobre la ocurrencia de un costo	Costos controlables	
		Costos no controlables	
	6.- De acuerdo con su comportamiento	Costos variables	Discrecionales Comprometidos
		Costos fijos	
Costos semivariables o semifijos			
7.- De acuerdo con su importancia en la toma de decisiones	Costos relevantes		
	Costos irrelevantes		
8.- De acuerdo con el tipo de sacrificio en que se ha incurrido	Costos desembolsables		
	Costos de oportunidad Costos virtuales		
9.- De acuerdo con el cambio originado por un aumento o disminución de la actividad	Costos sumergidos	Decrementales Incrementales	
	Costos diferenciales		
10.- de acuerdo con su relación con una disminución de actividades	Costos evitables		
	Costos inevitables		
11.- De acuerdo a su impacto en la calidad	Fallas internas		
	Fallas externas		
	Evaluación		
	Prevención		

Cuadro 1.2 Clasificaciones en que pueden comprenderse los costos

Fuente: Ramírez Padilla, D. N. (2008).

Para el tema que nos ocupa, abordaremos únicamente la clasificación que se hace de acuerdo al comportamiento de los costos; los costos de producción, de venta, de administración, financieros y otros costos se clasifican de acuerdo a su comportamiento en:

- Costos fijos
- Costos variables
- Costos mixtos o semivariables.

Costos fijos

Son aquellos costos que permanecen constantes en su magnitud dentro de un periodo determinado, independientemente de los cambios registrados en el volumen de operaciones realizadas⁴.

Los costos fijos son aquellos que la empresa debe pagar en un periodo determinado, independientemente del volumen de ventas alcanzado durante el mismo. Estos costos suelen ser contractuales: el alquiler, por ejemplo, es un costo fijo. Como los costos fijos no varían en función de las ventas, acostumbramos medirlos en relación con el tiempo.

Para Morales Bañuelos et al (2017), costos fijos son los que permanecen constantes a cierto nivel de actividad durante el rango relevante. Los costos fijos se consideran como tal en su monto global, pero unitariamente se consideran variables.

Son aquellos costos que sostienen la estructura operativa de la empresa; es decir, aquellos que permanecen constantes en su magnitud durante un rango relevante de tiempo o actividad, independientemente de que se produzca o deje de hacerlo. Estos costos son una función del tiempo y no de las ventas, por lo general se establecen mediante un contrato; sueldos y salarios, rentas, primas de seguros, depreciaciones y amortizaciones de activo, siempre y cuando se aplique de conformidad a la NIF C-6, el método denominado línea recta, entre otros, son ejemplos de este tipo de costos.

Costos variables

Son aquellos costos cuya magnitud cambia en razón directa al volumen de operaciones realizadas.

Los costos variables cambian a consecuencia directa del volumen de ventas. Los costos de envío, por ejemplo, son variables. Casi siempre los costos variables se miden en unidades monetarias por unidad vendida.

Morales Bañuelos et al (2017), definen los costos variables, como aquellos que cambian o fluctúan en relación directa a un nivel de actividad, sobre el rango relevante. Estos costos se incrementan al aumentar el nivel de producción y disminuyen cuanto este decrece. El costo variable se considera fijo, mientras que en forma total se considera variable

Aquellos costos que son directamente proporcional al volumen de producción y/o distribución; en otras palabras, a mayor producción corresponderá mayor cantidad de estos costos. Como ejemplo podemos referirnos a la materia prima, en donde para producir un artículo "w" se requiere 3 metros de material "a"; para producir 1.000 artículos "w", se requerirán 3,000 metros de material "a" (1,000 unidades x 3 m.). Otros ejemplos son: la energía eléctrica aplicada a la producción en el caso de una industria, la mano de obra excedente (servicios extraordinarios), los costos de depreciaciones y amortizaciones de activo, siempre y cuando se utilice de conformidad con la NIF C-6 el método de actividad: unidades producidas, etc.

Costos mixtos o semivARIABLES

Son aquellos costos que no son una cantidad constante, y que siendo un cantidad variable, mantienen una relación que no es directamente proporcional al volumen de producción y/o ventas; esto es, que para producir una cantidad determinada de productos, se hace necesario erogar un costo; pero un cambio mayor o menor en dicho volumen no incrementaría o disminuiría en la misma proporción el costo. Para ejemplificar lo anterior, supongamos lo siguiente: el sueldo de un

supervisor de producción cuya cantidad de unidades o productos supervisados sea de 5,000, en caso de que la empresa decida producir 7,000 productos, tendrá que contratar un segundo supervisor; o, en el caso de disminuir la producción a 4,000 unidades, el costo de supervisión no será afectada en esa proporción.

De aquí que a este tipo de costos también se le conozca con el nombre de costos semivariables, por contener una raíz fija y un elemento variable. Otro ejemplo puede ser el pago que se realiza a los agentes vendedores; por un lado tienen un sueldo base y por otro comisiones, estas últimas están en función de lo que logren vender, de igual forma puede mencionarse el costo de depreciación y amortización de activo, cuando de acuerdo a la NIF C-6 se utilice cualquiera de los métodos: suma de números dígitos, saldos decrecientes, y saldo decreciente con doble declinación.

Rango relevante

Los patrones de comportamiento de los costos fijos y variables en función al volumen de producción descritos previamente resultan válidos para un periodo limitado y por medio de una escala precisa de actividad de la compañía, las que juntas constituyen el llamado rango relevante.

Rango o escala relevante, rango entre niveles de actividad, en los cuales los costos fijos permanecen constantes.

Comportamiento de los costos

Al clasificar los costos en alguna de las categorías anteriores, se deberá hacer en función de qué tanto reacciona este ante un cambio en el nivel de actividad dentro de una escala relevante; el costo que permanece constante independientemente de que incremente o disminuya el nivel de actividad, es un costo fijo; caso contrario, cuando el costo se modifica ante un cambio en el nivel de actividad,

es un costo variable; por último, si el costo se comporta diferente a los dos anteriores, entonces se trata de un costo mixto.

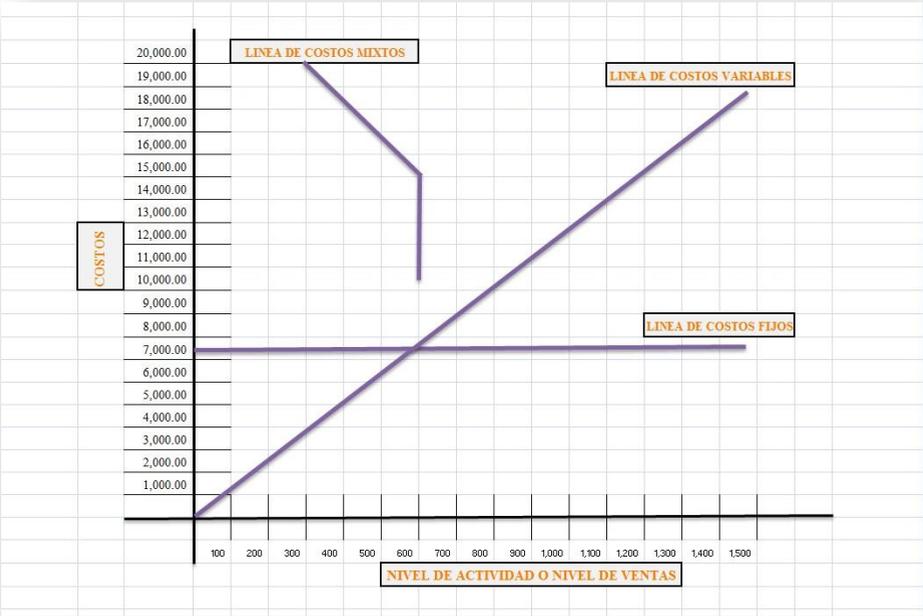


Figura 1.1 Comportamiento de los costos

Fuente: Elaboración propia.

Modelo Costo-Volumen-Utilidad

Las empresas emplean el análisis del punto de equilibrio, conocido también como análisis de costo, volumen y utilidad, para determinar el nivel de las operaciones necesarias para cubrir todos los costos, y evaluar la rentabilidad asociada con varios niveles de ventas.

De acuerdo con Ramírez Padilla (2008), el modelo costo-volumen-utilidad, es un apoyo fundamental en la actividad de planeación, es decir, en el diseño de las acciones que permitirán lograr el desarrollo integral de la empresa. Este modelo ayuda a implantar la última etapa del modelo de planeación estratégica y facilita la toma de decisiones y la implantación de acciones concretas.

Este modelo, como parte de las herramientas de la contabilidad administrativa sirve de apoyo a la administración principalmente en dos funciones: la planeación y el control.

En el proceso de planeación operativa o a corto plazo toda empresa debe estar consciente de que tiene tres elementos para encauzar su futuro: costos, volúmenes y precios. El éxito dependerá de la creatividad e inteligencia con que se manejen dichas variables.

El modelo costo-volumen-utilidad, más comúnmente llamado análisis de equilibrio, es una técnica de uso muy generalizado en la planeación de las utilidades, de las ventas y en consecuencia de la producción, y sirve para:

- Determinar el nivel de ingresos necesario para cubrir todos los costos relativos a estas,
- Evaluar la rentabilidad de los diversos niveles de producción y ventas,

- Planear la producción,
- Planear las ventas,
- Planear resultados,
- Controlar costos,
- Tomar decisiones.

Punto de equilibrio

De acuerdo a Charles T. Hongreen y George Foster (2007), el punto de equilibrio es la cantidad de producción vendida en la que el total de ingresos es igual al total de costos; es decir, la utilidad operativa es cero.

Según Gitman L. J. y Zutter C. J. (2016), el punto de equilibrio operativo de la compañía es el nivel de ventas necesario para cubrir todos sus costos operativos. En este punto las utilidades antes de intereses e impuestos (UAI) son iguales a \$ 0.

Para Besley y Brigham (2008), El análisis del punto de equilibrio operativo tiene que ver con la evaluación de la producción y ventas para determinar cuál es el nivel mínimo en el cual los ingresos por ventas de la empresa pagan apenas sus costos operativos: el punto en el que la utilidad de operación es cero.

Para Van Horne y Wachowicz (2010), el punto de equilibrio, es el volumen de ventas requerido para que los ingresos totales y los costos totales sean iguales, puede expresarse en unidades o en dinero de ventas.

Podemos concluir que el punto de equilibrio es el volumen de producción y ventas con el cual el ingreso total compensa exactamente los costos totales, que son la suma de los costos fijos y los costos variables.

El punto de equilibrio es una representación gráfica o matemática del nivel de apalancamiento operativo de una empresa. Se basa en la relación entre los ingresos totales de la empresa y su costo total, según cambia la producción.

Punto de equilibrio en unidades

La ecuación del equilibrio financiero, se deriva de la definición del punto de equilibrio

$$\mathbf{Ingreso\ total = Costo\ total}$$

Si conocemos el precio de venta y lo multiplicamos por “x” número de unidades, obtenemos los ingresos totales. Asimismo, la suma de los costos fijos más los costos variables (costo variable unitario por “x” número de unidades), da como resultado los costos totales.

$$\mathbf{Ingreso\ total = Costo\ total}$$

$$\mathbf{Ingreso\ total = Costo\ variable\ total + Costo\ fijo\ total}$$

$$\mathbf{(Precio\ de\ vta.\ unitario)(us.\ ventas) = (Costo\ var.\ unitario)(us.\ ventas) + Costo\ fijo}$$

Despejando la incógnita “us. ventas”, y considerándola como “x”, tenemos que:

$$\mathbf{(Precio\ de\ vta.\ unit.)(us.\ ventas) = (Costo\ var.\ unitario)(us.\ ventas) + Costo\ fijo}$$

$$\mathbf{(Precio\ de\ vta.\ unitario)(x) = (Costo\ var.\ unitario)(x) + Costo\ fijo}$$

$$\mathbf{(x)(Precio\ de\ vta.\ unitario - Costo\ variable\ unitario) = Costo\ fijo}$$

$$(x) = \frac{\text{Costos fijos totales}}{\text{Precio de venta unitario} - \text{Costo variable unitario}}$$

$$\text{Punto de Equilibrio en unidades} = \frac{\text{Costos fijos totales}}{\text{Precio de venta unitario} - \text{Costo variable unitario}}$$

Ecuación no. 1

Punto de equilibrio monetario

El punto de equilibrio puede ser calculado en términos monetarios mediante el uso de un **margen de contribución o contribución marginal**.

Contribución marginal.-

Se define como el porcentaje de cada unidad monetaria de ventas que resulta luego de pagar los costos variables de operación.¹

$$\text{Contribución Marginal} = 1 - \left[\frac{\text{Costos variables totales}}{\text{Ingresos totales}} \right]$$

Ecuación no. 2

Una vez conocida la contribución marginal, podemos calcular el punto de equilibrio en términos monetarios, dividiendo el importe de los costos fijos totales entre el citado margen de contribución, como se ilustra a continuación:

$$\text{Punto de Equilibrio monetario} = \frac{\text{Costos fijos totales de operación}}{\text{Contribución marginal}}$$

Ecuación no. 3

¹ Gitman, Lawrence J. *Administración Financiera*. 1991.

$$\text{Punto de Equilibrio monetario} = \frac{\text{Costos fijos totales de operación}}{1 - \left[\frac{\text{Costos variables totales}}{\text{Ingresos totales}} \right]}$$

Ecuación no. 4

Planeación Financiera

Volumen Requerido de Ventas (VRV)

El Volumen Requerido de Ventas lo podemos definir como el ingreso que una empresa planea generar a través de sus ventas, para así obtener un remanente llamado utilidad (planeación de utilidades), y la ecuación del VRV se deriva de la ecuación del punto de equilibrio:

$$\text{Volumen Requerido de Ventas monetario} = \frac{\text{Costos fijos totales} + \left(\frac{\text{Utilidad planeada}}{100\% - \% \text{ impuestos}} \right)}{\text{Contribución marginal}}$$

Ecuación No. 5

Esto es:

$$\text{Volumen Requerido de Ventas monetario} = \frac{\text{Costos fijos totales} + \left(\frac{\text{Utilidad planeada}}{100\% - \% \text{ impuestos}} \right)}{1 - \left[\frac{\text{Costos variables totales}}{\text{Ingresos totales}} \right]}$$

Ecuación No. 6

Análisis de sensibilidad

En un proyecto individual, la sensibilidad debe hacerse con respecto al parámetro más incierto; por ejemplo, si se tiene una incertidumbre con respecto al precio de venta del artículo que se proyecta fabricar, es importante determinar que tan sensible es el Punto de Equilibrio con respecto al precio de venta. Si se tienen dos o más alternativas, es importante determinar las condiciones en que una alternativa es mejor que otra.

El punto de equilibrio en unidades de una empresa está sujeto a distintas variables: los costos fijos, los costos variables y el precio de venta unitario. Los efectos originados por los incrementos y decrementos sobre cada una de estas variables pueden determinarse fácilmente por medio de la ecuación del punto de equilibrio, a este procedimiento se le conoce como "análisis de sensibilidad".

El análisis de sensibilidad es la creación de escenarios financieros, y evaluar el efecto que tiene un incremento o decremento en las variables que intervienen en la determinación del punto de equilibrio, por ejemplo:

- ¿Cómo se afectarían los costos e ingresos, si vendemos 10% más?
- ¿Cómo se afectarían los costos e ingresos, si elevamos o reducimos el precio de venta?
- Si los costos variables se incrementan un 5%, ¿Qué efecto se dará en el punto de equilibrio?

Benchmarking:

De acuerdo con Ramírez Padilla, D. N. (2008), el benchmarking es el proceso sistemático en el cual se compara continuamente a la organización con las empresas líderes a nivel mundial con el fin de encontrar las mejores prácticas de la industria para ayudar a la organización a tener un mejor desempeño. En pocas palabras el benchmarking implica encontrar a la empresa líder y seguir sus pasos en la medida de lo posible.

El objetivo básico de una empresa es maximizar utilidades. Existen situaciones en que el empresario debe adoptar decisiones que en el corto plazo impliquen trabajar con pérdidas, pero que permitirán la permanencia competitiva del negocio en el mediano y largo plazos.

El modelo que le permitirá a la administración del negocio tomar decisiones sobre precios, costos, producción y, en algunos casos, precios de venta, es el denominado Costo-Volumen-Utilidad o Punto de Equilibrio.

El modelo Costo-Volumen-Utilidad (CVU) consiste en analizar el comportamiento de los costos totales, de los ingresos totales y de la utilidad total, como efecto en los cambios en el nivel de producción, precio de venta o en los costos fijos o variables.

Metodología:

Revisión documental de los diferentes escritos relacionados a los costos, al análisis financiero y su aportación en la toma de decisiones; aplicando el método de análisis de

equilibrio, conocido como modelo costo-volumen-utilidad, en una empresa que cotiza en la Bolsa Mexicana de valores.

Caso: Corporativo Fragua, S.A.B. de C.V.

En función de lo anterior, se propone el análisis de la estructura de costos y más concretamente el análisis del punto de equilibrio en una empresa líder, como lo es, el Corporativo de Farmacias Guadalajara (Corporativo Fragua, S.A.B. de C.V.); por lo que representa esta empresa farmacéutica en el mercado nacional, su estructura de costos, margen de utilidad, así como su margen de seguridad, bien podría tomarse como modelo (benchmarking) para las PyMEs dedicadas a este sector comercial, lo que permitirá, sin duda alguna, la planeación y los buenos resultados en estas entidades.

Del informe anual financiero emitido por Corporativo Fragua S.A.B. de C.V., (Farmacias Guadalajara), de los años 2018, 2017, 2016, 2015, 2014 y 2013 emitido en la Bolsa Mexicana de Valores, se tomó datos y cifras del estado de resultados y de las notas a los estados financieros en la aplicación del método: análisis de equilibrio para realizar el análisis financiero. Estos estados financieros fueron sometidos a un proceso de revisión, es decir, fueron dictaminados. Este grupo es una de las cadenas de farmacias más grandes del país.

Para efectos de este análisis, se han eliminado las siguientes partidas no comunes en PyMEs: productos financieros, ganancia cambiaria, otros ingresos no ordinarios e impuestos diferidos; de igual manera la partida otros ingresos netos se suman a las ventas totales.

CORPORATIVO FRAGUA, SAB DE CV												
ESTADOS DE RESULTADOS POR LOS EJERCICIOS												
TERMINADOS EL 31 DE DICIEMBRE DE 2018, 2017, 2016, 2015, 2014, 2013												
(En miles de pesos nominales)												
	2018		2017		2016		2015		2014		2013	
VENTAS NETAS	53,351,739	100.00%	46,673,744	100.00%	40,572,072	100.00%	35,790,002	100.00%	32,032,590	100.00%	28,833,937	100.00%
COSTO DE VENTAS	42,611,309	79.87%	37,412,771	80.16%	32,741,259	80.70%	28,908,006	80.77%	25,882,780	80.80%	23,359,326	81.01%
UTILIDAD BRUTA	10,740,430	20.13%	9,260,973	19.84%	7,830,813	19.30%	6,881,996	19.23%	6,149,810	19.20%	5,474,611	18.99%
GASTOS DE OPERACIÓN	9,865,769	18.49%	8,386,498	17.97%	7,267,730	17.91%	6,374,710	17.81%	5,667,262	17.69%	5,081,458	17.62%

UTILIDAD DE OPERACIÓN	874,661	1.64%	874,475	1.87%	563,083	1.39%	507,286	1.42%	482,548	1.51%	393,153	1.36%
GASTOS FINANCIEROS RIF	304,285	0.57%	244,402	0.52%	186,043	0.46%	184,093	0.51%	194,367	0.61%	150,064	0.52%
OTROS INGRESOS Y GASTOS NETOS	1,688,120	3.16%	1,494,841	3.20%	1,320,446	3.25%	1,125,955	3.15%	1,117,996	3.49%	882,016	3.06%
UTILIDAD ANTES DE IMPUESTOS A LA UTILIDAD	2,258,496	4.23%	2,124,914	4.55%	1,697,486	4.18%	1,449,148	4.05%	1,406,177	4.39%	1,125,105	3.90%
IMPUESTOS A LA UTILIDAD	804,637	1.51%	928,976	1.99%	671,999	1.66%	547,989	1.53%	548,791	1.71%	349,171	1.21%
UTILIDAD NETA DEL AÑO	1,453,859	2.73%	1,195,938	2.56%	1,025,487	2.53%	901,159	2.52%	857,386	2.68%	775,934	2.69%

Cuadro 1.5 Estado de resultados de Corporativo Fragua S.A.B. de C.V.

