

APLICACIÓN DE MODELOS DE OPTIMIZACIÓN EN LOS SISTEMAS DE SALUD

Alarcón Bernal Z. E., Aceves García R.
Universidad Nacional Autónoma de México. Mexico.
zaida_eab@comunidad.unam.mx, aceves@unam.mx

RESUMEN

En este trabajo, se presenta el problema de elegir el número de vehículos de emergencia y la ubicación de sus bases en una región dada, para tener una respuesta efectiva a los accidentes de tránsito. Con este fin, se considerará la utilización de dos tipos de vehículo. Las demandas potenciales del servicio se consideran inciertas, por lo que desarrollamos un modelo de programación estocástica para el problema basado en escenarios, para tratar las diferentes categorías de incertidumbre asociadas, con el objetivo de minimizar el costo total para instalar los servicios asegurando un nivel de cobertura. Los resultados de esta investigación permiten a los diseñadores del sistema considerar diferentes decisiones tácticas y estratégicas en el diseño y la gestión de las redes de servicios de salud desde perspectivas de costo y cobertura.

KEYWORDS: Emergency service, Stochastic programming, Benders Decomposition, Location.

1 INTRODUCCION

Un problema localización de instalaciones implica varias decisiones a distintos niveles, como determinar el número y la ubicación de nuevas instalaciones, asignar nodos de demanda a las instalaciones ubicadas y diseñar una red de transporte de modo que se puedan cumplir los principales objetivos del sistema. Estos objetivos incluyen la minimización del tiempo total de viaje, los costos operacionales o la maximización de la cobertura del mercado, etcétera. Una aplicación de los problemas de localización de instalaciones incluye la localización de servicios médicos de emergencia.

En el cuidado de la salud, las implicaciones de decisiones de ubicación deficientes van más allá de las consideraciones de costo y servicio al cliente. Si se utilizan muy pocas instalaciones o no se encuentran bien ubicadas, pueden producirse aumentos en la mortalidad y la morbilidad. Por lo tanto, la modelación de la ubicación de las instalaciones adquiere una importancia aún mayor cuando se aplica a la ubicación de las instalaciones de atención médica (Daskin and Dean, 2004).

Las organizaciones de servicios médicos de emergencia (EMS por sus siglas en inglés) son elementos críticos de los sistemas de salud, ya que son responsables de los servicios prehospitalarios de los sistemas

de salud, que consiste en la atención médica y las actividades de transporte realizadas desde la llegada de una llamada de emergencia hasta la liberación de un paciente o su traslado a un hospital (Bélanger et al., 2018). Por lo tanto, la capacidad de un EMS para responder de manera eficiente a las llamadas de emergencia puede tener un impacto significativo en la salud, recuperación e incluso supervivencia de los pacientes.

Los traumatismos causados por accidentes de tránsito son un problema muy importante de salud pública en México. Los costos económicos y sociales que tenemos que pagar son muy altos por lo que se hace necesario crear un sistema de medicina de emergencia que categorice a los medios disponibles para atenderlos. Esta categorización implica un transporte rápido y adecuado, así como la atención médica en el lugar y durante el traslado. Sin embargo, estos sistemas son costosos, por lo que deben buscarse alternativas de solución que minimicen costos y cumplan con los estándares solicitados.

El sistema de servicio de emergencia para responder a accidentes de tráfico es un componente importante de un EMS. Por un lado, como todos los sistemas de servicio de emergencia, es necesario que el sistema proporcione un servicio rápido para reducir la tasa de mortalidad y, por lo tanto, es deseable tener la capacidad suficiente para desplegar el servicio donde ocurra un incidente. Sin embargo, esto puede representar altos costos de instalación y mantenimiento, por lo que es necesario equilibrar estos dos aspectos. En este trabajo, tratamos el problema de elegir el número de vehículos de emergencia y la ubicación de sus bases en una región determinada para tener una respuesta efectiva a los accidentes de tránsito. Debido a la naturaleza de los accidentes, las demandas no pueden conocerse con precisión, por lo que se considera que las demandas potenciales del servicio son inciertas.