Fuente: Elaboración propia, con información de
la Bolsa Mexicana de Valores, S.A.B.

Clasificación de los costos

Para la aplicación de este modelo es indispensable clasificar los costos en fijos y variables. Los costos fijos se constituyen en una obligación permanente, no dependen del nivel de actividad, producción o ventas; en cambio, los costos variables toman como única causal la producción o las ventas, sino hay estas, el costo variable es cero, y a mayor nivel de operación los costos variables totales aumentan.

Para el caso que nos ocupa, se tiene lo siguiente:

Los costos variables se integran por: costo de ventas. Los costos fijos se integran por: gastos de operación.

Los costos mixtos se integran por: gastos financieros; al no tener una base objetiva para segmentar los costos mixtos, se consideraran fijos para fines de esta herramienta.

Resultados

CORPORATIVO FRAGUA, SAB DE CV												
Punto de equilibrio monetario												
	2019		2017		2016		2015		2014		2013	
Vetas netas	53,351,739	100.00%	46,673,744	100.00%	40,572,072	100.00%	35,790,002	100.00%	32,032,590	100.00%	28,833,937	100.00%
Costos variables (Costo de ventas)	42,611,309	79.87%	37,412,771	80.16%	32,741,259	80.70%	28,908,006	80.77%	25,882,780	80.80%	23,359,326	81.01%
Costos fijos (Gastos de operación + Gastos financieros)	10,170,054	19.06%	8,630,900	18.49%	7,453,773	18.37%	6,558,803	18.33%	5,861,629	18.30%	5,231,522	18.14%
Contribución marginal	10,740,430	20.13%	9,260,973	19.84%	7,830,813	19.30%	6,881,996	19.23%	6,149,810	19.20%	5,474,611	18.99%
P.E. Monetario	50,518,468	94.69%	43,498,282	93.20%	38,618,597	95.19%	34,109,228	95.30%	30,531,538	95.31%	27,553,624	95.56%

Margen de Seguridad	2,833,271	5.31%	3,175,462	6.80%	1,953,475	4.81%	1,680,774	4.70%	1,501,052	4.69%	1,280,313	4.44%
---------------------	-----------	-------	-----------	-------	-----------	-------	-----------	-------	-----------	-------	-----------	-------

Cuadro 1.6 Resultados del análisis del punto de equilibrio a la empresa Corporativo Fragua S.A.B. de C.V. Fuente: Elaboración propia

Interpretación de los resultados

Los costos variables (costo de ventas) en el año 2013 representaron un 81.01% respecto de las ventas del mismo año; para el año 2018 representan un 79.87%, lo que significa un incremento en la productividad del Corporativo Fragua SAB de CV; en consecuencia, el punto de equilibrio monetario mejoró, de ser en el año 2013 el 95.56% de los ingresos, para el año 2018 representa el 94.69%; incrementando con ello también, el margen de seguridad del Corporativo

Fragua, SAB de CV., de un 4.44% en el año 2013, a 5.31% en el año 2018.

Conclusiones

Este modelo costo-volumen-utilidad permitirá a las PYMEs una mejor planeación estratégica, al elegir cursos de acción que la ubiquen en un sitio adecuado, asegurándose de que las acciones elegidas sean las mejores, realizando una selección óptima de los cambios y sus efectos en los costos, precios y volúmenes, así como en sus utilidades.

Una estrategia para incrementar las utilidades, y por lo tanto hacer bajar el punto equilibrio, consiste en reducir los costos variables, lo cual se logra utilizando de manera eficiente y

eficaz los recursos o insumos, o empleando materias primas más baratas que las que se utilizan actualmente. Al disminuir los costos variables, la contribución marginal se incrementa; por el contrario, si aumentan los costos variables, la contribución marginal disminuye, lo cual originará un incremento en el punto de equilibrio, en perjuicio de las utilidades de la entidad.

Con relación a la variable: precio, se debe de tener presente, que la época de hacer negocios con base en los precios, se acabó; sin embargo, existen acepciones del precio que pueden aprovecharse a través de las condiciones de venta, como: el plazo, los descuentos, las rebajas y las bonificaciones, cuando las empresas no están sujetas a control de precios, y también deberá considerarse los mercados en que se distribuyen los productos, así como la disposición de los clientes a pagar cierto precio en función de la calidad y servicio.

Tratándose de la variable: costos fijos, recordemos que estos son constantes dentro de una misma escala o nivel relevante; es decir, tienen un tope en el volumen, por lo que deberá considerarse los movimientos en estos costos, ya que si se incrementan, se tendrá que realizar un esfuerzo económico adicional para cubrirlos, originando que el equilibrio financiero aumente.

Respecto del volumen, cualquier incremento en este, por arriba del punto de equilibrio actual, representa un aumento en la utilidad; por el contrario, cualquier decremento en el volumen, trae consigo una disminución en la utilidad.

El análisis del punto de equilibrio resulta ser una excelente herramienta financiera en la planeación de resultados en la empresa, debiendo de considerar las limitaciones siguientes y con pleno conocimiento de la propia empresa

Limitaciones del Modelo Costo-Volumen-Utilidad

Aun y cuando el análisis del punto de equilibrio es de uso muy generalizado entre las empresas, presenta algunas limitaciones entre las que se encuentran:

1. Supone que la empresa maneja funciones lineales del ingreso y de los costos, (esto es, que nunca varían) sin embargo, no siempre es así, pues ni el precio de venta unitario ni los costos variables unitarios son independientes del volumen de ventas. El primero, por lo general, decrece con el aumento del volumen y el segundo aumenta.
2. Es un tanto cuanto subjetivo descomponer los costos mixtos en elementos fijos y variables. Dependerá del analista en un momento dado, la utilización del método para lograrlo
3. El corto plazo también es una limitación: un desembolso cuantioso en determinado periodo puede elevar significativamente el punto de equilibrio de la empresa, en tanto que los beneficios pueden no recibirse sino hasta un periodo a largo plazo. Los gastos de propaganda y publicidad, investigación y desarrollo pueden ser ejemplos de tales desembolsos.
4. La relación costo-volumen se obtiene a partir de datos históricos, y es posible que dicha relación no sea indicativa de las relaciones futuras del costo y de las ventas o de la producción.

En conclusión en el análisis de equilibrio deberán de considerarse las limitaciones anteriores, si se desea utilizar como herramienta financiera; desde luego el punto de equilibrio no es un objetivo, ni una meta para las empresas, es solo un elemento más para tomar decisiones y planear financieramente la empresa.

Recomendaciones

Partiendo del conocimiento del punto de equilibrio monetario, se sugiere realizar una planeación estratégica, en donde se planeen utilidades, con base en el estudio realizado a la estructura de ingresos y costos del Corporativo Fragua, SAB de CV, de igual manera se recomienda realizar un análisis de sensibilidad, considerando los posibles escenarios esperados.

CAPÍTULO III

DECISIONES FINANCIERAS EN LA INCERTIDUMBRE

RESUMEN

Todo proyecto de inversión puede ser evaluado en función a la dimensión financiera temporal que le confieren los flujos de fondos establecidos de acuerdo a los estados financieros pro forma del proyecto en función del tiempo. El objetivo del presente trabajo es la realización de una comparación de evaluación bajo condiciones en que la información usada es determinística o considerada perfecta dadas estas condiciones se consideran criterios denominados clásicos, lo anterior lo comparamos con una evaluación cuando los flujos no pueden ser estimados con certeza, lo que motiva la formulación de modelos que utilizan técnicas basadas en los desarrollos de la teoría de subconjuntos borrosos, se realiza la evaluación financiera haciendo uso de criterios con el VAN, P.E.

Palabras clave: evaluación financiera clásica, conjuntos borrosos, VAN, P.E.

ABSTRACT

Any investment project can be evaluated according to the dimension that give temporary financial flows of funds established according to the pro forma financial statements of the project in terms of time. The aim of this study is to conduct a comparison of the evaluation under conditions in which the information is used or considered deterministic perfect given these conditions are considered classics called criteria, we compare the above with an assessment when flows can not be estimated with certainty, which motivates the development

of models using techniques based on the developments of the theory of fuzzy subsets, financial evaluation is performed using the NPV criteria, E.P.

Keywords: classical financial evaluation, fuzzy sets, VAN, EP

Introducción

Las decisiones financieras en la empresa, a través de la evaluación de proyectos de inversión financiera que se realice, la cuál es establecida como el cambio de una satisfacción inmediata y cierta a la que se renuncia, contra una esperanza que se adquiere y de la cual el bien invertido es el soporte (Masse, 1963), es decir “La aplicación de unos recursos que no van a consumirse en el mismo ciclo económico”, (Gil Aluja 1992).

Considerando lo anterior como premisa fundamental en la justificación del presente trabajo se realiza la comparación de dos métodos de evaluación para condiciones de incerteza.

La evaluación de un proyecto de inversión, cualquiera que este sea, tiene por objeto conocer su rentabilidad económica y social, de tal manera que asegure resolver una necesidad humana en forma eficiente, segura y rentable. Sólo así es posible asignar los escasos recursos económicos a la mejor alternativa.

Objetivos

Evaluar financieramente un proyecto de inversión mediante teoría Clásica v.s. teoría de la Incertidumbre. Principalmente analizando indicadores fundamentales en este proceso:

- Punto de equilibrio:
Volumen de unidades a producir y a vender

Volumen de ventas requeridas

Nivel de aprovechamiento de la planta.

- Valor Actual Neto

Marco de referencia

Punto de equilibrio. Desde que una empresa inicia sus actividades productivas, soporta costos fijos como consecuencia de la adquisición de equipo productivo, su cuantía coincide con la pérdida que contabiliza si no se inicia el proceso de producción y, en consecuencia no hubiera comprometido costos variables.

Una vez iniciado el proceso de producción y a medida que las cantidades de bienes y/o servicios aumentan al mismo tiempo que sus venta, siempre que el precio de venta sea superior a los costos variables medio, los ingresos correspondientes van absorbiendo una parte cada vez mayor de los costos fijos, reduciendo paulatinamente las pérdidas hasta que, para un determinado volumen de producción y venta, los ingresos cubren los costos variables y los costos fijos. Este punto, en el que no existe utilidad ni pérdida, se le denomina punto de equilibrio.

En el presente trabajo a fin de mostrar la contrastación con teoría clásica y teoría de la incerteza en el cálculo del punto de equilibrio en sus diferentes acepciones , utilizaremos datos tales como costos variables (CV), costos fijos (CF), precio d venta (PV), Volumen de producción (VP), obtenidos en un trabajo realizado.

Determinación del punto de equilibrio

En sus diferentes acepciones tales como:

- Volumen de unidades a producir y a vender
- Volumen de ventas requeridas
- Nivel de aprovechamiento de la planta.

Ecuación para obtener punto de equilibrio en unidades a producir

$$P.E. = \left[\frac{C.F. \cdot C.F.}{P.V. - \left(\frac{C.V.}{V.P.} \right)} \right]$$

El punto de equilibrio promedio en volumen de unidades a producir para el año 1 es 1,082,435.81 uds.

Para el cálculo del punto de equilibrio en ventas:

$$P.E. = \left[\frac{C.F.}{1 - \left(\frac{C.V.}{P * Q.} \right)} \right]$$

El punto de equilibrio promedio en volumen de ventas a realizar para el año 1 es \$5,525,545.17

Para obtener el % de capacidad aprovechada para el año 1 realizamos:

$$\% C.A. = \left[\frac{Vol.P.Equilibrio}{Vol.de Producción real} \right] * 100$$

El porcentaje de capacidad aprovechada para el año 1 es de 47%

Los cálculos para los años 2, 3, 4, y 5 siguen el mismo procedimiento los cuales se mostraran en la tabla # 6

El cálculo de punto de equilibrio bajo un esquema de incertidumbre estaría dado de la siguiente manera:

Es necesario hacer mención que para este calculo se hace uso de la siguiente información como punto de partida para el cálculo en el horizonte de planeación a 5 años, considerando un incremento en la producción a inicio y fin de año por consiguiente una variación a los costos Variables y Fijos.

Tabla #1 Costos Fijos y Variables en el horizonte de planeación

	Año 1		Año 2	
COSTOS	Enero	Diciembre	Enero	Diciembre
Total de costo variable	5,286,669	6,043,663	6,472,424.	7,484,900
Total de costo fijo	2,737,398	2,737,398	2,914,139	2,914,139

	Año 3		Año 4	
	Enero	Diciembre	Enero	Diciembre
Total de costo variable	8,022,462	9,098,354	9,779,070	10,345,066
Total de costo fijo	3,104,140	3,104,140	3,403,746	3,403,746

	Año 5	
	Enero	Diciembre
Total de costo variable	11,089,999.74	11,696,805.19
Total de costo fijo	3,620,354.89	3,620,354.89

Fuente: Elaboración propia

En el cálculo del punto de equilibrio es necesario primero calcular el umbral de la rentabilidad generándonos un intervalo de confianza, en donde nos indica, la producción bajo las mejores condiciones de operación y la producción bajo las condiciones más desfavorables para cubrir los costos Variables y Fijos, más sin embargo este intervalo tal como menciona *Gil la fuente A.M. (1993)* es poco útil por lo tanto, propone lo siguiente:

Pedir a expertos que expresen su opinión, mediante el sistema endecenario, señalando si se aleja o se acerca de los extremos, para con ello obtener las probabilidades acumuladas y de ahí obtener un valor esperado que correspondería al punto de equilibrio. Tal proceso se muestra a continuación para:

- Volumen de unidades necesarias a producir.
- Volumen de ventas mínimas requeridas.
- Capacidad aprovechada de la planta

Para estos cálculos es necesario utilizar las operaciones básicas con intervalos de confianza, en las cuales se observa que:

$$[a,b] (+) [c,d] = [a+c, b+d]$$

$$[a,b] (-) [c,d] = [a-d, b-c]$$

$$[a,b] (*) [c,d] = [a \cdot c, b \cdot d] \quad ; \quad a,b,c,d \in \mathbb{R}^+$$

$$[a,b] (\div) [c,d] = [a/d, b/c] \quad ; \quad a,b,c,d \in \mathbb{R}^+$$

$$y \quad c > 0$$

$$[1,1] (\div) [c,d] = [1/d, 1/c] \quad ; \quad c,d \in \mathbb{R}^+$$

$$y \quad c > 0$$

Calculo del umbral de la rentabilidad del volumen mínimo de producción para el año 1.

Tabla # 2 calculo Umbral de rentabilidad

Conceptos	Enero	Diciembre
Precio de venta	5.00	5.00
Producción	2,115,000.00	2,475,000.00
Costos Variables	5,286,669.84	6,043,663.32
Costos Fijos	2,737,398.80	2,737,398.80

Fuente: Elaboración propia

Ecuación a utilizar:

$$P.E = \left[\frac{C.F.}{P.V. - \left(\frac{C.V.}{V.P.} \right)} \right]$$

$$Umbral \ de \ la \ rentabilidad = \left[\frac{[2737389.00, 2,737,389.80]}{[5](-) \left[\frac{5,286,669.84, 6,043,663.32}{2,115,000.00, 2,475,000.00} \right]} \right]$$

Umbral de rentabilidad del volumen mínimo a producir = [955,805.09 , 1,277,680.05]

Una vez obtenido este intervalo de confianza se pide a expertos que expresen su opinión, mediante el sistema endecadario siguiente:

Tabla # 3 Tabla endecadaria

α	
0	Para 955,972.69
0.1	Prácticamente 955,972.69
0.2	Casi 955,972.69

0.3	Cercano a 955,972.69
0.4	mas cerca de 955,972.69 que de 1,277,904.09
0.5	tan cerca de 955,972.69 como de 1,277,904.09
0.6	más cerca de 1,277,904.09 que de 955,972.69
0.7	Cercano a 1,277,904.09
0.8	casi 1,277,904.09
0.9	Prácticamente 1,277,904.09
1	Para 1,277,680.05

Fuente: Elaboración propia

Para el presente caso se consideraron la opinión de 10 expertos habiendo obtenido la siguiente información:

Tabla # 4 Opinión expertos

Experto	Opinión	Experto	Opinión	Experto	Opinión	Experto	Opinión
1	0	4	0.4	7	0.6	10	0.4
2	0.3	5	0.5	8	0.3		
3	0.2	6	0.3	9	0.3		

Fuente: Elaboración propia

Transformando estas opiniones a través de un proceso de acumulación, anotando el número de veces que se repite la misma opinión y obteniendo las probabilidades acumuladas dividiendo cada valor de α por el número de expertos se obtiene:

Tabla # 5 Transformación de estimadores

α	[955,805.09 , 1,277,680.05]	N° veces que se repite un opinión	Acumulada	Probabilidades Acumuladas
0	9	1	1	0.9
0.1	9	0	1	0.9
0.2	8	1	2	0.8
0.3	4	4	6	0.4
0.4	2	2	8	0.2
0.5	1	1	9	0.1
0.6	0	1	10	0
0.7	0	0	10	0
0.8	0	0	10	0
0.9	0	0	10	0
1	0	0	10	0

Con el fin de disminuir la entropía se obtiene el valor esperado sumando las probabilidades acumuladas para todas las α del sistema endecario excepto para $\alpha = 0$, dividiendo todo por el número de expertos en este caso 10 así que:

$$\varepsilon = \frac{0.9 + 0.8 + 0.4 + 0.2 + 0.1}{10} = 0.266$$

Ahora como hemos considerado la opinión de expertos, se hace necesario establecer una ecuación para un número impreciso del intervalo [955,805.09 , 1,277,680.05], mediante $\alpha \in [0,1]$, significará que este número se estima por: $955,972.69 + 321874.96 \alpha$

Sustituyendo el valor de la entropía obtendremos:

Punto de equilibrio en volumen de producción igual a 1,041,591.42

Calculo de volumen de ventas mínimas requeridas.

La ecuación a utilizar:

$$P.E = \left[\frac{C.F.}{1 - \left(\frac{C.V.}{P * Q} \right)} \right]$$

$$Umbral\ de\ la\ rentabilidad = \left[\frac{[2737389.00 , 2,737,389.80]}{[1](-) \left[\frac{5,286,669.84 , 6,043,663.32}{[5 , 5] * [2,115,000.00 , 2,475,000.00]} \right]} \right]$$

El umbral de rentabilidad de los ingresos mínimos necesarios es [4,779,025.44 , 6,388,400.24]

A partir de este intervalo y utilizando el procedimiento sugerido por *Gil la Fuente A.M.(1993)*. Con el fin de encontrar un valor del punto de equilibrio de los ingresos mínimos tal como se mostró en el proceso anterior y suponiendo que las opiniones de expertos con respecto a la escala endecadaria fuese la misma el valor de la entropía sería igual a la calculada en el caso anterior entonces:

La ecuación para un número impreciso del intervalo [4,779,025.44, 6,388,400.24], mediante $\alpha \in [0,1]$, significará que este número se estima por: $4,779,863.43 + 1,609,657.00 \alpha$

Sustituyendo el valor de la entropía de 0.266 obtendremos el:

Punto de equilibrio del volumen de ventas mínimas requeridas igual a \$ 5,209,105.30

Cálculo de capacidad aprovechada de planta con respecto al punto de equilibrio.

Este cálculo es indispensable en el análisis del punto de equilibrio debido a que permite conocer la capacidad a la que se esta aprovechando el proceso; la forma de cálculo de este (%), se deriva del cálculo del Punto de Equilibrio y puede ser expresada como sigue:

En el cálculo de este apartado se utilizará el intervalo obtenido de volumen de unidades necesarias a producir así como el intervalo del volumen de producción real, además de la operaciones básicas para intervalos.

$$\% C.A. = \frac{\text{Vol. producción en Punto de Equilibrio}}{\text{Vol. prod. real}}$$

Tabla # 6

Concepto	Enero	Diciembre
Punto de equilibrio	955,805.09	1,277,680.05
Producción	2,115,000.00	2,475,000.00

Fuente elaboración propia

$$\% C.A. = \left[\frac{[955,805.09 , 1,277,680.05]}{[2,115,000.00 , 2,475,000.00]} \right]$$

$$\% C.A. = [39\% , 60\%]$$

Considerando opiniones de expertos tal como en los casos anteriores y considerando una entropía igual a 0.266 con una ecuación para el número impreciso del intervalo anterior:

$$0.39 + 0.22 \alpha$$

El (%) de capacidad aprovechada = 0.44

De la forma descrita para el caso de Enero Diciembre del año 1 se realizó para todo el horizonte de planeación 5 Años obteniendo la siguiente tabla:

Tabla # 6 Análisis comparativo

		Indicador	Cálculo		
		Punto de	método	Promedio	P. E.
Año	Periodo	Equilibrio	Clásico	Clásico	Difuso
1	Enero	V.uds	1,094,787.63	1,082,435.81	1,041,821.06
	Diciembre	V.uds	1,070,083.99		
	Enero	Ingresos	5,473,938.16	5,412,179.06	5,209,105.30
	Diciembre	Ingresos	5,350,419.96		
	Enero	% C. A.	51.76%	47%	44%
	Diciembre	% C. A.	43.24%		
2	Enero	V.uds	1,070,083.99	1,067,814.93	1,041,821.06
	Diciembre	V.uds	1,065,545.86		

	Enero	Ingresos	5,350,419.96	5,525,545.17	5,209,105.30
	Diciembre	Ingresos	5,700,670.38		
	Enero	% C. A.	43.05%	39%	44%
	Diciembre	% C. A..	35.70%		
3	Enero	V.uds	1,041,036.91	1,032,974.25	929,947.23
	Diciembre	V.uds	1,024,911.60		
	Enero	Ingresos	5,959,415.78	5,913,261.11	5,556,963.25
	Diciembre	Ingresos	5,867,106.43		
	Enero	% C. A.	35.59%	33%	29%
	Diciembre	% C. A.	30.37%		
4	Enero	V.uds	1,054,538.23	1,050,667.06	939,701.83
	Diciembre	V.uds	1,046,795.90		
	Enero	Ingresos	6,459,273.36	6,435,561.64	6,021,699.82
	Diciembre	Ingresos	6,411,849.92		
	Enero	% C. A.	31.25%	30%	27%
	Diciembre	% C. A.	29.08%		

5	Enero	V.uds	1,042,301.28	1,038,937.17	1,018,713.09
	Diciembre	V.uds	1,035,573.06		
	Enero	Ingresos	6,831,221.82	6,809,173.50	6,676,625.28
	Diciembre	Ingresos	6,787,125.17		
	Enero	% C. A.	28.95%	28%	27%
	Diciembre	% C. A.	0.270738055		

Fuente: elaboración propia

Como se observa de acuerdo a la tabla anterior el trabajar con teoría de la incertidumbre para el cálculo del punto de equilibrio nos proporciona un espectro mas amplio para una eficaz toma de decisiones, ya que para cada uno de los años calculados el punto de equilibrio tanto en unidades como en ventas este resulta ser menor lo cuál nos beneficia en el presente proyecto, en cuanto al (%) de capacidad aprovechada los indicadores nos reflejan que con menos del 44% de producción de la capacidad instalada podemos estar en nuestro punto de equilibrio lo que nos garantiza un amplio margen de producción hacia las utilidades.

CAPÍTULO IV

TEORÍA DE FUZZY SETS APLICADA A LA EVALUACIÓN DE INVERSIONES

Incertidumbre

En relación con el análisis de incertidumbre *Ramírez Sarrión D. (1988)*, establece dos tipos: la **óptica** y la **epistémica**. La óptica se vincula a los hechos y los entes, la epistémica al conocimiento.

Epistémicamente, la incertidumbre se define como la ausencia de certeza o conocimiento seguro. El conocimiento, en su versión lógica, se expresa por medio de la frase **se que P**, donde **P** denota un enunciado.

De acuerdo con la concepción tradicional del conocimiento **creencia verdadera justificada**, tres son las condiciones que se requieren para la certeza objetiva, que se diferencia de la certeza subjetiva en que es independiente del estado psicológico del sujeto cognoscente.

1. Creencia (en la verdad de P)
2. Verdad de P.
3. Evidencia (de la verdad de P)

Pero, si como es habitual, certeza e incertidumbre presuponen una cuestión previa o problema cognoscitivo que las origine, para obtener un marco referencial que encuadre rigurosamente la incertidumbre se incorpora un cuarto requisito:

4. Congruencia informativa (entre la representación pretendida por **P** y la efectivamente alcanzada).

Se llega así a dos sentidos de incertidumbre epistémica: el “estricto”, que toma como referencia la definición clásica del conocimiento, y el “amplio”, referido a la definición ampliada: creencia verdadera justificada e informativamente congruente.

Existirá por lo tanto incertidumbre cuando no se verifiquen algunas o varias de las condiciones citadas, lo cual, de acuerdo con la interpretación gradual del conocimiento, que admite la existencia de grados entre el conocimiento pleno y el desconocimiento absoluto, no implica incredulidad, falsedad, ignorancia o desinformación absoluta. De ahí que, por una parte, se admita el conocimiento imperfecto como una modalidad efectiva del conocimiento; y por otra, se distinguen cuatro submodalidades del mismo, en función de las condiciones que dejen de cumplirse: probable, vago, aproximado e inexacto.

La falta de evidencia, o bien, la ausencia de elementos de juicio que dan soporte evidencial suficiente a una afirmación de la cual se desconoce si es verdadera o falsa, conduce al **“conocimiento probable”**, al cual pertenecen las argumentaciones basadas en la inducción por simple enumeración, en la aplicación del principio de uniformidad de la naturaleza o en la acumulación de indicios racionales. La **“falta de verdad”** da lugar, bien al **“conocimiento vago”**, cuando los términos y enunciados con los que se expresan los conceptos y las proposiciones están revestidos de vaguedad, entendida básicamente como imprecisión, bien al **“conocimiento aproximado”** cuando la necesidad práctica de ampliar los estrechos márgenes que delimitan el conocimiento perfecto hace transigir con la falsedad, como es el caso de estimaciones y valoraciones puntuales de fenómenos que por su propia naturaleza, o por los instrumentos de medición utilizados, sabemos con certeza que no pueden representar fielmente la realidad. La **“incongruencia de la información”**, o lo que es igual, la falta de conformidad entre la representación pretendida (**RP**) y la efectivamente alcanzada (**RE**) por un enunciado verdadero, lleva al **“conocimiento inexacto”**, ya sea por **“reducción”** (**RE <**

RP), o por “**difusión**”, (**RE > RP**): en el primer caso, una afirmación verdadera no es exacta porque no responde todos los puntos requeridos por el problema cognoscitivo planteado; en el segundo, porque la respuesta que ofrece, si bien, cubre todos los puntos, lo hace de una forma débil o difusa, siendo las tautologías paradigmas extremos.

En el análisis de técnicas de evaluación de inversiones (proyectos) se dará una importancia fundamental a los métodos que no consideran la cronología de los flujos de fondos (cash flow) y que son aplicados tomando como base que la realidad futura (estado deseado) es incierto, por lo que, de acuerdo a lo tratado al inicio de este apartado se trabaja en la incertidumbre.

MÉTODO DEL RENDIMIENTO UNITARIO SOBRE LA INVERSIÓN

En análisis económico de empresas, para hacer más eficiente su administración se tiene que los costos *Díaz Gómez M. (1995)* obedecen a una amplia casuística. En términos prácticos, éstos no pueden encuadrarse en dos categorías: costos fijos y costos variables. Tanto en unos como en otros pueden existir ciertos grados de proporcionalidad, variaciones por tramos, variaciones relativas, etc. En general, se aceptan únicamente las dos categorías de costos citados.

Para la aplicación del método se requiere inicialmente preparar la información que demanda el mismo. La base del cálculo de este indicador es fundamentada en el cálculo del flujo de fondos (cash flow) a un nivel de detalle como el mostrado a continuación, así como la inversión aplicada al estudio analizado (proyecto).

En este tipo de análisis se establece que no existen (pagos/cobros), (anticipados/diferidos) y que no hay existencias finales, por lo que es posible identificar los cobros totales del período con los ingresos por ventas y los pagos como la suma de los gastos de todos los conceptos.

Esto es expresado como:

$$FF_j = IV_j - C_j$$

Donde:

$$FF_j = \text{Flujo de fondos (j=1,2,\dots,n)}$$

$$IV_j = \text{Ingresos por venta (j=1,2,\dots,n)}$$

$$C_j = \text{Pagos totales (j=1,2,\dots,n)}$$

Por lo que:

$$FF_j = IV_j - CV_j - CF_j$$

Donde:

$$CV_j = \text{Costos variables del período (j=1,2,\dots,n)}$$

$$CF_j = \text{Costos fijos del período (j=1,2,\dots,n)}$$

Por lo que FF_j puede establecerse como:

$$FF_j = X_j P_j - X_j CU_j - CF_j$$

Donde:

X_j = Cantidad de producto (j=1,2,...,n)

P_j = Precio unitario del producto (j=1,2,...,n)

CU_j = Costo unitario del producto (j=1,2,...,n)

Establecido esto, el indicador **rendimiento unitario sobre la inversión**, puede ser calculado como:

$$r = \frac{\sum_{j=1}^m FF_j}{A} = \frac{1}{A} \sum_{j=1}^m FF_j$$

Donde:

r = Rendimiento unitario sobre la inversión

A = Nivel de inversión

Por ejemplo si el inversionista “w” desea aplicar recurso financiero a proyectos x,y,z, se calculará r_x , r_y , r_z y se ordenarán de mayor a menor. Por lo que es posible ordenar en términos jerárquicos y decidir por aquel proyecto que presente el mayor indicador (r).

Una presentación corregida del indicador es establecida como:

$$r = \frac{1}{A} \sum_{j=1}^m FF_j - 1$$

La estimación de cada componente del indicador se recomienda realizarla como sigue:

A. DETERMINACIÓN DE LAS VENTAS.

Este es uno de los conceptos fundamentales en la determinación de los flujos de fondos, este indicador bien determinado es el motor para mover eficientemente el sistema de producción de bienes y/o servicios, exportadoras analizado.

En la estimación de las ventas como mínimo es fundamental incorporar como elemento base un estudio de mercado, comercialización y precios, el cual incluye como mínimo *González Santoyo F. (1985)*, el producto en el mercado, conocimiento del área o territorio geográfico en el que la empresa desarrolla sus transacciones comerciales, determinación del comportamiento de la demanda, oferta para el período(s) incorporados en el análisis, el conocimiento de la relación existente entre las dos variables anteriores (balance oferta-demanda), conocimiento de la(s) estructura(s) de comercialización y precios usadas o a usar.

Además de lo anterior, los análisis de ingeniería, en cuanto a productos, procesos, equipos, capacidades, localizaciones, consumos, presupuestos y recursos de todo tipo, constituirán, por una parte, un permanente marco y referencia para la propia estimación de ventas y su evolución y, por otra, darán una excelente información para estimar los costos.

Como parte final el análisis económico-financiero permitirá obtener el flujo de fondos (cash flow).

En la práctica común de empresas, estas magnitudes, cuyo conocimiento es indispensable para la aplicación de cualquier método de evaluación financiera, se han venido estimando y manejando como ciertas. Lo que constituye sin duda una desnaturalización del problema.

Con otro enfoque de análisis menos clásico, es posible a cada magnitud atribuirle varios valores y se les asocia una probabilidad subjetiva, con lo cual se está en condiciones de aplicar técnicas estadísticas. Se cree que con ello se han mejorado los resultados, pero se hacen básicamente dos objeciones.

1. El valor que pueden tomar en el futuro ciertas magnitudes, como las ventas en un proyecto de inversión, no es en ningún caso un hecho probabilizable.
2. Se establece que expresar un resultado final en términos de probabilidad significa, a pesar de esto, una referencia a la certeza.

Por ejemplo es posible plantear que la probabilidad de vender 100 millones durante el próximo ejercicio es del 80 %, esto exige aplicar si nos referimos a que la probabilidad de vender 100 millones o menos del 80 %, o si lo es de vender más de 100 millones. Planteando lo anterior para el caso real habría que preguntar: ¿ desde dónde? ó ¿hasta dónde? Paradojicamente esto permitirá introducirse en el campo de los intervalos.

Es posible establecer que una buena solución para la estimación de las ventas desde esta perspectiva, sería $[0.8(100) = 80 \text{ millones}]$

ESTABLECIMIENTO DEL MÉTODO USANDO NÚMEROS BORROSOS

El estar realizando análisis bajo el contexto de incertidumbre nos obliga, con respecto a la estimación de las ventas, ha hacer reflexiones como:

El volumen de ventas expresado en términos monetarios depende de:

- Ventas realizadas en términos físicos
- Precio de ventas.
- Tipos de sistemas de comercialización.
- Etc.

Se tiene que el valor numérico futuro de las magnitudes citadas es obviamente incierto.

Supóngase que existe un experto o un grupo de expertos a quienes se solicita su opinión a cerca de los valores futuros de dichas variables; es decir, se les pide que en base a sus conocimientos, experiencia y medios de que disponga, establezcan sus estimaciones personales.

Tomando las opiniones expresadas a través de números borrosos triangulares (**NBT**), se tiene.

Tómese como expertos; $i = 1, 2, \dots, n$.

CASO DE VENTAS

Para el CASO DE VENTAS

$$\tilde{X}^{(1)} = (X_1^{(1)}, X_2^{(1)}, X_3^{(1)})$$

$$\tilde{X}^{(2)} = (X_1^{(2)}, X_2^{(2)}, X_3^{(2)})$$

: :

: :

$$\tilde{X}^{(n)} = (X_1^{(n)}, X_2^{(n)}, X_3^{(n)})$$

PRECIO DE VENTAS

Para el PRECIO DE VENTA.

$$\tilde{P}^{(1)} = (P_1^{(1)}, P_2^{(1)}, P_3^{(1)})$$

$$\tilde{P}^{(2)} = (P_1^{(2)}, P_2^{(2)}, P_3^{(2)})$$

: :

: :

$$\tilde{P}^{(n)} = (P_1^{(n)}, P_2^{(n)}, P_3^{(n)})$$

INGRESO POR VENTAS

Por lo que el **INGRESO POR VENTAS** de acuerdo con cada experto, son expresados como:

$$IV = X \cdot P$$

Donde:

IV = Ingreso por ventas

X = Tipo de producto

P = Precio unitario de venta de producto.

Por lo que expresados como números borrosos se tiene:

$$\underset{\sim}{V}^{(1)} = \underset{\sim}{X}^{(1)} (\bullet) \underset{\sim}{P}^{(1)}$$

$$\underset{\sim}{V}^{(2)} = \underset{\sim}{X}^{(2)} (\bullet) \underset{\sim}{P}^{(2)}$$

: :

: :

$$\underset{\sim}{V}^{(n)} = \underset{\sim}{X}^{(n)} (\bullet) \underset{\sim}{P}^{(n)}$$

Desarrollando estas expresiones se tiene:

$$\begin{aligned} \tilde{V}^{(1)} &= (X_1^{(1)}, X_2^{(1)}, X_3^{(1)}) (P_1^{(1)}, P_2^{(1)}, P_3^{(1)}) = \\ & (X_1^{(1)}P_1^{(1)}, X_2^{(1)}P_2^{(1)}, X_3^{(1)}P_3^{(1)}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{V}^{(2)} &= (X_1^{(2)}, X_2^{(2)}, X_3^{(2)}) (P_1^{(2)}, P_2^{(2)}, P_3^{(2)}) = \\ & (X_1^{(2)}P_1^{(2)}, X_2^{(2)}P_2^{(2)}, X_3^{(2)}P_3^{(2)}) \end{aligned}$$

: :

: :

: :

$$\begin{aligned} \tilde{V}^{(n)} &= (X_1^{(n)}, X_2^{(n)}, X_3^{(n)}) (P_1^{(n)}, P_2^{(n)}, P_3^{(n)}) = \\ & (X_1^{(n)}P_1^{(n)}, X_2^{(n)}P_2^{(n)}, X_3^{(n)}P_3^{(n)}) \end{aligned}$$

Recordando que el producto de un **NBT** por un número cierto da otro **NBT**, pero no sucede lo mismo si el producto es entre dos números borrosos triangulares; sin embargo, cuando el producto es entre pocos factores, la distorsión es mínima.

Se tiene que el producto de dos números borrosos, su resultado en **NBT** se ensancha como se demuestra en el apartado respectivo a números borrosos de este trabajo.

Una vez obtenidas las estimaciones del volumen de ventas en unidades físicas y de precios de venta y realizando los productos anteriores, tenemos los siguientes números borrosos:

$$\underline{V}^{(1)}, \underline{V}^{(2)}, \dots, \underline{V}^{(n)}$$

Por lo que se dispondrá de un abanico (haz) de números borrosos y admitiendo que la objetividad se obtiene a través de la subjetividad de un número suficiente de observadores, **Kaufman, Gil Aluja (1987)**, resulta muy importante buscar un número borroso que pueda representar, de la mejor manera posible, el haz de números borrosos.

En análisis de esta naturaleza se requiere conocer el número borroso medio, el cual es expresado como:

$$\underline{V}^m = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (V_1^{(j)}, V_2^{(j)}, V_3^{(j)}) = \frac{1}{n} (\bullet) \left[\sum_{i=1}^n V_1^{(i)}, \sum_{i=1}^n V_2^{(i)}, \sum_{i=1}^n V_3^{(i)} \right]$$

Es posible obtener el número borroso medio haciendo las operaciones a través de α -cortes.

Se ha planteado la estrategia para obtener el “**número borroso medio**”, pero pueden existir amplias diferencias entre las opiniones de los expertos, que se deben de tratar de estandarizar o aproximar, para hacer esto puede aplicarse el criterio de “**la distancia lineal**” (esto es una semisuma de las distancias lineales a la derecha y a la izquierda entre la opinión de cada experto y la opinión agregada).

Posteriormente se informa a cada experto de la “**distancia**” entre su opinión y la del agregado o, incluso, la que hay respecto a otro experto, para que reconsideren sus estimaciones. De acuerdo al método Delphi este proceso puede repetirse hasta que se crea oportuno.