La secuencia de eventos que conducen a la intervención de un vehículo de emergencia en la escena de un incidente incluye los siguientes cuatro pasos: (1) detección e informe de incidentes, (2) detección de llamadas, (3) despliegue de vehículos y (4) intervención real de paramédicos. Las decisiones tomadas en un EMS están relacionadas con el segundo y el tercer paso. Durante proceso de selección de llamadas se debe determinar la gravedad del incidente y su grado de urgencia para tomar una decisión sobre el tipo de vehículo que se enviará (Brotcorne et al., 2003). La Ley de Servicios Médicos de Emergencia de los Estados Unidos de 1973 (Brotcorne et al., 2003) establece algunos estándares: en las áreas urbanas, el 95 % de las solicitudes deben ser atendidas dentro de los 10 minutos siguientes a la llamada; en áreas rurales, deben ser atendidos dentro de los primeros 30 minutos. Por lo que es necesario modelar la ubicación y traslado de los vehículos de emergencia. Además, tomando en cuenta que la incertidumbre es un componente muy importante este problema, consideramos que las demandas del servicio son inciertas.

Considerando que las zonas urbanas suelen estar congestionadas y que el tiempo de respuesta es un factor determinante para la seguridad y supervivencia de los pacientes y que muchas de las emergencias pueden ser atendidas en el lugar del accidente, en este trabajo se considerará la utilización de vehículos de

emergencia tradicionales (ambulancias con un equipo completo de desplazamiento más lento) y de moto ambulancias (vehículos con un paramédico y menor equipo de desplazamiento más rápido).

En las últimas décadas, la investigación sobre la localización de servicios médicos de emergencia, ha sido muy extensa. En (Brotcorne et al., 2003; Li et al., 2011) se presentan revisiones a la literatura en el campo de la localización de servicios médicos de emergencia. De acuerdo con el nivel en el que se toman las decisiones, en (Bélangier et al., 2018) se presentan los principales modelos desarrollados.

En general, las redes de servicios de salud deben satisfacer demandas variables y aleatorias. También en (Bélangier et al., 2018), se muestran los principales trabajos donde se proponen modelos probabilistas y estocásticos. Considerando demandas son estocásticas, en (Nickel et al., 2016) se propone el uso de un enfoque de muestreo para que el modelo sea efectivo. Su propuesta consiste en considerar muestras de escenarios. Al final, obtienen una muestra de soluciones “óptimas”.

Considerando específicamente accidentes de tránsito, en (Lei et al., 2015) se propone un modelo de programación estocástica con el objetivo de optimizar el rendimiento del sistema de emergencias mediante el ajuste del plan de programación para reposicionar los vehículos de emergencia cuando algunos de éstos se vuelven temporalmente no disponibles.

En este trabajo se propone un modelo de localización para la atención de accidentes de tránsito en una zona urbana, considerando que se pueden utilizar dos tipos de vehículos y que la demanda es incierta, por lo que se plantea un modelo de programación estocástica que se resuelve utilizando el método L-Shaped.

El resto de este trabajo está organizado de la siguiente manera: en la Sección 2 se presenta la descripción del problema y su formulación como problema de programación estocástica de dos etapas. En la Sección 3 se desarrolla un método de solución para el problema basado en el método L-Shaped y se muestran los resultados de las pruebas computacionales. Al final, se presentan algunas conclusiones.

2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

En esta sección, se presenta la notación y la formulación del modelo de localización de instalaciones para el diseño de redes de servicios de emergencia para la atención de accidentes.