Es importante establecer que en el cálculo del número borroso medio se ha ponderado con igual peso la opinión de cada experto, sin embargo, en la práctica no siempre opera de esta forma, por lo que de acuerdo al analista se podrán hacer ponderaciones diferentes, por expertos o grupos de expertos, en función de su experiencia, especialidad, relación con la empresa, o bien en función del área que se analice.

Siguiendo el proceso anteriormente manejado para las ventas se tiene que el número borroso medio para los costos fijos es el siguiente:

$$\underset{\sim F}{C}^m = \left[C_{F1}^m, C_{F2}^m, C_{F3}^m \right]$$

Llevando a cabo el proceso de [iniciación-finalización, información-reconsideración] para mejorar en lo posible las opiniones de los expertos, llegamos a **n** números borrosos, que expresan la opinión definitiva de cada uno, respecto a los costos fijos.

Es importante hacer notar que cuando cada experto haga su estimación sobre estos, tenga presente en tamaño de la inversión y sus características técnicas.

COSTOS VARIABLES Y MARGEN SOBRE VENTAS

Para los **COSTOS VARIABLES y MARGEN SOBRE LAS VENTAS:**

Bajo situaciones de certeza se tiene que:

$$\mathbf{Mg = IV - CV}$$

Donde:

Mg = Margen sobre ventas

IV = Ingreso por ventas

CV = Costos variables

El margen total = unidades físicas vendidas por margen unitario. Es establecido como:

$$\mathbf{Mg = X (P - CU)}$$

Donde:

CU = Costo unitario

Bajo condiciones de incertidumbre es posible establecer los conceptos anteriores tomando en consideración que cada experto que participa en el proceso hace estimaciones sobre el comportamiento de los costos unitarios, coherentes con las que haya realizado sobre las variables anteriormente tratadas. Estos pueden ser escritos como:

$$\tilde{CU}^{(1)} = (CU_1^{(1)}, CU_2^{(1)}, CU_3^{(1)})$$

$$\tilde{CU}^{(2)} = (CU_1^{(2)}, CU_2^{(2)}, CU_3^{(2)})$$

: :

: :
 : :

$$\underline{CU}^{(n)} = (\underline{CU}_1^{(n)}, \underline{CU}_2^{(n)}, \underline{CU}_3^{(n)})$$

Tras un nuevo proceso de **“información-reconsideración”**, cada experto establece una opinión definitiva.

Lo más normal en estos procesos es que exista una relación estable entre los precios de venta y los costos unitarios; de tal forma que el margen puede expresarse en porcentaje sobre las ventas.

Se tiene que el **“margen sobre las ventas”** es establecido en números borrosos como:

$$\underline{Mg}^{(i)} = \underline{X}^{(i)}(\bullet) \underline{P}^{(i)} - \underline{X}^{(i)}(\bullet) \underline{CU}^{(i)}$$

Supongamos que **“cu”** es **“r”** por uno de **“p”**(precio de venta)

$$\begin{aligned} &= \underline{X}^{(i)}(\bullet) \underline{P}^{(i)} - \underline{X}^{(i)}(\bullet) r (\bullet) \underline{P}^{(i)} \\ &= (1-r) (\bullet) \underline{X}^{(i)}(\bullet) \underline{P}^{(i)} \end{aligned}$$

Donde: (1-r) es el margen en tanto por ciento.

Si se desarrolla la segunda expresión de las anteriores, se tiene:

$$\begin{aligned} \underline{Mg}^{(i)} &= (X_{11}^{(i)} P_1^{(i)}, X_{22}^{(i)} P_2^{(i)}, X_{33}^{(i)} P_3^{(i)}) - \\ & (rX_{11}^{(i)} P_1^{(i)}, rX_{22}^{(i)} P_2^{(i)}, rX_{33}^{(i)} P_3^{(i)}) \end{aligned}$$

Utilizando la diferencia de Minkowski para números borrosos se tiene:

$$\begin{aligned} \underline{Mg}^{(i)} &= \left[X_{11}^{(i)} P_1^{(i)} - rX_{11}^{(i)} P_1^{(i)}, X_{22}^{(i)} P_2^{(i)} - rX_{22}^{(i)} P_2^{(i)} \right] \\ &= \left[(1-r)X_{11}^{(i)} P_1^{(i)}, (1-r)X_{22}^{(i)} P_2^{(i)}, (1-r)X_{33}^{(i)} P_3^{(i)} \right] \\ \therefore \underline{Mg}^{(i)} &= (1-r) (\bullet) \underline{X}^{(i)} \underline{P}^{(i)} \quad ; \quad i=1,2,\dots,n \end{aligned}$$

Esta justificación es obvia al tener en cuenta las características de la resta ordinaria de NBT.

Para la obtención de los costos variables borrosos se tiene que estos se componen básicamente de dos factores (el volumen estimado de ventas en unidades físicas (x) y los costos de los inputs consumidos por cada unidad (cu)).

Los costos unitarios al ser estimados por el experto, son presentados como un número borroso de la siguiente forma.

$$\underline{CU}^{(i)} = (CU_1^{(i)}, CU_2^{(i)}, CU_3^{(i)})$$

Por lo que los costos variables para el experto serán:

$$\underline{CV}^{(i)} = (CU_1^{(i)}, CU_2^{(i)}, CU_3^{(i)}) \bullet (X_1^{(i)}, X_2^{(i)}, X_3^{(i)}) =$$

$$\underline{CV}^{(i)} = (CU_1^{(i)} X_1^{(i)}, CU_2^{(i)} X_2^{(i)}, CU_3^{(i)} X_3^{(i)})$$

- Determinados los extremos del intervalo de margen en toda su amplitud, queda el $\underline{Mg}^{(i)}$

como:

$$\underline{Mg}^{(i)} = (X_1^{(i)} P_1^{(i)} - X_1^{(i)} CU_1^{(i)}, X_2^{(i)} P_2^{(i)} - X_2^{(i)} CU_2^{(i)}, X_3^{(i)} P_3^{(i)} - X_3^{(i)} CU_3^{(i)})$$

Si se usa este criterio es recomendable para reducir luego la incertidumbre usar el recurso de contraexperto, expertones.

- Otra solución, quizá más práctica, sería la de solicitar de los expertos tres estimaciones de los costos unitarios correspondientes con los valores estimados para las ventas o sea:

$CU_1^{(i)}$ correspondiente a $x_1^{(i)}$

$CU_2^{(i)}$ correspondiente a $x_2^{(i)}$

$CU_3^{(i)}$ correspondiente a $x_3^{(i)}$

Lo mismo puede decirse para los precios unitarios de venta.

CÁLCULO DEL FLUJO DE FONDOS NETO

En las condiciones propuestas en el desarrollo de la presentación de este método, la determinación de los flujos según cada experto, se hace usando:

$$\tilde{FF}_j^{(i)} = \tilde{Mg}_j^{(i)} - \tilde{CF}^{(i)}$$

Esta es una sustracción borrosa normal, finalmente, se calcula el flujo del período en términos del número borroso medio \tilde{FF}_j^m y se aplica el criterio de evaluación correspondiente siguiendo la lógica de la aritmética borrosa.

CASO DE APLICACIÓN

En general se tiene que para realizar estudios de inversión, se trabaja con equipos interdisciplinarios por la intersección de áreas que se estudian en ello, como lo son **González Santoyo F.(1985)** estudio de mercado, comercialización y precios, la localización, la determinación del tamaño, los aspectos técnicos e ingeniería del proyecto, la evaluación económica, y la organización de la empresa.

Todos estos aspectos son requeridos para hacer una medición eficiente de la viabilidad del proyecto, por esta conformación interdisciplinaria se asume que es el equivalente a solicitar la opinión de expertos para ejemplificar el caso tómesese:

- La compañía FeGoSa desea establecer una nueva línea de negocios y para el análisis de la misma conforma el equipo de participantes en el proyecto (expertos), los cuales proporcionan la siguiente información base. Se estima un horizonte de planeación (vida útil del proyecto) de 5 años y FeGoSa ha destinado reembolsar una cantidad establecida

como cierta de \$ 1,000; los expertos, de acuerdo a su experiencia en la línea de negocios que quiere abordar FeGoSa han estimado las ventas totales de cada período, estas son expresadas por cada experto en forma de un número borroso triangular (**NBT**), como se muestra.

- Se establece que el número de expertos es de 5, uno por cada área de desarrollo del proyecto (o bien, esto podría establecerse también como el resultado proporcionado por una firma de consultores que se dedican a realizar análisis de nuevas inversiones), por lo que se presentan los mismos como:

TABLA # 4.1: ESTIMACIÓN DE VENTAS

EXPERTO	VENTAS EN UNIDADES
1	(500, 600, 800)
2	(350, 400, 500)
3	(400, 500, 600)
4	(300, 350, 580)
5	(470, 520, 550)

De igual forma, se establecen los costos fijos, con un cierto número de incertidumbre a través de un **NBT**.

TABLA # 4.2: ESTIMACIÓN DE COSTOS FIJOS

EXPERTO	GASTOS FIJOS
1	(90, 100, 110)
2	(89, 99, 104)
3	(92, 104, 110)
4	(93, 98, 109)
5	(82, 98, 118)

Por simplificaciones del proceso asumiremos que los costos variables (CV), se suponen el 50% de las ventas. Es decir, el margen de ventas es del 50% de las mismas.

En el desarrollo teórico presentado anteriormente se ha considerado la posibilidad de que los costos unitarios de fabricación “cu” estuvieran sometidos a incertidumbre, en cuyo caso también lo estaría el margen de ventas. Para la determinación de éste, sería necesario que los expertos hicieran las estimaciones pertinentes de los costos unitarios, de los correspondientes volúmenes de ventas en unidades físicas y realizar posteriormente los cálculos oportunos.

A las causas que nos hemos referido, que podrían implicar variaciones en los costos unitarios, se añade una nueva, la variación que puede suponer en los precios de los insumos (inputs) utilizados en el proceso. Estos hechos no se dan en este caso numérico, por lo tanto el margen es exactamente el 50% de las ventas.

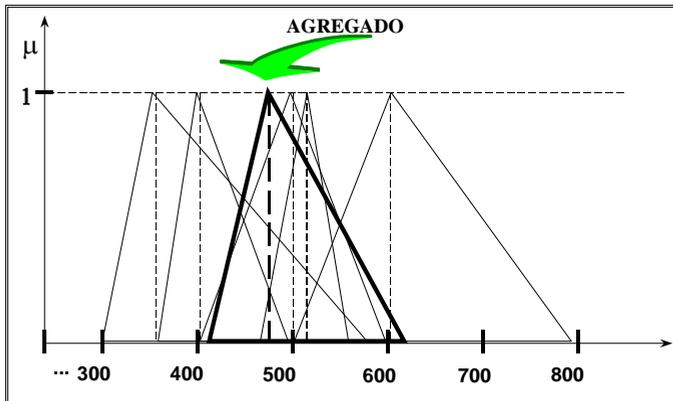
Determinación de los números borrosos medios de las ventas y gastos fijos.

$$\tilde{V}^m = (404, 474, 606)$$

$$\tilde{GF}^m = (89.2, 99.8, 110.2)$$

La presentación gráfica de cada experto es dada como:

FIGURA # 4.1: NBT. REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE EXPERTOS



Como se observa en la gráfica, existe un alejamiento entre las opiniones de cada experto y la opinión agregada, de igual forma, es posible presentar gráficos de los costos fijos, lo cual tendría una representación similar a la antes mostrada, en la que se denota claramente la existencia de divergencia entre las opiniones de expertos, esta divergencia es traducida en la vida práctica como una **“diferencia de opinión entre expertos”**.

DIFERENCIA DE OPINIÓN ENTRE EXPERTOS

En el análisis de diferencias, el resultado obtenido debe ser sometido *Gil La Fuente A.M. (1990)*, a un cierto análisis que lo sitúe en la posición que realmente se encuentra dentro de los propios esquemas de tratamiento de la incertidumbre.

La primera consideración que se debe tomar (hacer) se refiere a la **“amplitud”** de las diferencias de opinión entre todos los expertos. Si se quiere operar en los límites estrictos de la seguridad que proporcionan los esquemas de la incertidumbre y se aceptaran como posibles **“todas”** las opiniones de los expertos, se debería tener en cuenta como extremo inferior del **NBT** representativo del agregado, el menor de los extremos inferiores, de los números borrosos, y como extremo superior, el mayor de los extremos superiores. En este caso, la incertidumbre sería muchísimo mas grande.

Para el caso se tiene como extremo inferior 300 y como extremo superior 800. La amplitud de la incertidumbre haría que este esquema creciera de operatividad.

Tomando como referencia base la figura # 4.1, en que se muestran las opiniones de los expertos respecto a las ventas, así como el comportamiento medio de éstos; para poner gráficamente lo que se ha dicho anteriormente y apreciar las variaciones de opinión entre los diferentes expertos que participan en el proceso de evaluación del sistema en cuestión.

El hecho de que existan opiniones de expertos que se alejan sensiblemente de la que se ha considerado representativa del agregado, sugiere un intento de aproximar en lo posible estas opiniones. Para lo cual se propone hacer uso del método Delphi, el cual bajo este contexto consiste en informar a cada experto de la distancia que existe entre su opinión y la opinión agregada (media) de todos los expertos, con el objetivo fundamental de que reconsidere la suya.

Lo anterior implicará hacer uso de un concepto de distancia entre **NBT**, la llamada **“distancia lineal”**, como valor medio entre la **“distancia lineal a la izquierda”** y la **“distancia lineal a la derecha”**.

Para cualquier caso se toma siempre **“la variación neta de las ventas”**, entre la opinión del agregado (promedio) $\bar{V}^m = (404, 474, 606)$ y la del experto en cuestión, para el caso tómesese el experto 5; $V^{(5)} = (470, 520, 550)$. Si se considera la representación gráfica, se tendría la figura # 4.2:

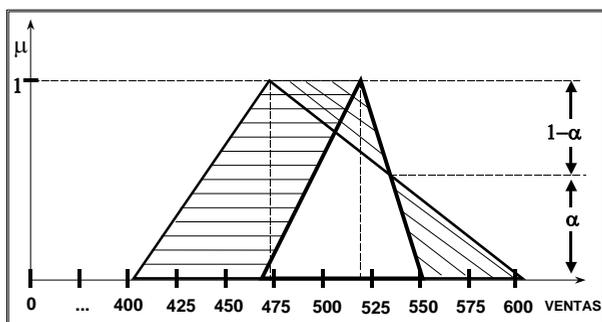


FIGURA # 4.2

Se puede observar que la distancia lineal a la izquierda viene dada por el área del trapecio señalado como (////), mientras que la distancia a la derecha por la suma de las áreas de los triángulos rayados (\\\\\\).

Para el caso se tiene que los cálculos serán diferentes si los lados (sean de la parte izquierda o de la derecha) de los triángulos se cruzan (distancia derecha para este caso) o no se cruzan (distancia izquierda en este caso). La cuestión que de forma inmediata se plantea es como saber, sin necesidad de recurrir a la representación gráfica, si los lados se cruzan o no. Este será un paso previo para poder realizar un tipo u otro de cálculo de la distancia.

Para si existe o no cruce entre los lados de dos triángulos, se obtendrá el signo del producto de las diferencias entre las dos bases (sean del trapecio o de los dos triángulos). “*Cuando es positivo o nulo no existe cruce y sí existe cuando resulta negativo*”.

Por ejemplo, si con carácter general la opinión agregada viene dada por:

$$\tilde{V}^m = (V_1^m, V_2^m, V_3^m)$$

y la opinión del experto por:

$$\tilde{V}^{(i)} = (V_1^{(i)}, V_2^{(i)}, V_3^{(i)})$$

no existirá cruce a la izquierda (recíprocamente a la derecha) si:

$$(V_1^{(i)} - V_1^m) \bullet (V_2^{(i)} - V_2^m) \geq 0$$

En cambio, habrá cruce por ejemplo a la derecha, si:

$$(V_3^{(i)} - V_3^m) \bullet (V_2^{(i)} - V_2^m) < 0$$

Para el caso en estudio, se tiene que:

$$V_1^{(5)} = 470, V_1^m = 404, V_2^{(5)} = 520, V_2^m = 474, V_3^{(5)} = 550, V_3^m = 606 \text{ Por lo que:}$$

$$[470-404] \bullet [520-474] = 3036 > 0 \quad [\text{no hay cruce}]$$

$$[550-606] \bullet [520-474] = -2756 < 0 \quad [\text{existe cruce}]$$

La obtención de la distancia en términos absolutos, cuando no existe cruce, queda limitada al cálculo del área del trapecio:

$$\begin{aligned} D_v &= \frac{|V_1^{(i)} - V_1^{(m)}| + |V_2^{(i)} - V_2^{(m)}|}{2} = \frac{|470 - 404| + |520 - 474|}{2} \\ &= \frac{66 + 46}{2} = 56 \end{aligned}$$

Para obtener una cifra comprendida entre 0 y 1, se acostumbra tomar un referencial:

$$P \geq \bigvee_i v_3^{(i)} - \bigwedge_i v_1^{(i)}$$

Que en caso de nuestro ejemplo con 5 expertos sería:

$$P \geq \max. v_3^{(i)} - \min. v_1^{(i)} = 800 - 300 = 500$$

Utilizando 500 obtenemos la distancia relativa a la izquierda como:

$$d_l = \frac{D_v}{P} = 56 \left(\frac{1}{500} \right) = 0.11$$

Para obtener la distancia en términos absolutos cuando se produce un cruce entre los lados, es necesario encontrar la suma de las áreas de dos triángulos y por tanto encontrar las alturas de los mismos (las bases son conocidas).

Si establecemos α a la altura de un triángulo, la altura del otro será $1-\alpha$.

Por semejanza se cumplirá que:

$$\frac{\alpha}{|v_3^{(i)} - v_3^{(m)}|} = \frac{1-\alpha}{|v_2^{(i)} - v_2^{(m)}|}$$

y también:

$$\left| v_3^{(i)} - v_3^m \right| - \left| v_3^{(i)} - v_3^m \right| \bullet \alpha = \alpha \bullet \left| v_2^{(i)} - v_2^m \right|$$

$$\alpha \bullet \left(\left| v_2^{(i)} - v_2^m \right| + \left| v_3^{(i)} - v_3^m \right| \right) = \left| v_3^{(i)} - v_3^m \right|$$

por lo que:

$$\alpha = \frac{\left| v_3^{(i)} - v_3^m \right|}{\left| v_2^{(i)} - v_2^m \right| + \left| v_3^{(i)} - v_3^m \right|}$$

entonces:

$$1 - \alpha = \frac{|v_2^{(i) - m} - v_2|}{|v_2^{(i) - m} - v_2| + |v_3^{(i) - m} - v_3|}$$

por lo que la suma de las áreas de los triángulos será:

$$D_T = \frac{|v_3^{(i) - m} - v_3| \cdot \alpha}{2} + \frac{|v_2^{(i) - m} - v_2| \cdot (1 - \alpha)}{2}$$

sustituyendo α y $1 - \alpha$ se tiene:

$$D_T = \frac{1}{2} \left[\frac{|v_3^{(i) - m} - v_3|^2}{|v_2^{(i) - m} - v_2| + |v_3^{(i) - m} - v_3|} + \frac{|v_2^{(i) - m} - v_2|^2}{|v_2^{(i) - m} - v_2| + |v_3^{(i) - m} - v_3|} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{|v_2^{(i) - m} - v_2|^2 + |v_3^{(i) - m} - v_3|^2}{|v_2^{(i) - m} - v_2| + |v_3^{(i) - m} - v_3|} \right]$$

la distancia relativa a la derecha sería:

$$d_D = \frac{D_T}{P} = \frac{1}{2P} \frac{|v_2^{(i) - m} - v_2|^2 + |v_3^{(i) - m} - v_3|^2}{|v_2^{(i) - m} - v_2| + |v_3^{(i) - m} - v_3|} =$$

$$= \frac{1}{2(500)} \left[\frac{(520 + 474)^2 + (550 - 606)^2}{(520 + 474) + (550 - 606)} \right] = 0.001 \left[\frac{2116 + 3136}{46 + 56} \right] =$$

$$= 0.001 \left(\frac{5252}{102} \right) = 0.05$$

por lo que la distancia lineal relativa sería:

$$d = \frac{d_I + d_D}{2} = \frac{0.11 + 0.05}{2} = 0.08$$

continuando con el mismo procedimiento, se calculan las distancias lineales de los demás expertos con respecto a la opinión agregada.

La información que recibe cada experto le permitirá reconsiderar o no la opinión inicialmente emitida. Como se observa en este caso, la opinión de los expertos no resulta coincidente, pues mientras algunos de ellos, como es el caso por ejemplo del experto 5 cuya distancia se acaba de obtener, se acercan a la opinión agregada, otros expertos se alejan sensiblemente de los que se ha considerado opinión de grupo.

En este caso como en muchos otros en el campo profesional resulta conveniente enviar a todos y cada uno de los expertos que se han consultado para resolver el problema, el resultado de la agregación de opiniones, en que cada caso viene dado por el NBT medio (404, 474, 606), junto con la distancia entre el NBT que constituye el reflejo de su opinión en y la opinión agregada (que para el caso del experto 5 sería de 0.05).

Una consideración en relación a su proximidad al NBT medio en comparación con los demás expertos puede resultarle útil para formular o no una nueva opinión, es decir, el reconsiderarle eventualmente.

Normalmente, cada nueva fase de información-reconsideración que se establece implica un acercamiento de posiciones de los expertos más alejados de la opinión agregada, aunque no siempre tiene que suceder de esta forma.

Cuando existe uno o varios expertos que insisten en opiniones separadas del grupo resulta conveniente analizar las causas por las cuales se produce la disparidad y que pueden estar motivadas por razones de formación, profesión, localización geográfica, etc.

Es evidente que el proceso de petición de información-suministro de opinión puede resultar indefinido, sin embargo resulta de alto costo, por lo que se recomienda llevarlo a cabo el mismo número de veces recomendado por el método delphi tradicional.

Por lo que para el caso de mostrar el método asumiremos que después de llevar a cabo el proceso de petición de información – suministro de opinión, las opiniones de los expertos respecto a las ventas esperadas y gastos fijos fueron las mismas que las del punto de partida (1ª. Opinión) se procede a obtener el indicador de rentabilidad de este criterio, como sigue:

La determinación de los **Márgenes sobre las Ventas** es:

$$Mg = 0.5V \quad ; \quad Mg = 0.5 (\bullet) (V_1^{(i)}, V_2^{(i)}, V_3^{(i)})$$

Se tiene que el producto de un número cierto por un NBT es otro NBT, por lo que:

MARGEN SOBRE LAS VENTAS

EXPERTO	M_g
1	(250, 300, 400)
2	(175, 200, 250)
3	(200, 250, 300)
4	(150, 175, 290)
5	(235, 260, 275)

Por lo que el valor medio de NBT es:

$$\tilde{M}_g = (202, 237, 303)$$

Para la determinación de los flujos de fondos se tiene:

$$\tilde{FF}^{(i)} = \tilde{Iv}_j^{(i)} - \tilde{C}_j^{(i)} = \tilde{Mg}_j^{(i)} - \tilde{CF}^{(i)} ; j = 1, 2, \dots, n \text{ periodos}$$

CÁLCULO DE FLUJOS:

EXPERT	Mg	CF	FF
O			
1	(250, 300, 400)	(90, 100, 110)	(140, 200, 310)
2	(175, 200, 250)	(89, 99, 104)	(71, 101, 161)
3	(200, 250, 300)	(92, 104, 110)	(90, 146, 208)
4	(150, 175, 290)	(93, 98, 109)	(41, 77, 197)
5	(235, 260, 275)	(82, 98, 118)	(117, 162, 193)

Para la obtención del flujo de fondos borrosos la diferencia de borrosos para cumplir que la función sea monotonamente decreciente se hace: para el límite inferior de flujos de fondos se hace la diferencia entre el límite inferior de Mg y el superior de CF, para el valor intermedio se establece la diferencia de forma directa y para el límite superior se toma el límite superior de Mg y el inferior de CF.

En este caso, para simplificar, se supuso que los flujos de fondos son iguales en el horizonte de planeación considerado, es decir:

$$FF_1 = FF_2 = \dots = FF_5$$

Escritos en términos de **NBT** es:

$$\tilde{FF}_1 = \tilde{FF}_2 = \dots = \tilde{FF}_5 = \tilde{FF}_m$$

Por lo que:

$$\tilde{FF}_m = (91.8, 137.2, 213.8)$$

Por lo que el rendimiento unitario medio sobre la inversión es:

$$r_{\sim a} = \frac{1}{A} \sum_{j=1}^m \tilde{FF}_j - 1 ;$$

pero:

$$\sum_{j=1}^m \tilde{FF}_j = m \cdot \tilde{FF}_j$$

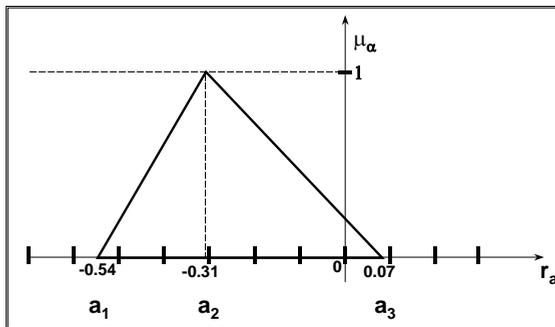
entonces:

$$r_{\sim a} = \frac{1}{1000} [5(91.8, 137.2, 213.8)] - 1 =$$

$$= \frac{1}{1000} [459, 686, 1069] - 1 =$$

$$r_{\sim a} = (-0.54, -0.31, 0.07)$$

Presentada gráficamente esta rentabilidad y sus respectivos niveles de presunción, se tiene que:



De acuerdo con **Terceño Gómez A. (1998)**; **Arnold Kaufmann, Jaime Gil Aluja, Antonio Terceño G. (1994)** La función de pertenencia para r_a puede ser escrita como:

$$\mu_{r_a}(x) = \begin{cases} 0 & ; x \leq a_1 \\ \frac{x-a_1}{a_2-a_1} & ; a_1 < x \leq a_2 \\ \frac{a_3-x}{a_3-a_2} & ; a_2 < x < a_3 \\ 0 & ; a_3 \leq x \end{cases}$$

La expresión general para los α -cortes, despejando x , en función del nivel de presunción;

$$\alpha = \mu_{\sim A}(x).$$

$$\alpha = \frac{x-a_1}{a_2-a_1} \Rightarrow x = a_1 + \alpha(a_2 - a_1)$$

$$\alpha = \frac{a_3-x}{a_3-a_2} \Rightarrow x = a_3 + \alpha(a_3 - a_2)$$

siendo los α -cortes:

$$\forall \alpha \in [0,1]$$

$$A\alpha = [a_1 + \alpha(a_2 - a_1), a_3 + \alpha(a_3 - a_2)]$$

por lo que:

extremo inferior:

$$r_a = -0.54 + \alpha(0.31 - (-0.54))$$

$$r_a = -0.54 + \alpha(0.23)$$

extremo superior:

$$r_a = 0.07 + [\alpha(0.07 - (-0.31))]$$

$$r_a = 0.07 + \alpha 0.38$$

por lo que se tiene:

α	$-0.54+\alpha(0.23)$ $r_a(i)$	$0.07+\alpha(0.38)$ $r_a(i)$
0.0	-0.540	0.070
0.1	-0.517	0.108
0.2	-0.494	0.146
0.3	-0.471	0.184
0.4	-0.448	0.222
0.5	-0.425	0.260
0.6	-0.402	0.298
0.7	-0.379	0.336
0.8	-0.356	0.374
0.9	-0.333	0.412
1.0	-0.310	0.450

Lo anterior se usa para que el decisor conozca los diferentes niveles en los que se puede decidir el proyecto, sin embargo, en términos de rentabilidad, para el caso:

$$r_a = (-0.54, -0.31, 0.07)$$

el valor más posible es (-0.31). El proyecto se puede comportar en un nivel de posibilidad de (-0.54 a 0.07); por lo tanto el proyecto tiene un nivel de flujos positivos despreciables, por lo tanto se rechaza.

CAPÍTULO V

MÉTODO DEL VALOR ACTUAL NETO

Se tiene que el valor actual neto (VAN) *González Santoyo F.(1985)* es el valor actualizado de todos los rendimientos esperados sobre la inversión, es decir, es igual a la suma de los flujos de fondos positivos traídos a valor presente y las pérdidas e inversiones traídas a valor presente en un proyecto de inversión.

Además se tiene que esto cobra sentido práctico cuando los flujos de fondos positivos son muy superiores a los negativos, por lo tanto el VAN es positivo y en esta medida se ve incrementado o decrecido el nivel de la inversión del proyecto en estudio.

Por lo anterior, es evidente el hecho de que, en el caso de que existan varios objetos de la inversión *Lorenzana de la Varga T.(1996)* siguiendo criterios económicos, se tomará aquel cuya diferencia actualizada o valor actual neto positivo sea mayor.

Lo comentado anteriormente, puede ser representado, a través de la siguiente ecuación:

$$\sum_{j=1}^n C_j(1+i)^{-j} \geq A + \sum_{j=1}^n FF_j'(1+i)^{-j}$$

Donde:

A = Inversión inicial del proyecto

C_j = Flujo de fondos negativo previsto para el período **j** del proyecto

FF_j' = Flujo de fondos positivo previsto para el período **j** del proyecto

i = Costo de capital

n = Horizonte de planeación del proyecto de inversión

Por lo anterior:

$$\sum_{j=1}^n (C_j - FF_j')(1+i)^{-j} - A \geq 0$$

Esta ecuación referida al momento 0 es posible escribirla como:

$$\mathbf{VAN} = -A + \sum_{j=1}^n \frac{(C_j - FF_j')}{(1+i)^j}$$

La diferencia de $(C_j - FF_j')$ es posible expresarla como FF_j el cual representará el flujo de fondos netos de la empresa (cash flow) para el período j por lo que la ecuación anterior es escrita de forma generalizada como:

$$\mathbf{VAN} = -A + \sum_{j=1}^n FF_j(1+i)^{-j}$$

Es importante establecer que FF_j es equivalente para un proyecto de inversión a:

$$\begin{aligned} FF_j = & \text{Utilidad neta o pérdida}_{(j)} + \text{depreciación}_{(j)} + \text{amortización}_{(j)} \\ & + \text{valor de salvamento}_{(j)} - \text{inversión}_{(j)} \end{aligned}$$

En términos del horizonte de planeación o vida útil del proyecto.

Es importante hacer notar que independientemente de que se trabaje con interés compuesto, el mismo es considerado constante en el horizonte de planeación, sin embargo en la vida real esto no ocurre así, por lo tanto:

En este sentido, se presenta una dificultad de definición del valor del tipo de interés a utilizar para actualizar capitales futuros, en criterios de análisis tradicionales este es conocido con certeza y constante para cada período de duración de la inversión.

Para el trato de este modelo en esta parte del trabajo, se tomará la hipótesis menos simplificada de los tipos de interés como diferentes para cada período. El cálculo del **VAN** bajo estas condiciones es obtenido partiendo de que:

$$\text{VAN} = -A + \sum_{j=1}^n FF_j \prod_{s=1}^j (1 + i_s)^{-1} \quad ; \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$s = 1, 2, \dots, j$$

Donde:

i_s = interés variable en cada período.

El producto de $1 + i_s$, elevados a la -1 proporcionará el factor de actualización de los períodos 1 a j , que multiplicado por el flujo de fondos correspondiente al período j , permite obtener su valor actualizado, para el caso se suman valores actualizados, homogeneizados o referidos al punto inicial, ciclo **CERO**.

Como la fijación de la dinámica económica nacional es tan cambiante consideraremos el concepto de la imprecisión al modelo mediante la introducción de una valuación, es decir, de una estimación numérica subjetiva que puede venir determinada a través de un intervalo de

confianza, un número borroso triangular o cualquier otro elemento numérico que represente la evidente incertidumbre existente.

Por lo anterior, a través de análisis posteriores, en este apartado se tratará de comprobar qué ventajas pueden conseguirse con la utilización de números borrosos para comparar series de beneficios en la empresa.

Para el establecimiento de la ampliación del modelo clásico al análisis con números borrosos, como primera aproximación se considerará que se ha consultado a un grupo de expertos (que el resultado fue el producto, por ejemplo, de la aplicación del Delphi) para la obtención de información, en relación con los tipos de interés esperados, usando números borrosos triangulares.

El grupo de expertos ha llegado a un acuerdo tal que, piensan que el tipo de interés no será inferior a un valor “ r_s ” y lo más seguro (nivel de presunción igual a 1) es que tome el valor “ m_s ” para cada período de la vida útil de la inversión de 1 a n. Por lo que el interés en la inversión expresado como un número borroso lo podemos escribir como:

$$\tilde{i}_s = (r_s, m_s, s_s) \quad ; \quad j = 1, 2, \dots, n$$
$$s = 1, 2, \dots, j$$

Debido a que el cálculo de los valores actuales no se realiza con los tipos de interés, sino que, partiendo de ellos, con los tipos de actualización, habrá que comprobar qué forma toman, en este caso, los coeficientes:

$$(1 + \tilde{i})^{-j}$$

Cuando el tipo de interés es constante, y cierto para todos los períodos de duración de la inversión, se tiene:

$$(1 + i_s)^{-1}$$

cuando es diferente en cada período.

Para el desarrollo del modelo en borrosos, se transforman las estimaciones obtenidas en forma ternaria a la forma de α -cortes; es decir, se parte de:

$$\underset{\sim}{i}_s = (r_s, m_s, s_s)$$

Para obtener un intervalo de confianza \mathbf{i}_s al nivel α , lo que permitirá asociar a cada tipo de interés una función de pertenencia al subconjunto borroso de pertenencia:

$$\underset{\sim}{i}_s = \underset{\sim}{\mu}_{i_s}(\alpha) \ ; \ tal \ que \ \forall \alpha \in [0,1]:$$

$$\underset{\sim}{i}_s = [r_s(\alpha), s_s(\alpha)]$$

donde:

$$r_s(\alpha) = r_s + (m_s - r_s)\alpha$$

$$s_s(\alpha) = s_s - (s_s - m_s)\alpha$$

Como se observa $r_s(\alpha)$ y $s_s(\alpha)$ son funciones lineales. Para pasar del tipo de interés al tipo de actualización a usar se tiene:

partiendo de que:

$$\frac{1}{1+i_1}$$

El tipo de actualización del primer ciclo cuando es estimado como un valor cierto. Es posible establecer que el tipo de interés a través de un número borroso triangular en forma de α -cortes, se obtiene:

$$\frac{1}{1+[r_1(\alpha), s_1(\alpha)]}$$

El número preciso 1 puede ser representado a través del intervalo de confianza $[1,1]$. Por lo que la expresión anterior es escrita como:

$$\frac{[1,1]}{[1,1]+[r_1(\alpha), s_1(\alpha)]}$$

Conocidas las operaciones básicas con intervalos de confianza, se tiene:

$$[a,b] (+) [c,d] = [a+c, b+d]$$

$$[a,b] (-) [c,d] = [a-d, b-c]$$

$$[a,b] (\bullet) [c,d] = [a \bullet c, b \bullet d] \quad ; \quad a,b,c,d \in \mathbb{R}^+$$

$$[a,b] (\div) [c,d] = [a/d, b/c] \quad ; \quad a,b,c,d \in \mathbb{R}^+ \quad y \quad c > 0$$

$$[1,1] (\div) [c,d] = [1/d, 1/c] \quad c,d \in \mathbb{R}^+ \quad y \quad c > 0$$

Realizando sucesivamente la suma de los dos intervalos de confianza del denominador y dividiendo el numerador entre éste, se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{[1,1]}{[1,1] + [r_1(\alpha), s_1(\alpha)]} &= \frac{[1,1]}{[1 + r_1(\alpha), 1 + s_1(\alpha)]} = \\ &= [1,1] (\div) [1 + r_1(\alpha), 1 + s_1(\alpha)] = \left[\frac{1}{1 + s_1(\alpha)}, \frac{1}{1 + r_1(\alpha)} \right] \end{aligned}$$

El cual expresa el factor de actualización a través de un número borroso definido por el par intervalo de confianza-nivel de presunción.

Para los períodos siguientes se trabajará de una forma semejante, esto es:

$$\frac{1}{1 + i_1} \bullet \frac{1}{1 + i_2}$$

La ecuación anterior implica la actualización del segundo año en ambiente de certeza.

Planteado a un ambiente de incertidumbre se tiene:

$$\left[\frac{1}{[1+s_1(\alpha)]}, \frac{1}{[1+r_1(\alpha)]} \right] (\bullet) \left[\frac{1}{[1+s_2(\alpha)]}, \frac{1}{[1+r_2(\alpha)]} \right]$$

Realizando el producto se tiene:

$$\left[\frac{1}{[1+s_1(\alpha)]} \bullet \frac{1}{[1+s_2(\alpha)]}, \frac{1}{[1+r_1(\alpha)]} \bullet \frac{1}{[1+r_2(\alpha)]} \right] =$$

$$\left[\frac{1}{[1+s_1(\alpha)] \bullet [1+s_2(\alpha)]}, \frac{1}{[1+r_1(\alpha)] \bullet [1+r_2(\alpha)]} \right]$$

En general se establece que:

$$C.A_s(\alpha) = \prod_{s=1}^j \left[\frac{1}{[1+s_s(\alpha)]}, \frac{1}{[1+r_s(\alpha)]} \right] \quad \forall \alpha \in [0,1]$$

Por lo que el valor actual neto de un proyecto de inversión con tipos de interés inciertos expresados a través de números borrosos triangulares viene dado por la expresión clásica con la modificación de la incorporación del concepto de incertidumbre a través del interés a usar; por lo tanto la ecuación del **VAN** para este caso será:

$$\tilde{VAN} = -A + \sum_{j=1}^n FF_j \prod_{s=1}^j (1+i)^{-1}$$

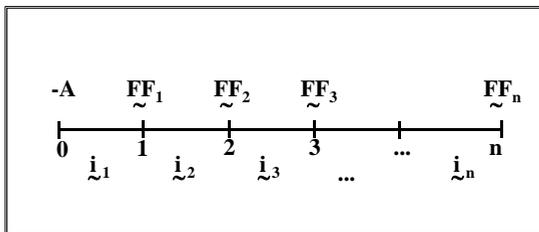
Sustituyendo la notación anterior expresada en términos de los α -cortes, se tiene:

$$VAN(\alpha) = -A + \sum_{j=1}^n FF_j \prod_{s=1}^j (1 + i_s(\alpha))^{-1}$$

$$VAN(\alpha) = -A + \sum_{j=1}^n FF_j \prod_{s=1}^j \left(\frac{1}{1 + s_s(\alpha)}, \frac{1}{1 + r_s(\alpha)} \right) \quad \forall \alpha \in [0,1]$$

En el uso del método para análisis de inversiones, bajo la perspectiva de la incertidumbre, es necesario tratar los flujos de fondos (FF_j) bajo el mismo contexto, al dato que no tiene sentido incorporarle este efecto es a la inversión inicial (A), debido a su ubicación en el ciclo **CERO** del horizonte de planeación del proyecto, por lo que la inversión para todos los análisis bajo el contexto de incertidumbre es tratada como un dato cierto.