Notación

Los conjuntos, parámetros y variables de decisión utilizados en el modelo propuesto son los siguientes:

Conjuntos:

I Conjunto de ubicaciones candidatas para las bases de los vehículos de emergencia

J Conjunto de nodos de demanda

K Conjunto de tipos de vehículo de emergencia que pueden atender el accidente

Parámetros

f_i Costo fijo de instalar una base en la ubicación $i \in I$

a_{ik} Costo fijo de asociado con cada vehículo de emergencia $k \in K$ en la ubicación $i \in I$.

c_k Costo promedio de atención por paciente por el vehículo de emergencia de tipo $k \in K$

λ Cobertura mínima requerida

m Número máximo de bases que pueden ser instaladas

t_{ijk} Tiempo de recorrido del vehículo $k \in K$ de la base $i \in I$ al punto de demanda $j \in J$

T Tiempo máximo permitido para la llegada a un accidente

Con los últimos dos parámetros se pueden definir el siguiente conjunto:

$$I_{jk} = \{i \in I : t_{ijk} \leq T\}$$

Como se supone que la demanda en cada unidad de tiempo es estocástica, se denotará por s_j la variable aleatoria que representa el número de accidentes en el sitio j . Una realización completa de las demandas, es decir, el número de accidentes por cada punto de demanda, es un escenario s , y el número de escenarios es finito.

Dado que la distribución de probabilidad de la demanda en cada punto es discreta y la variable aleatoria correspondiente tiene un soporte finito, conocemos exactamente los escenarios que pueden ocurrir así como la probabilidad correspondiente (Nickel et al., 2016). Entonces, podemos definir a:

S Conjunto de escenarios para la demanda.

d_j^s Número de accidentes en el sitio j en el escenario s

p^s Probabilidad de ocurrencia del escenario s

Cada escenario s determina completamente todas las demandas de ambulancias y el tipo de las mismas, en consecuencia, cuando esta información esté disponible, podemos decidir cómo asignar los vehículos.

Las decisiones independientes de los escenarios son las relacionadas con la localización de las bases y la asignación de vehículos a las mismas, por los que las variables de decisión de primera etapa son:

$$x_i = \begin{cases} 1 & \text{si se ubica una base de vehículos en } i \in I_{jk} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

w_{ik} : Número de vehículos del tipo k que se instalarán en el sitio $i \in I_{jk}$

Las decisiones sobre el despliegue de vehículos a lugares donde ha ocurrido un accidente dependen del escenario que acontezca, por lo que las variables de decisión de segunda etapa son:

y_{ijk}^s = Proporción de la demanda del sitio $j \in J$ que atenderá un vehículo del tipo k de la base $i \in I_{jk}$ bajo el escenario $s \in S$.

Con estas consideraciones, el problema se puede formular como:

$$\text{minimizar } \sum_{i \in I_{jk}} f_i x_i + \sum_{i \in I_{jk}} \sum_{k \in K} a_{ik} w_{ik} + \sum_{s \in S} \sum_{i \in I_{jk}} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} p^s (d_j^s c_k y_{ijk}^s) \quad (1)$$

$$\text{sujeto a: } \sum_{i \in I_{jk}} x_i \leq m \quad (2)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{k \in K} y_{ijk}^s \leq x_i \quad \forall i \in I_{jk}, \forall s \in S \quad (3)$$

$$\sum_{j \in J} d_j^s y_{ijk}^s \leq w_{ik} \quad \forall i \in I_{jk}, \forall k \in K, \forall s \in S \quad (4)$$

$$\sum_{i \in I_{jk}} \sum_{k \in K} y_{ijk}^s \geq \lambda \quad \forall j \in J, \forall s \in S \quad (5)$$

$$w_{ik} \geq x_i \quad \forall i \in I, \forall k \in K \quad (6)$$

$$x_i \in \{0,1\} \quad i \in I_{ik} \quad (7)$$

$$w_{ik} \in Z \quad \forall i \in I_{jk}, k \in K$$

$$y_{ijk}^s \in [0,1] \quad \forall i \in I_{jk}, j \in J, k \in K, s \in S \quad (8)$$

En la función objetivo se busca minimizar los costos fijos de instalación de las bases y la colocación de los vehículos de emergencia en las mismas, así como minimizar los costos de atención por accidente. La restricción (2) limita el número de bases que pueden ser abiertas. Las restricciones (3) restringen el servicio sólo a bases que sean abiertas y las restricciones(4) limitan el número de servicios a los vehículos disponibles por tipo, ambos conjuntos de restricciones deben satisfacerse para todos los escenarios. Las

restricciones (5) fuerzan a la solución a cumplir con un nivel mínimo de cobertura. Las restricciones (6) fuerzan a tener al menos un vehículo de cada tipo en cada base establecida. Las restricciones (7) limitan a las variables x_i a ser binarias, las w_{ik} a las variables w_{ik} a ser enteras positivas y las (8) a las variables y_{ijk}^s a tomar valores entre cero y uno, ya que es la proporción de la demanda que será atendida.