La expresión de un problema gráficamente esta dada como:



Para el caso FF_j es un **NBT** definido por tres valores: uno (g_j) por debajo del cual se piensa que el flujo de fondos del período (j) no se dará, otro (I_j) que no va a sobrepasarse, y un valor

intermedio (h_j) que se estima como el de mayor presunción en cuanto a su ocurrencia. Por lo anterior usando:

$$FF_{\sim j} = (g_j, h_j, I_j)$$

Como se manejaron los tipos de interés, ahora se tratará de obtener el intervalo de confianza de ahora FF_j al nivel α , de tal forma que se le asocia al flujo de fondos de cada período una función de pertenencia al subconjunto borroso de referencia:

$$FF_{\sim j} = \mu_{FF}(\alpha)$$

tal que:

$$\forall \alpha \in [0, 1]$$

entonces:~

$$FF_{\sim j} = [g_j(\alpha), I_j(\alpha)]$$

en donde:

$$g_j(\alpha) = g_j + (h_j - g_j)\alpha$$

$$I_j(\alpha) = I_j - (I_j - h_j)\alpha$$

siendo $g_j(\alpha), I_j(\alpha)$ funciones lineales.

La formulación matemática del modelo es similar a la presentación clásica, incorporando para el caso de estudio, un nivel de presunción a los flujos de fondos derivados del proyecto y que, para el caso se han considerado inciertos, su representación es:

$$\begin{aligned} \mathbf{VAN}(\alpha) &= -A + \sum_{j=1}^n FF_j(\alpha) \prod_{s=1}^j (1+i_s(\alpha))^{-1} \\ &= -A + \sum_{j=1}^n FF_j(\alpha) \prod_{s=1}^j \left[\frac{1}{1+s_s(\alpha)}, \frac{1}{1+r_s(\alpha)} \right] \\ &= -A + \sum_{j=1}^n [g_j(\alpha), I_j(\alpha)] \prod_{s=1}^j \left[\frac{1}{1+s_s(\alpha)}, \frac{1}{1+r_s(\alpha)} \right] \quad \forall \alpha \in [0,1] \end{aligned}$$

Esta ecuación permite obtener, para cada nivel α , el abanico de posibilidades entre las cuales se espera se encuentre su estado real. Del resultado obtenido, se puede deducir la posibilidad de situarnos en el estado real y en consecuencia, se puede estar por arriba o debajo de él.

De lo anterior, se podría establecer que el **VAN** clásico considera:

- Un tipo de interés constante para todos los períodos en el horizonte de planeación del proyecto
- El interés considerado como cierto en el análisis

- Se consideran ciertos o conocidos plenamente los flujos de fondos asociados con el proyecto.

Por lo anterior, se tiene que todas estas condiciones consideradas por el VAN clásico son casos particulares del VAN borroso, el cual considera:

- El tipo de interés usado en el análisis es considerado diferente para cada período considerado en el proyecto, se expresa como (i_s).
- Se considera (i_s) incierto, denotado por el nivel α de presunción (de que ese tipo de interés sea real).
- Se consideran inciertos los flujos de fondos asociados al proyecto de inversión; se asocia un α al igual que el caso anterior.

Se debe ser consiente de que el proceso de inversión, como cualquier otro proceso económico, resultará afectado por el marco macroeconómico en el que tiene lugar y que, por lo tanto, va a influir en los resultados que pueden obtenerse. Lo anterior es citado debido a que el modelo desarrollado y presentado para el caso puede ser enriquecido con la incorporación de variables adicionales que se tienen en los sistemas económicos reales.

Como vehículo de explicación práctica, se tomará el caso siguiente:

CASO DE APLICACIÓN No. 1

La compañía “w” dedicada a la fabricación de triciclos, ubicada en la ciudad industrial de la ciudad de Morelia, Michoacán, México, ha decidido apoyar una nueva línea de producción, el estudio de la misma lo ha encargado al grupo de expertos de la empresa, además, apoyados

en expertos de la consultoría “**δ**” han obtenido el comportamiento de la estimación de la inversión, así como los flujos de fondos, para el horizonte de planeación estimado en 8 años, además del tipo de interés para el proyecto. Estos han sido estimados como:

	FLUJO DE FONDOS (PU) (UM)	TIPO DE INTERÉS (%)
0	-80000	
1	(7000, 8000, 12000)	(0.20, 0.25, 0.26)
2	(13000, 15000, 18000)	(0.25, 0.26, 0.28)
3	(28000, 30000, 35000)	(0.29, 0.30, 0.31)
4	(39000, 40000, 45000)	(0.31, 0.32, 0.33)
5	(35000, 40000, 50000)	(0.36, 0.37, 0.38)
6	(39000, 40000, 55000)	(0.38, 0.39, 0.40)
7	(38000, 40000, 57000)	(0.38, 0.39, 0.40)
8	(39000, 40000, 58000)	(0.38, 0.39, 0.42)

r
m
s

Se desea evaluar el proyecto usando el criterio del **VAN**, es de interés conocer su comportamiento nivel a nivel, con $\alpha = 0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, \dots, 0.9, 1.0$.

Por lo anterior, se requiere determinar los intervalos de confianza para cada uno de sus niveles. Los flujos de fondos son dados como:

FLUJO DE FONDOS	INTERVALO DE CONFIANZA
$FF_1(\alpha)$	$[7000 + 1000\alpha, 12000 - 4000\alpha]$
$FF_2(\alpha)$	$[13000 + 2000\alpha, 18000 - 3000\alpha]$
$FF_3(\alpha)$	$[28000 + 2000\alpha, 35000 - 5000\alpha]$
$FF_4(\alpha)$	$[39000 + 1000\alpha, 45000 - 5000\alpha]$
$FF_5(\alpha)$	$[35000 + 5000\alpha, 50000 - 10000\alpha]$
$FF_6(\alpha)$	$[39000 + 1000\alpha, 55000 - 15000\alpha]$
$FF_7(\alpha)$	$[38000 + 2000\alpha, 57000 - 17000\alpha]$
$FF_8(\alpha)$	$[39000 + 1000\alpha, 58000 - 18000\alpha]$

Para los tipos de interés se tiene:

INTERÉS	INTERVALO
$i_1(\alpha)$	$[0.20 + 0.05\alpha, 0.26 - 0.01\alpha]$
$i_2(\alpha)$	$[0.25 + 0.01\alpha, 0.28 - 0.02\alpha]$
$i_3(\alpha)$	$[0.29 + 0.01\alpha, 0.31 - 0.01\alpha]$
$i_4(\alpha)$	$[0.31 + 0.01\alpha, 0.33 - 0.01\alpha]$
$i_5(\alpha)$	$[0.36 + 0.01\alpha, 0.38 - 0.01\alpha]$

$i_6(\alpha)$	$[0.38 + 0.01\alpha, 0.40 - 0.01\alpha]$
$i_7(\alpha)$	$[0.38 + 0.01\alpha, 0.40 - 0.01\alpha]$
$i_8(\alpha)$	$[0.38 + 0.01\alpha, 0.42 - 0.03\alpha]$

Aplicando la ecuación del VAN borroso, se tiene:

$$\begin{aligned}
\text{VAN}(\alpha) = & -80000 + [7000 + 1000\alpha, 12000 - 4000\alpha] \left[\frac{1}{1.26 - 0.01\alpha}, \frac{1}{1.20 - 0.05\alpha} \right] \\
& + [13000 + 2000\alpha, 18000 - 3000\alpha] \left[\frac{1}{(1.26 - 0.01\alpha)(1.28 - 0.02\alpha)}, \right. \\
& \left. \frac{1}{(1.20 - 0.05\alpha)(1.25 - 0.01\alpha)} \right] \\
& + [28000 + 2000\alpha, 35000 - 5000\alpha] \left[\frac{1}{(1.26 - 0.01\alpha)(1.28 - 0.02\alpha)(1.31 - 0.01\alpha)}, \right. \\
& \left. \frac{1}{(1.20 - 0.05\alpha)(1.25 - 0.01\alpha)(1.29 - 0.01\alpha)} \right] \\
& + [39000 + 1000\alpha, 45000 - 5000\alpha] \left[\frac{1}{(1.26 - 0.01\alpha)(1.28 - 0.02\alpha)(1.31 - 0.01\alpha)(1.33 - 0.01\alpha)}, \right.
\end{aligned}$$

$$\left[\frac{1}{(1.20 - 0.05\alpha) (1.25 - 0.01\alpha) (1.29 - 0.01\alpha) (1.31 - 0.01\alpha)} \right]$$

$$+ [35000 + 5000\alpha, 50000 - 10000\alpha]^*$$

$$* \left[\frac{1}{(1.26 - 0.01\alpha) (1.28 - 0.02\alpha) (1.31 - 0.01\alpha) (1.33 - 0.01\alpha) (1.38 - 0.01\alpha)} \right],$$

$$\left[\frac{1}{(1.20 - 0.05\alpha) (1.25 - 0.01\alpha) (1.29 - 0.01\alpha) (1.31 - 0.01\alpha) (1.36 - 0.01\alpha)} \right]$$

$$+ [38000 + 2000\alpha, 57000 - 17000\alpha]^*$$

$$* \left[\frac{1}{(1.26 - 0.01\alpha) (1.28 - 0.02\alpha) (1.31 - 0.01\alpha) (1.33 - 0.01\alpha) (1.38 - 0.01\alpha) (1.40 - 0.01\alpha) (1.40 - 0.01\alpha)} \right],$$

$$\left[\frac{1}{(1.20 - 0.05\alpha) (1.25 - 0.01\alpha) (1.29 - 0.01\alpha) (1.31 - 0.01\alpha) (1.36 - 0.01\alpha) (1.38 - 0.01\alpha) (1.38 - 0.01\alpha)} \right]$$

$$+ [39000 + 1000\alpha, 58000 - 18000\alpha]^*$$

$$* \left[\frac{1}{\begin{matrix} (1.26 - 0.01\alpha) & (1.28 - 0.02\alpha) & (1.31 - 0.01\alpha) & (1.33 - 0.01\alpha) \\ (1.38 - 0.01\alpha) & (1.40 - 0.01\alpha) & (1.40 - 0.01\alpha) & (1.42 - 0.03\alpha) \end{matrix}} \right],$$

$$\left. \frac{1}{\begin{matrix} (1.20 - 0.05\alpha) & (1.25 - 0.01\alpha) & (1.29 - 0.01\alpha) & (1.31 - 0.01\alpha) \\ (1.36 - 0.01\alpha) & (1.38 - 0.01\alpha) & (1.38 - 0.01\alpha) & (1.38 - 0.01\alpha) \end{matrix}} \right]$$

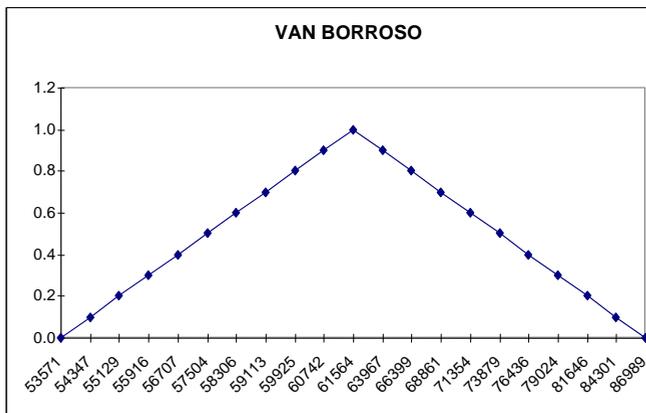
Resolviendo el sistema para los diferentes niveles de α en una escala endecadaria, se obtienen los diferentes intervalos de confianza del VAN, de acuerdo con sus diferentes niveles de presunción.

α	VAN (α) U.M.
0.0	(53570.8, 86988.9)
0.1	(54357.5, 84300.5)
0.2	(55129.1, 81645.8)
0.3	(55915.6, 79024.4)
0.4	(56707.2, 76435.6)
0.5	(57503.9, 73879.1)
0.6	(58305.7, 71354.4)
0.7	(59112.5, 68861.1)

0.8	(59924.6, 66398.6)
0.9	(60741.9, 63966.5)
1.0	(61564.5, 61564.5)

Usando la tabla anterior, se puede comprobar que la estimación obtenida no nos lleva a una decisión equivocada sobre la conveniencia o inconveniencia de la adquisición del objeto de la inversión.

Gráficamente estos resultados son:



Como se observa la figura es una representación adecuada de un **NBT**. Del gráfico se observa que a medida que disminuye el nivel de presunción α , los segmentos obtenidos al cortar cada nivel, la representación gráfica del **VAN** encaja progresivamente, esto cumple con la propiedad de convexidad de los **NBT**.

Lo anterior es equivalente a decir que a medida que se incrementa la incertidumbre (menor nivel de presunción, acotamos la incertidumbre en menor medida) aumentan las posibilidades de resultado, tanto en un sentido, obtener un menor resultado, como en otro, resultado mayor.

De lo anterior se tiene que, todo número borroso se caracteriza por los pares; nivel de presunción e intervalo de confianza, ya que a cada nivel de presunción se le adscribe un intervalo de confianza.

Por lo anterior el VAN = [53 570.8, 61 564.5, 86 988.9].

De lo anterior se tiene que de acuerdo al criterio de decisión, el proyecto se acepta con valores como mínimo de 53 570.8, el valor más posible de 61 564.5 y a lo más de 86 988.9.

No siempre el comportamiento de los flujos de fondos de los proyectos se da en el primer cuadrante y su forma de decisiones es tan obvia, como vía de explicación se usará el:

CASO DE APLICACIÓN No. 2

El proyecto de la compañía “w” presenta los siguientes flujos de fondos inciertos:

	FLUJO DE FONDOS (UM)	TIPO DE INTERÉS (%)
0	-12000	
1	(4000, 5000, 7000)	(0.06, 0.10, 0.12)
2	(4000, 6000, 6000)	(0.05, 0.06, 0.10)
3	(2000, 4000, 5000)	(0.04, 0.08, 0.10)
4	(2000, 3000, 4000)	(0.04, 0.07, 0.09)

Es de interés conocer el VAN para valores de α igual.

$$\alpha = 0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, \dots, 0.9, 1.0$$

Siguiendo la metodología usada en el Caso 1, los intervalos de confianza para cada uno de los niveles de pertenencia, se tiene:

$$FF_1(\alpha) = [4000 + 1000\alpha, 7000 - 2000\alpha]$$

$$FF_2(\alpha) = [4000 + 2000\alpha, 6000]$$

$$FF_3(\alpha) = [2000 + 2000\alpha, 5000 - 1000\alpha]$$

$$FF_4(\alpha) = [2000 + 1000\alpha, 4000 - 1000\alpha]$$

El tipo de interés es:

$$i_1(\alpha) = [0.06 + 0.04\alpha, 0.12 - 0.02\alpha]$$

$$i_2(\alpha) = [0.05 + 0.01\alpha, 0.10 - 0.04\alpha]$$

$$i_3(\alpha) = [0.04 + 0.04\alpha, 0.10 - 0.02\alpha]$$

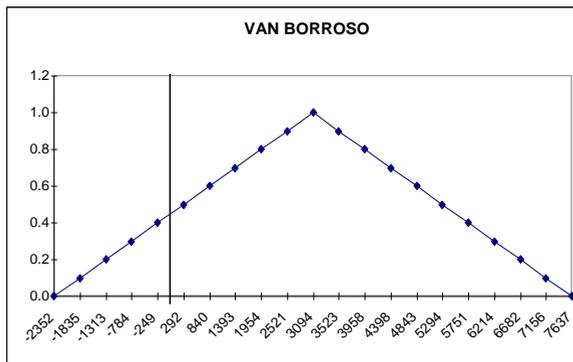
$$i_4(\alpha) = [0.04 + 0.03\alpha, 0.09 - 0.02\alpha]$$

Calculando el **VAN** y sustituyendo los diferentes valores de α en la escala endecadaria se obtiene el **VAN** en diferentes niveles de presunción:

α	VAN (α) U.M.
0.0	(-2352.0791, 7636.9426)
0.1	(-1835.2782, 7156.3969)
0.2	(-1312.5280, 6681.9542)
0.3	(-783.7438, 6213.5110)
0.4	(-248.8394, 5750.9658)
0.5	(292.2730, 5294.2194)
0.6	(839.6826, 4843.1743)
0.7	(1393.4801, 4397.7355)

0.8	(1953.7579, 3957.8094)
0.9	(2520.6099, 3523.3047)
1.0	(3094.1318, 3094.1318)

Gráficamente es presentado como:



En el gráfico se observa la ausencia de beneficios para determinados niveles de presunción y en circunstancias favorables; también se percibe que en circunstancias desfavorables se puede incurrir en pérdidas.

El **VAN** para el caso es representado por el **NBT** (-2352.0791, 3094.1318, 7636.9426), el cual a priori no es posible usarlo como criterio de decisión, por lo que es importante apoyarse para la toma de decisiones en la obtención del índice de consentimiento, el cual es obtenido como:

- Obtener el nivel α que corresponde a la intersección del lado izquierdo del **NBT** con el eje de las ordenadas.

Para el caso:

$$-2352.079 + [3094.138 - (-2352.079)]\alpha = 0$$

$$-2352.079 + 5446.21\alpha = 0$$

$$\alpha = \frac{2352.079}{5446.210} = 0.43$$

$$\alpha = 0.43$$

Por lo que el área del triángulo del lado izquierdo es: (A_l):

$$A_l = \frac{-2352.079 (0.43)}{2} = 505.70 \quad ; \quad A_l \in A_1$$

$$A_1 = \frac{b(h)}{2} = \frac{[7636.942 - 3094.13](1)}{2} = 3818.47$$

$$A_2 = \frac{[3094.1318 + 2352.079](1)}{2} = 2723.11$$

Por lo que el área total es:

$$A_T = A_1 + A_2 = 3818.47 + 2723.11$$

$$A_T = 6541.58$$

Parte positiva del triángulo es (**PP_T**):

$$\mathbf{PP_T} = A_T - 505.70 = 6541.58 - 505.70$$

$$\mathbf{PP_T} = 6035.88$$

Por lo que el índice de consentimiento es (**I_C**):

$$I_C = \frac{PP_T}{A_T} = \frac{6035.88}{6541.58} = 0.92$$

De acuerdo a este criterio, se tiene que el nivel de posibilidad es de 0.92 de obtener resultados positivos, la cual es posible considerarla como alta, por lo que tomando la decisión desde el punto de vista económico, el proyecto es de aceptarse.

CAPÍTULO VI

Evaluación de proyectos de inversión

La teoría financiera moderna pugna, entre otras cosas, por la asignación eficiente de los recursos financieros de la empresa en aquellos activos que sean necesarios para la realización de la actividad productiva, con el fin de contribuir desde una perspectiva financiera, a la consecución del objetivo general a largo plazo de la empresa.