3 MÉTODO DE SOLUCIÓN

Dada la formulación del problema determinista equivalente, una vez que se determinan las decisiones enteras en la primera etapa, el problema de la segunda etapa solo contiene variables de decisión continuas. Dadas las características del problema, es oportuno utilizar el método L-Shaped (Van Slyke and Wets, 1969). El método resuelve iterativamente el problema maestro relajado (RMP) que consiste en el primer problema y un conjunto de cortes de optimalidad (y/o cortes de factibilidad), para obtener la solución de primera etapa. Luego, la solución de decisión de la primera etapa fija se usa como entrada en los subproblemas de la segunda etapa, que se resuelven para producir los cortes del RMP.

La idea principal del método L-Shaped en los problemas de programación estocástica es aproximar el término la función de recurso (función de costo de segunda etapa) para evitar numerosas evaluaciones de esta función. Por lo tanto, usamos ese término para construir un problema maestro para las variables de primera etapa, pero solo evaluamos la función de recurso como un subproblema. El pseudocódigo del algoritmo se muestra a continuación:

Algoritmo 1 Método L-Shaped

```

1:  $LB = -\infty, UB = \infty$ 
2: mientras  $LB < UB - \epsilon$  hacer
3:   obtener solución del problema maestro
4:   actualizar el valor de LB
5:   resolver el subproblema
6:   si el subproblema es factible entonces
7:     actualizar UB
8:     generar un corte de optimalidad
9:   si no
10:    generar un corte de factibilidad
11:   fin si
12:   Agregar cortes al problema maestro
13: fin mientras

```

4 CASO DE ESTUDIO

En México, los accidentes de tránsito se encuentran entre las diez principales causas de muerte. En 2015, fallecieron 16 mil 39 personas por esta causa (el 43.1 % del total de lesiones accidentales durante ese año). A partir de esta cifra, se calcula una tasa de 13.3 muertos por cada 100 mil habitantes. Por esta razón, las muertes, lesiones y discapacidades que se desprenden de los accidentes de tránsito ya son un problema de

salud pública, que tiene un impacto directo en la economía nacional y significan un reto para el país, por los costos sanitarios, sociales y económicos.

México, al igual que otros países en desarrollo, enfrenta complejos problemas de salud pública ante la creciente demanda de atención de servicios de emergencia, principalmente por lesiones de causa externa.

Una vez que ocurre un accidente, la muerte, las lesiones severas y la discapacidad, pueden atenuarse mediante la intervención oportuna y adecuada de personas capacitadas. En muchos casos, la rapidez de la atención de emergencia y el traslado de las víctimas con lesiones desde el lugar del incidente a un centro de atención médica puede salvar vidas, reducir la incidencia de discapacidad a corto plazo y reducir notablemente las consecuencias.

Con base en la propuesta gubernamental (STCONAPRA, 2017b) para la integración del Modelo de Atención Médica Prehospitalaria, donde se considera como objetivo específico reducir los tiempos de atención prehospitalaria, en este trabajo se propone un modelo matemático con el que se pretende encontrar una alternativa de solución para la mejora de los tiempos de respuesta de los servicios prehospitalarios, de tal forma que el impacto social generado por los accidentes de tránsito sea menor.

Debido a que la mayor parte de los accidentes de tránsito ocurren en zonas urbanas (STCONAPRA, 2016) y la ciudad más congestionada del país es la Ciudad de México (Delegación Cuauhtémoc) (TomTom,2017), se seleccionó ésta para probar el funcionamiento del modelo propuesto.

Los principales puntos donde ocurren accidentes son cruces de vialidades primarias y secundarias, estos definen los nodos de demanda o conjunto J del modelo. Los sitios candidatos para la localización de las bases para vehículos de emergencia son módulos de atención ciudadana a cargo del gobierno de la Ciudad de México, misma que se encarga del despliegue de los servicios de emergencia a nivel prehospitalario. Ambos conjuntos de nodos se muestran en la figura 1.

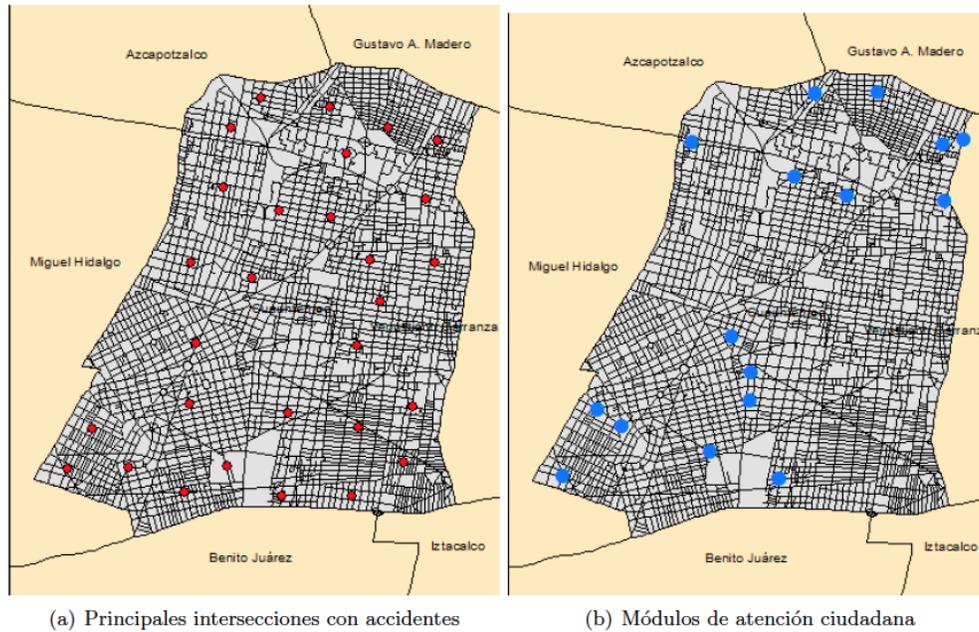


Figura 1: Nodos de demanda y nodos candidatos para localización de bases de ambulancias

En este problema, se consideraron dos tipos de vehículo: ambulancias y moto ambulancias. Los costos de atención por tipo de vehículo se calcularon con base en (Velez-Jaramillo et al., 2016). El número de accidentes por zona, así como sus probabilidades de ocurrencia se calcularon con base en los datos de (STCONAPRA, 2017a).

Con base en esta información, se resolvió el modelo y se obtuvieron los siguientes resultados:

- Para cubrir el 95% de la demanda, se requieren 4 bases de ambulancias localizadas como se muestra en la figura 2.

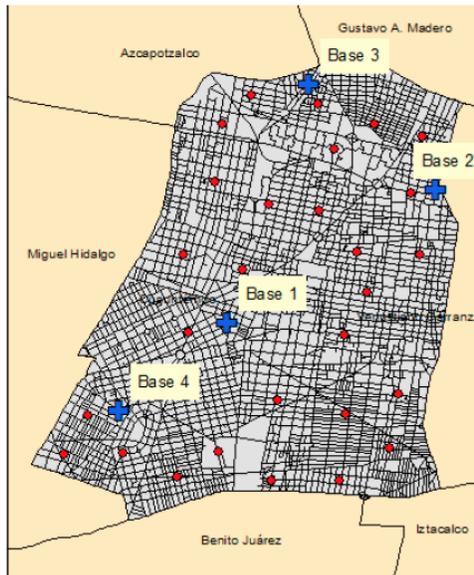


Figura 2: Localización de las bases de ambulancia

- El tipo de vehículos necesarios por base se muestran en el cuadro.