Como requerimiento previo para la aplicación de cualquier criterio de evaluación de proyectos de inversión se debe determinar el flujo de fondos en el horizonte de planeación del proyecto; se recomienda los mismos sean obtenidos de acuerdo con González S. (1985) como:

$$FF_t = UN \text{ o } P_t + D_t + A_t + V_{S_t} - I_t$$

Donde:

FF_t	=	Flujo de fondos	$t= 1,2,3,\dots n$
$UN \text{ o } P_t$	=	Utilidad o perdida	$t= 1,2,3,\dots n$
D_t	=	Depreciación	$t= 1,2,3,\dots n$
A_t	=	Amortización	$t= 1,2,3,\dots n$
V_{S_t}	=	Valor de Salvamento	$t= 1,2,3,\dots n$
I_t	=	Inversiones	$t= 1,2,3,\dots n$

Método del Valor Actual Neto:

El valor actual neto es el valor actualizado de todos los rendimientos esperados sobre la inversión (González S. 1985), es decir, es la suma de los flujos de fondos positivos traídos al

presente y las pérdidas e inversiones traídas a valor presente en un proyecto de inversión

Para el presente proyecto en el cálculo del VAN clásico y considerando los siguientes datos:

Inversión inicial = \$ 5, 984, 508.00

Flujos de efectivo:

$$FF_1 = \$ 1,723,384.42$$

$$FF_2 = 2,414,375.87$$

$$FF_3 = 3,384,697.18$$

$$FF_4 = 4,340,976.16$$

$$FF_5 = 5,079,896.78$$

Considerando una trema = 20%

$$VAN = IT + \frac{\sum_{j=1}^n FF_j}{(1+i)^j} \quad VAN = \$ 3,201,144.79$$

Para el Cálculo del VAN difuso tenemos:

La formulación matemática del modelo es similar a la presentación clásica, incorporando para el caso de estudio, un nivel de presunción a los flujos derivados del proyecto y que, para el caso se han considerado inciertos, su presentación es:

$$\begin{aligned} \tilde{VAN} &= -A + \sum_{j=1}^n FF_j(\alpha) \prod_{s=1}^j (1+i_s(\alpha))^{-1} \\ \tilde{VAN}(\alpha) &= -A + \sum_{j=1}^n FF_j(\alpha) \prod_{s=1}^j \left[\frac{1}{[1+s_s(\alpha)]}, \frac{1}{[1+r_s(\alpha)]} \right] \\ \tilde{VAN}(\alpha) &= -A + \sum_{j=1}^n [g_j(\alpha), l_j(\alpha)] \prod_{s=1}^j \left[\frac{1}{[1+s_s(\alpha)]}, \frac{1}{[1+r_s(\alpha)]} \right] \quad \forall \alpha \in [0,1] \end{aligned}$$

Esta ecuación nos permite obtener, para cada nivel el abanico de posibilidades entre las cuales se espera se encuentre su estado real. Del resultado obtenido, se puede deducir la posibilidad de situarnos en el estado real y en consecuencia, se puede estar por arriba o debajo de él.

Para el caso de la valuación financiera del proyecto lo anterior puede ser aplicado de la siguiente manera:

Tabla # 7 Flujo de fondos del proyecto

Año	Flujo de fondos		
0	- 5,984,508.00		
1	1,723,384.42	1,999,781.15	2,276,177.88
2	2,414,375.87	2,784,056.49	3,153,737.11
3	3,348,697.18	3,746,232.35	4,143,767.52
4	4,340,976.16	4,556,203.24	4,771,430.32
5	5,079,896.78	5,309,874.40	5,539,852.02

Fuente: Elaboración propia.

Tabla # 8 tasas de interés

Tipo de interés		
0.15	0.18	0.20
0.20	0.21	0.23
0.24	0.25	0.26
0.26	0.27	0.28
0.31	0.32	0.33

Fuente: Elaboración propia.

Se desea evaluar el proyecto usando el criterio del VAN, es de interés conocer su comportamiento nivel a nivel, con $\alpha = 0.0, 0.1, 0.2, 0.3, \dots, 0.9, 1.0$

Resolviendo el sistema para diferentes niveles de α en la escala endecadaria se obtienen los diferentes intervalos de confianza del VAN, de acuerdo con sus diferentes niveles de presunción:

Tabla # 9 Intervalos de confianza para VAN

α	VAN (α) (u.m)
0	(2,316,058.47, 4,875,981.30)

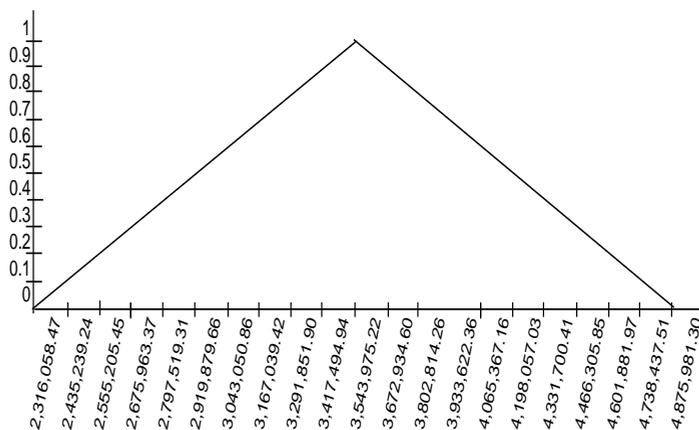
0.1	(2,435,239.24, 4,738,437.51)
0.2	(2,555,205.45, 4,601,881.97)
0.3	(2,675,963.37, 4,466,305.85)
0.4	(2,797,519.31, 4,331,700.41)
0.5	(2,919,879.66, 4,198,057.03)
0.6	(3,043,050.86, 4,065,367.16)
0.7	(3,167,039.42, 3,933,622.36)
0.8	(3,291,851.90, 3,802,814.26)
0.9	(3,417,494.94, 3,672,934.60)
1	(3,543,975.22, 3,543,975.22)

Fuente: Elaboración propia.

El usar la información de la tabla anterior, permite realizar una mejor toma de decisiones sobre el invertir o no en el presente proyecto de inversión, como se observa en los diferentes niveles de presunción del VAN todos ellos son positivos lo cual nos indica beneficios en el proyecto, por lo tanto desde esta perspectiva el proyecto es viable.

Gráficamente estos resultados son:

Fig. 1 Número Borroso triangular



Fuente: Elaboración propia

Como se observa la figura es una representación adecuada de un Número Borroso Triangular, en el gráfico se observa que a medida que disminuye el nivel de presunción α , los segmentos obtenidos al cortar cada nivel, la representación gráfica del VAN encaja progresivamente, esto cumple con la propiedad de convexidad de los NBT.

Por lo anterior:

$$\text{VAN} = [2,326,058.47, 3,543,957,934.26, 4,875,981.30]$$

Resultados:

El calcular el punto de equilibrio con teoría de la incertidumbre nos permite visualizar un intervalo llamado umbral de la rentabilidad, el cuál permite a la empresa controlar sus costos de operación proporcionando con ello ser más eficiente por consiguiente obtener unas mayores utilidades.

Una vez calculado el punto de equilibrio con teoría de la incertidumbre se observa una disminución de este con referencia al calculado con teoría clásica, todo es debido a que los costos de operación en el cálculo se consideran óptimos.

Respecto al % CA al disminuir el punto de equilibrio optimizamos la capacidad de producción de la empresa.

Se observa que al calcular el VAN por teoría clásica el proyecto tiene una alta rentabilidad.

Al realizar el cálculo de la VAN con teoría de la incertidumbre nos muestra una tripleta de confianza observándose que el proyecto es rentable, así como proporcionando al inversor un mayor espectro de decisión.

MÚLTIPLES IRR FUZZY EN EL ENTORNO DE DECISION FINANCIERA

ABSTRACT: En este artículo presentamos una versión difusa del algoritmo J.T.C. Mao aplicado a múltiples IRR. También, un algoritmo alternativo para resolver el problema múltiple IRR muestra alta eficiencia en la resolución de este problema.

PALABRAS CLAVE: *IRR, Fuzzy.*

Introducción

Terceño Gómez A. et al [Terceño 1999] definen que el objetivo de una evaluación de la inversión es determinar una medida de la inversión. Esta medida puede dar lugar a la decisión de rechazar o aceptar la inversión.

La evaluación financiera de cualquier empresa requiere [González 1998] la determinación del flujo de caja, el horizonte de planificación (vidaútil), la tasa de interés y el comportamiento del efectivo con tiempo para guiar eficientemente los criterios de evaluación a aplicar.

Según Mendoza [Mendoza 2000], todas las empresas buscan la asignación eficiente de recursos financieros de los activos necesarios para ser productivos, persiguiendo el objetivo a largo plazo, desde una perspectiva.

Muchos proyectos de inversión pueden ser justificados, pero no todos ellos pueden ser cumplidos. Esa es la razón principal para establecer una jerarquía y seleccionar a los más rentables. Para alcanzar este objetivo, es necesario evaluar cada una de las múltiples posibilidades de inversión presentes a la empresa en un momento dado.

Los criterios tradicionales son eficientes cuando la información se comporta bien, o se puede analizar con probabilidades. Sin embargo, esta percepción ha tenido lugar en varias ocasiones [Gil 1998], a través del razonamiento basado en el concepto de precisión y han sido formificados a través del matemático clásico esquemas. El resultado

es un conjunto de modelos que constituyen una realidad modificada que se adapta a nuestro conocimiento matemático, en lugar de al revés, una adaptación del modelo a los hechos.

Esta es la razón por la que la principal herramienta matemática o manejar la incertidumbre es la teoría difusa, con todas sus variantes. Por otro lado, tratamos la probabilidad con la teoría de probabilidad. La teoría difusa no ha sido bien conocida, o incluso desconocida, tanto por los matemáticos aplicados como por los especialistas en matemáticas aplicadas. Recientemente, ha habido un cambio y ahora sabemos mejor cómo separar y asociar, cuando sea necesario, lo que es medible, y lo que no es.

En este documento, presentamos el análisis de la evaluación de la inversión, en presencia de múltiples decisiones financieras en un entorno difuso.

Flujo de efectivo fuzzy IRR WTH MULTIPLE

En este documento, usaremos el flujo de efectivo difuso y las tasas de interés para determinar la Tasa de Ingresos Internos (IRR). Este análisis utiliza los criterios de número difuso en el análisis.

Carlsson y Fuller [Carlsson 2000] definen: un número difuso A es un conjunto fuzzy de la línea Real con **una** normal, una función de pertenencia convexa y un "soporte acotado". El conjunto de números difusos se denota mediante F . Un número difuso con un único elemento máximo se denomina número difuso quasi-triangular.

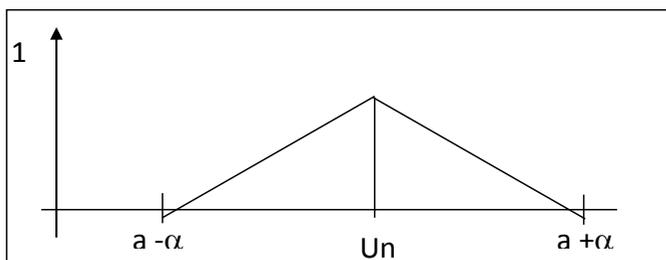


Figura 1. Representación de un número difuso quasi-triangular

Esta será la representación de información básica para el flujo de efectivo difuso. Para calcular el rIR múltiple los proyectos necesitan ser clasificados en inversiones simples (lo que implica un solo IRR), puras inversiones no simples (un solo IRR), y inversiones mixtas no simples (varias RRP).

MÚLTIPLE FUZZY IRR

Este criterio se utiliza en la evaluación de proyectos de inversión donde hay dos o más tipos de interés para la misma propuesta. Esto sucede debido a cambios de firma en los flujos de efectivo dentro del horizonte de planificación, lo que a su vez se debe al hecho de que los gastos de efectivo no están restringidos hasta el comienzo de la inversión, pero puede suceder a lo largo de su vida. Gráficamente, esto se puede representar como se muestra en la Figura 2.

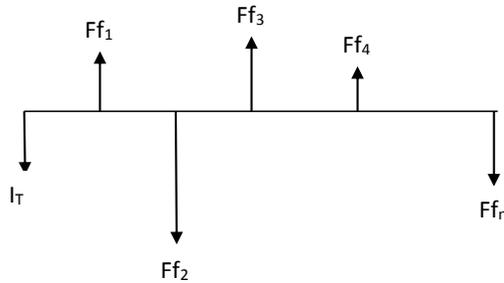


Figura 2. Flujo de caja de un proyecto

Las inversiones se pueden clasificar en simples y no simples. Las inversiones simples pueden tener un solo cambio de signo; esto garantiza una tasa de interés única. Las inversiones no simples se clasifican en dos conjuntos: puras y mixtas. Las inversiones puras también tienen un solo IRR a pesar de los cambios de signo. Las inversiones mixtas pueden tener rRP severas. La complejidad de las inversiones mixtas radica en la existencia de múltiples RRP.

Para dar una respuesta a proyectos con múltiples soluciones, presentamos dos alternativas. La primera es una extensión de la teoría difusa para el IRR y la segunda es la ficación aproximada de James C. T. Algoritmo de Mao .

PRIMEROS CRITERIOS

Lo primero que se debe hacer es la aplicación de las ecuaciones para encontrar el IRR difuso $r \in [\underline{r}(\alpha), \overline{r}(\alpha)]$ de tal manera que el rendimiento un valor real de Neat cero (NPV). La ecuación que representa el IRR difuso es:

$$\overline{a}_0 = \sum_{i=1}^n \overline{q}_i (1 + \overline{r})^{-i}$$

Para los casos en los que hay cambios de signo, la ecuación es:

$$\overline{a}_0 = \pm \sum_{i=1}^n \overline{q}_i (1 + \overline{r})^{-i}$$

Para determinar los límites superior e inferior tenemos:

a) Para encontrar el límite inferior del α corte:

$$\overline{a}_0(\alpha) = \pm \sum_{i=1}^n \overline{q}_i(\alpha) [1 + \underline{r}(\alpha)]^{-i}$$

b) Para encontrar el boun superior del corte alfa:

$$\underline{a}_0(\alpha) = \pm \sum_{i=1}^n \underline{q}_i(\alpha) [1 + \overline{r}(\alpha)]^{-i}$$

Con el resultado obtenido, es decir, la aproximación angular $r - [\underline{r}(\alpha), \overline{r}(\alpha)]$, se evalúan los saldos pendientes del proyecto de inversión.

Bajo este criterio, una inversión pura se define como una inversión en la que los saldos pendientes evaluados con la aproximación triangular $r - [\underline{r}(\alpha), \overline{r}(\alpha)]$ son negativos o cero, a través de la propuesta vida útil y sitive al final. De este modo, una inversión es pura si y sólo si $r - [\underline{r}(\alpha), \overline{r}(\alpha)] \leq 0$, para $t=0,1,2,\dots,n-1$. Por otro lado, una inversión mixta es un proyecto en el que $r - [\underline{r}(\alpha), \overline{r}(\alpha)] \geq 0$ para algunos valores de t , y $r - [\underline{r}(\alpha), \overline{r}(\alpha)] \leq 0$ para el resto.

El IRR se define para inversiones puras; para los mixtos, los ingresos obtenidos varían con el TREMA de la empresa. El término TREMA proviene del español "Taza de Recuperación Mínima Atractiva", y se puede traducir como Capital Cost. A lo largo del papel, será tratado como TREMA.

En resumen, los primeros criterios se pueden expresar como en el cuadro 1.

Tabla 1. Algoritmo alternativo

1.- Aplicar ecuaciones para el IRR difuso múltiple:

$$a_0 \geq \sum_{i=1}^n q_i (1 + \bar{r})^{-i}$$

Para el límite inferior del α corte -:

$$a_0(\alpha) \geq \sum_{i=1}^n q_i(\alpha) [1 + \underline{r}(\alpha)]^{-i}$$

Para el límite superior del α corte -:

$$a_0(\alpha) \geq \sum_{i=1}^n q_i(\alpha) [1 + \overline{r}(\alpha)]^{-i}$$

2.- Determinar la aproximación triangular:

$$r \in [\underline{r}(\alpha), \overline{r}(\alpha)]$$

3.- Si $r - [\underline{r}(\alpha), \overline{r}(\alpha)] \leq 0$ para $t = 0, 1, 2, \dots, n-1$; la inversión es pura.

4.- Si $r - [\underline{r}(\alpha), \overline{r}(\alpha)] \leq 0$ para algunos valores de t y $r - [\underline{r}(\alpha), \overline{r}(\alpha)] \geq 0$ para el resto, entonces la inversión es mixta.

FUZZIFICACION DEL ALGORITMO DE JAMES C.T. MAO

Dado que la inversión inicial es un retiro, cualquier inversión puede satisfacer la condición $F_t(i) < 0$ para $t = 0, 1, 2, \dots, n-1$, cuando i aumenta a un valor crítico conocido como r_{\min} . Para lograr la fuzzificación de este segundo criterio, \overline{r}_{\min} debe determinarse para cada uno de los componentes de un número triangular difuso. El resultado obtenido se puede utilizar para evaluar los saldos pendientes del proyecto, de forma que:

$$\overline{r}_{\min} = (\overline{r}_{\min 1}, \overline{r}_{\min 2}, \overline{r}_{\min 3})$$

Los saldos pendientes siempre deben cumplir la condición:

$$F_t(\overline{r}_{\min 1}, \overline{r}_{\min 2}, \overline{r}_{\min 3}) \geq 0 \text{ para } t = 0, 1, 2, \dots, n-1$$

Una vez evaluados los saldos pendientes y la condición indicada anteriormente, es necesario determinar si la inversión es pura o mixta. Utilice el valor obtenido \overline{r}_{\min} para evaluar el resultado final del horizonte de planificación del proyecto. Si $F_n(\overline{r}_{\min}) > 0$, entonces la inversión es pura. Si determinamos que $F_n(\overline{r}_{\min}) < 0$, la inversión es mixta. En el caso de una inversión pura no existen múltiples RRP; determinamos r^* , los ingresos de los activos invertidos, de tal forma que $F_n(r^*, \text{TREMA}) = 0$. Si el $r^* > \text{TREMA}$, el proyecto puede ser aceptado.

Necesitamos representar r^* como un número triangular fuzzy,

$$\overline{r}^* = (\overline{r}_1^*, \overline{r}_2^*, \overline{r}_3^*)$$

Para determinar r^* , iniciamos el cálculo con TREMA, para que podamos determinar si aceptamos o rechazamos el proyecto. Además, para las inversiones mixtas, los ingresos varían con TREMA.

Cuadro 2. J.T.C. Algoritmo de Mao

1.- Disuasorio iterativo $\overline{r_{\min}}$.

$$\overline{r_{\min}} = (\overline{r_{\min 1}}, \overline{r_{\min 2}}, \overline{r_{\min 3}})$$

2.- $\overline{r_{\min}}$ debe satisfacer $F_t(\overline{r_{\min}}) \leq 0$ para $t \text{ a } 0,1,2,\dots,n-1$

3.- Si $F_n(\overline{r_{\min}}) > 0$, entonces la inversión es pura, por lo que existe un solo IRR, y debe ser comparado con el TREMA.

4.- Si $F_n(\overline{r_{\min}}) < 0$, entonces la inversión es mixta

5.- Determinar $\overline{r^*}$, de tal forma que:

$$F_n(\overline{r^*}, \text{TREMA}) = 0$$

$$\overline{r^*} = (\overline{r_1^*}, \overline{r_2^*}, \overline{r_3^*})$$

6.- Si $\overline{r^*} > \text{TREMA}$, el proyecto debe ser aceptado.

CASOS DE SOLICITUD DE TEORIA FUZZY EN INVERSIONES Múltiples

Para ilustrar ambos algoritmos, en esta sección, presentamos algunos casos con múltiples inversiones.

Caso de Aplicación No. 1.

La empresa "W" está analizando una propuesta de inversión. El caso está siendo manejado por un grupo de expertos. Se han definido los análisis de inversión en flujo de efectivo, para un horizonte de planificación de 2 años, como números triangulares fuzzy, como se muestra en el Cuadro 3.

Cuadro 3. Flujo de caja (caso 1)

año	Flujo de caja
0	(-4 000, -4 000, -4 000)
1	(24 500, 25 000, 25 300)
2	(-24 000, -25 000, -26 000)

La empresa tiene una tasa de referencia mínima (TREMA) del 20% de anuncio quiere saber si es conveniente o no aceptar el proyecto, utilizando los criterios IRR.

Lo primero que hay que hacer en el análisis de una propuesta de inversión, es verificar si existen cambios de signo en los flujos de efectivo. En este caso se producen señales, ya que tenemos retiradas al principio y al final del proyecto; también tenemos ingresos en el primer año. Hay un comportamiento de flujo de efectivo con un patrón (-, +, -), por lo que es posible encontrar varias IRR.

De acuerdo con los primeros criterios, tenemos la ecuación para múltiples RRP difusas:

$$\bar{a}_0 \pm \sum_{i=1}^n q_i (\bar{1} + \bar{r})^{-i}$$

Además, para determinar los límites inferior y superior, tenemos ,

a) Para el límite inferior del α corte -

$$\underline{a}_0(\alpha) \pm \sum_{i=1}^n q_i(\alpha) [\underline{1} + \underline{r}(\alpha)]^{-i}$$

b) Para el límite superior α del corte -

$$\underline{a}_0(\alpha) \pm \sum_{i=1}^n q_i(\alpha) [\bar{1} + \bar{r}(\alpha)]^{-i}$$

Sustituyendo los valores para cada uno de los casos, tenemos:

$r(\alpha)$ Para:

$$4000 = \frac{[24500 + 500(\alpha)]}{[1 + r(\alpha)]} - \frac{[24000 + 1000(\alpha)]}{[1 + r(\alpha)]^2}$$

y también para: $\overline{r(\alpha)}$

$$4000 = \frac{[25300 - 300(\alpha)]}{[1 + r(\alpha)]} - \frac{[26000 - 1000(\alpha)]}{[1 + \overline{r(\alpha)}]^2}$$

Haciendo los cálculos de respuesta mediante un proceso iterativo, obtenemos los siguientes resultados, para cada uno de los cortes alfa

Cuadro 4. Resultados para cada corte alfa

α	$r(\alpha)$	$\overline{r(\alpha)}$
1	25.00 %	25.00 %
0.9	24.75 %	25.42 %
0.8	24.50 %	25.83 %
0.7	24.24 %	26.25 %
0.6	23.99 %	26.66 %
0.5	23.73 %	27.07 %
0.4	23.47 %	27.49 %
0.3	23.22 %	27.90 %
0.2	22.95 %	28.31 %
0.1	22.69 %	28.72 %
0	22.43 %	29.13 %

La aproximación angular que obtenemos es

$r \in [\underline{r}(\alpha), \overline{r}(\alpha)]$ á (22,43%, 25% , 29,13%).

Debido al cambiode signo, el sistem también exhibe los resultados mostrados en la Tabla 5.

Tabla 5: Resultados

α	$\underline{r}(\alpha)$	$\overline{r}(\alpha)$
1	400.00 %	400.00 %
0.9	398.99 %	400.34 %
0.8	397.89 %	400.67 %
0.7	397.00 %	401.02 %
0.6	396.01 %	401.34 %
0.5	395.01 %	401.68 %
0.4	393.85 %	402.00 %
0.3	393.02 %	402.34 %
0.2	392.04 %	402.69 %
0.1	391.05 %	403.03 %
0	390.06 %	403.37 %

Tener la aproximación triangular

$r \in [\underline{r}(\alpha), \overline{r}(\alpha)]$ á (390,06%, 400%, 403,37%).

Como se puede ver, se trata de una inversión mixta, ya que existen results para resolver estas ecuaciones.

Para completar nuestro analisis,y para verificar los primeros criterios, supongamos que el primer resultado es la aroximación triangular r a [22,43%, 25,00%, 29,13%]. Con este resultado, evaluamos los saldos pendientes del proectde inversión.

$f_0(0.2243, 0.25, 0.2913)$ á (-4 000, -4 000, 4 000)

$f_1(0.2243, 0.25, 0.2913)$ á (19 602.80, 20 000, 20, 134.80)

$f_2(0.2243, 0.25, 0.2913)$ á (0, 0, 0)

Existen algunos valores para \overline{F}_m (saldos pendientes) $0 \leq$ para los años 0 y 2, y $0 \overline{F}_m \geq$ para el año 1, por lo que la inversión es mixta.

Para demostrar la consistencia del método, verificamos los resultados con la otra aproximación triangular que obtuvimos

$r \in [r(\underline{\alpha}), r(\overline{\alpha})]$ (390,06%, 400%, 403,37%).

Los saldos pendientes para cada año se pueden calcular de la siguiente manera:

$f_0(3.9006, 4, 4.0337)$ á (-4 000, -4 000, -4 000)

$f_1(3.9006, 4, 4.0337)$ á (4 897.60, 5 000, 5 165.20)

$f_2(3.9006, 4, 4.0337)$ á (0, 0, 0)

Existen algunos valores que verifican $0 \overline{F}_m \leq$ y otros para $\overline{F}_m \geq 0$, por lo que la inversión es mixta.

No importa qué currículum hayamos utilizado, hemos llegado a determinar que estamos tratando con una inversión mixta. El analista tiene ahora que determinar si debe aceptar o rechazar el proyecto. Cuando hay varias RRP, esa decisión debe estar de acuerdo con el valor te de la TREMA.

$r \in [r(\underline{\alpha}), r(\overline{\alpha})]$ > TREMA

Para nuestro caso:

(22,43%, 25%, 29,13%) > TREMA (20%)

Por lo tanto, el proyecto debe ser aceptado.

Según el segundo criterio, los resultados que obtenemos deben ser los mismos que con el primer criterio. En primer lugar, tenemos que determinar el valor de la r_{min} para el año 0 y 1.

$$\overline{r_{min}} = (\overline{r_{min1}}, \overline{r_{min2}}, \overline{r_{min3}})$$

$\overline{r_{min1}}$ Para:

$$-4\,000 (1 + \overline{r_{min1}}) + 24\,500 \geq 0$$

$$(1 + \overline{r_{min1}}) \leq 6,125$$

$$\overline{r_{min1}} \leq 5,125 \text{ ?}$$

$\overline{r_{min2}}$ Para:

$$-4\,000 (1 + \overline{r_{min2}}) + 25\,000 \geq 0$$

$$(1 + \overline{r_{min2}}) \leq 6,25$$

$$\overline{r_{min2}} \leq 5,25 \text{ ?}$$

$\overline{r_{min3}}$ Para:

$$-4\,000 (1 + \overline{r_{min3}}) + 25\,300 \geq 0$$

$$(1 + \overline{r_{min3}}) \leq 6,325$$

$$\overline{r_{min3}} \leq 5,325 \text{ ?}$$

Así que tenemos $\overline{r_{\min}}$ el número 5.125, 5.25, 5.325). Usamos este valor para determinar los saldos pendientes para completar la condición $F_t(\overline{r_{\min}}) \leq 0$ para t a 0,1,2,...,n-1.

$$f_0(5.125, 5.25, 5.325) \text{ a } (-4\ 000, -4\ 000, -4\ 000)$$

$$f_1(5.125, 5.25, 5.325) \text{ a } (0, 0, 0)$$

$$f_2(5.125, 5.25, 5.325) \text{ a } (-24\ 000, -25\ 000, -26\ 000)$$

La condición ha sido satisfecha, y podemos continuar con nuestro ejemplo.

El saldo al final del proyecto es negativo (determinamos los valores -24 000, -25 000, -26 000). Podemos decir que la inversión es mixta, ya que $F_n(\overline{r_{\min}}) < 0$.

En el último paso determinamos el valor de $\overline{r^*}$. Comenzamos con el TREMA, así que

$$\overline{r^*} \text{ TREMA } (20\%, 20\%, 20\%)$$

$$f_0(0,20, 0,20, 0,20) \text{ a } (-4\ 000, -4\ 000, -4\ 000)$$

$$f_1(0,20, 0,20, 0,20) \text{ a } (19\ 700, 20\ 200, 20\ 500)$$

$$f_2(0,20, 0,20, 0,20) \text{ a } (-360, -760, -1\ 400)$$

Dado que los valores obtenidos son negativos, necesitamos aumentar el TREMA para conocer la aproximación triangular. Si $\overline{r^*}$ el 30 %

$$f_0(0,30, 0,30, 0,30) \text{ a } (-4\ 000, -4\ 000, -4\ 000)$$

$$f_1(0,30, 0,30, 0,30) \text{ a } (19\ 300, 19\ 800, 20\ 100)$$

$$f_2(0,30, 0,30, 0,30) \text{ a } (1\ 090, 740, 130)$$

Ya que hemos obtenido resultados negativos y positivos, ahora podemos interpolar para obtener:

$$\bar{r}^* (22,43\%, 25\%, 29,13\%)$$

Los resultados son similares a los determinados utilizando la primera criteria, por lo que podemos utilizar cualquiera de los dos métodos. Es obvio que la decisión de la empresa debe ser aceptar el proyecto, desde $\bar{r}^* > \text{TREMA}$.

Caso de Aplicación No. 2:

La empresa "X" está analizando la siguiente propuesta de inversión, proporcionada por el grupo de expertos de la corporación.

Cuadro 6: Flujo de caja (caso 2)

año	Flujo de caja
0	(-600, -600, -600)
1	(750, 800, 830)
2	(-590, -600, -650)
3	(680, 700, 710)
4	(100, 200, 285)

El company está interesado en saber si la inversión está clasificada como pura o mixta, y obtener la aproximación triangular para decidir si es conveniente o no aceptar el proyecto. La empresa utiliza un TREMA del 25% para tomar decisiones. Como puede ver en la Tabla 6, el patrón de flujo de efectivo tiene el formato $(-, +, -, +, +)$, por lo que puede haber varias IRR.

Aplicando las fórmulas para el límite inferior del α corte - obtenemos

$$\overline{a_0(\alpha)} = \pm \sum_{i=1}^n q_i(\alpha) [1 + \underline{r(\alpha)}]^{-i}$$

Sustitución de valores

$$600 = \frac{[750 + 50(\alpha)]}{[1 + \underline{r(\alpha)}]} - \frac{[590 + 10(\alpha)]}{[1 + \underline{r(\alpha)}]^2} + \frac{[680 + 20(\alpha)]}{[1 + \underline{r(\alpha)}]^3} + \frac{[100 + 100(\alpha)]}{[1 + \underline{r(\alpha)}]^4}$$

Para el límite inferior del alfa-cur obtenemos

$$\overline{a_0(\alpha)} = \pm \sum_{i=1}^n q_i(\alpha) [1 + \overline{r(\alpha)}]^{-i}$$

Sustitución de valores

$$600 = \frac{[830 - 30(\alpha)]}{[1 + \overline{r(\alpha)}]} - \frac{[650 - 50(\alpha)]}{[1 + \overline{r(\alpha)}]^2} + \frac{[710 - 10(\alpha)]}{[1 + \overline{r(\alpha)}]^3} + \frac{[285 - 85(\alpha)]}{[1 + \overline{r(\alpha)}]^4}$$

Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 7.

Cuadro 7. Resultados de los recortes alfa

α	$\underline{r(\alpha)}$	$\overline{r(\alpha)}$
1	36.08 %	36.08 %
0.9	35.14 %	36.40 %
0.8	34.21 %	36.72 %
0.7	33.26 %	37.03 %
0.6	32.32 %	37.35 %
0.5	31.35 %	37.66 %
0.4	30.38 %	37.97 %
0.3	29.40 %	38.28 %

0.2	28.41 %	38.58 %
0.1	27.41 %	38.89 %
0	26.39 %	39.19 %

En consecuencia, la aproximación triangular es:

$$r \in [\underline{r(\alpha)}, \overline{r(\alpha)}] \text{ á } (26,39\%, 36,08\%, 39,19\%)$$

Comparando este resultado con el TREMA, llegamos a la conclusión de que el proyecto debe ser aceptado, ya que $\underline{r(\alpha)}, \overline{r(\alpha)} > \text{TREMA}$.

$$(26.39\%, 36.08\%, 39.19\%) > 25 \%$$

El segundo criterio para resolver casos con múltiples RRP indica que necesitamos compue $\overline{r_{\min}}$. Así que para los años 0 y 1,

$\overline{r_{\min 1}}$ Para:

$$-600 (1 + \overline{r_{\min 1}}) + 750 \text{ á } 0$$

$$(1 + \overline{r_{\min 1}}) \text{ a } 1,25$$

$$\overline{r_{\min 1}} 0,25 ?$$

$\overline{r_{\min 2}}$ Para:

$$-600 (1 + \overline{r_{\min 2}}) + 800 \text{ á } 0$$

$$(1 + \overline{r_{\min 2}}) \text{ a } 1.3333$$

$$\overline{r_{\min 2}} 0,3333$$

$\overline{r_{\min 3}}$ Para:

$$-600 (1 + \overline{r_{\min 3}}) + 830 \text{ á } 0$$

$$(1 + \overline{r_{\min 3}}) \text{ a } 1.3833$$

$$\overline{r_{\min 3}} \text{ 0,3833}$$

Así que tenemos :

$$\overline{r_{\min}} = (\overline{r_{\min 1}}, \overline{r_{\min 2}}, \overline{r_{\min 3}})$$

$$\overline{r_{\min}} (0,25, 0,3333, 0,3833)$$

Con el valor obtenido tenemos que determinar a los saldos pendientes para satisfacer la condición $f_t(0, \overline{r_{\min}})$ para $t = 0, 1, 2, \dots, n-1$

$$f_0(0,25, 0,3333, 0,3833) \text{ á } (-600, -600, -600)$$

$$f_1(0,25, 0,3333, 0,3833) \text{ á } (0, 0, 0)$$

$$f_2(0,25, 0,3333, 0,3833) \text{ á } (-590, -600, -650)$$

$$f_3(0,25, 0,3333, 0,3833) \text{ á } (-57.50, -100, -189.16)$$

$$f_4(0,25, 0,3333, 0,383) \text{ á } (28.13, 66.67, 23.32)$$

Estos resultados indican que la condición $F_t(\overline{r_{\min}}) \leq 0$ para $t = 0, 1, 2, \dots, n-1$, i satisfecho. Además, el saldo final del proyecto es $(28.13, 66.68, 23.33)$, por lo que podemos concluir que tenemos una inversión pura, a pesar de los cambios en la vida del proyecto. Existe un solo IRR, desde $F_n(\overline{r_{\min}}) > 0$.

Como último paso, determinamos, $\overline{r^*}$ comenzamos con el TREMA

$$\overline{r^*} \text{ TREMA } (25\%, 25\%, 25\%)$$

$$f_0(0,25, 0,25, 0,25) \text{ á } (-600, -600, -600)$$

$$f_1(0,25, 0,25, 0,25) \text{ á } (0, 50, 80)$$

$$f_2(0,25, 0,25, 0,25) \text{ á } (-590, -537.50, -550)$$

$f_3(0.25, 0.25, 0.25)) (-57.50, 28.13, 22.50)$
 $f_4(0.25, 0.25, 0.25)) (28.13, 235.16, 313.13)$

El valor calculado para \bar{r}^* es
 $\bar{r}^* (26,39\%, 36,08\%, 39,19\%)$

Para verificar, obtenemos

$f_0(0.2639, 0.3608, 0.3919)) \acute{a} (-600, -600, -600)$
 $f_1(0.2639, 0.3608, 0.3919)) \acute{a} (-8.34, -16.48, -5.14)$
 $f_2(0.2639, 0.3608, 0.3919)) \acute{a} (-600.54, -622.43, -657.15)$
 $f_3(0.2639, 0.3608, 0.3919)) \acute{a} (-79.02, -147.00, -204.69)$
 $f_4(0.2639, 0.3608, 0.3919)) \acute{a} (0, 0, 0)$.

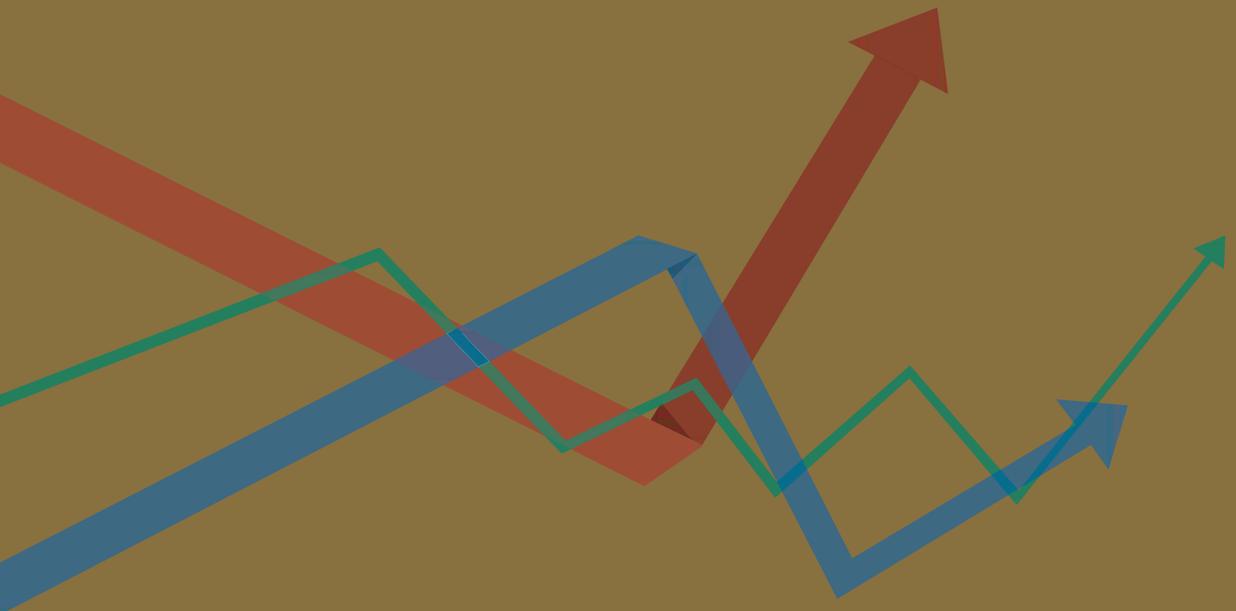
Desde \bar{r}^* el número (26,39%, 36,08%, 39,19%) > TREMA (25%), concluimos que el proyecto debe ser aceptado.

CONCLUSIÓN

Fuzzyficacin de J.T.C. Algoritmo de Mao muestra para obtener soluciones eficientes y de alta calidad para múltiples RRP.

El algoritmo alternativo muestra alta eficiencia para la solución de problemas con múltiples RRP. Esto lo hace competitivo con el estado de la técnica para casos deterministas. También permite la extensión para el caso difuso.

Esta obra se terminó
de imprimir en Diciembre de 2019
en los Talleres de Editorial Cienpozueltos, S.A. de C.V.,
en la ciudad de Morelia, Michoacán, México.
El tiraje consta de 1000 ejemplares más sobrantes para su reposición
y fue revisada y supervisada por la
Dra. Martha Beatriz Flores Romero



ISBN



9 786078 717019