	Ambulancia	Moto ambulancia
Base 1	1	3
Base 2	1	2
Base 3	1	1
Base 4	1	2

5 CONCLUSIONES

En este trabajo, propusimos un modelo para el problema de decidir el mejor número y ubicación de un conjunto de vehículos de emergencia y sus bases para cubrir una región bajo demanda estocástica, por lo que se consideró una formulación indexada por escenarios. Además, se consideraron tipos de vehículos distintos. El objetivo era minimizar el costo total asociado con las bases instaladas y la atención de los pacientes. Se impuso una restricción de cobertura tomando como base la Ley de Servicios Médicos de Emergencia de los Estados Unidos que establece en 95%.

Se desarrolló e ilustro el funcionamiento del modelo con una aplicación en una zona urbana de la Ciudad de México. La investigación se realizó en considerando la incertidumbre de la demanda, lo que vuelve al modelo muy grande y difícil de resolver, sin embargo, el método de solución propuesto funcionó para la aplicación mostrada. En la práctica, el número de escenarios en un problema de este tipo crece exponencialmente, lo que complica la solución del modelo exactamente utilizando un solver global.

Al calcular el valor esperado de la información perfecta y el valor de la solución estocástica, notamos que, incluso para tal instancia, la relevancia de usar un enfoque estocástico es bastante significativa. Esta es una clara indicación de la relevancia de considerar la incertidumbre en un problema como el presentado.

6 REFERENCIAS

Brotcorne, L., Laporte, G., and Semet, F. (2003). Ambulance location and relocation models. *European Journal of Operational Research*, 147(3):451 - 463.

Bélanger, V., Ruiz, A., and Soriano, P. (2018). Recent optimization models and trends in location, relocation, and dispatching of emergency medical vehicles. *European Journal of Operational Research*.

Daskin, M. S. and Dean, L. K. (2004). *Location of Health Care Facilities*, pages 43-76. Springer US, Boston, MA.

STCONAPRA, S. (2017a). Informe sobre la situación de la seguridad vial, México 2016.

STCONAPRA, S. (2017b). Modelo de atención médica prehospitalaria.

Lei, C., Lin, W. H., and Miao, L. (2015). A stochastic emergency vehicle redeployment model for an effective response to traffic incidents. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 16(2):898-909.

Li, X., Zhao, Z., Zhu, X., and Wyatt, T. (2011). Covering models and optimization techniques for emergency response facility location and planning: a review. *Mathematical Methods of Operations Research*, 74(3):281-310.

Nickel, S., Reuter-Oppermann, M., and da Gama, F. S. (2016). Ambulance location under stochastic demand: A sampling approach. *Operations Research for Health Care*, 8:24 - 32.

Tomtom traffic index (2017).

Van Slyke, R. M. and Wets, R. (1969). L-shaped linear programs with applications to optimal control and stochastic programming. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 17(4):638-663.

Velez-Jaramillo, D. A., Lugo-Agudelo, L. H., Cano-Restrepo, B. C., Castro-García, P. A., and García-García, H. I. (2016). Costos de atención y rehabilitación de pacientes con lesiones por accidentes de tránsito en el mundo. *Revista Facultad Nacional de Salud Pública*, 34(2):220-229.

PRUEBAS DE EFICIENCIA EN MERCADOS BURSÁTILES: EL CASO DE LA BOLSA MEXICANA DE VALORES PERÍODO 2008-2018

Díaz Robles R. y Espinoza Arellano J.J.

Facultad de Contaduría y Administración, Universidad Autónoma de Coahuila, Unidad Torreón
diaz.raymundo@gmail.com; jesusespinoza_612@yahoo.com.mx;

Resumen

El objetivo de este trabajo fue la revisión y confirmación de pruebas de eficiencia, usando la metodología random walk, sobre rendimientos diarios a cierre de acciones del IPC de la Bolsa Mexicana de Valores de 2008 a 2018. En estas pruebas se consideraron las acciones de mayor Valor de Capitalización en el IPC, como son América Movil, Cemex, Femsa, Grupo México, Walmart, y Naftac como referencia del Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores. Los objetivos específicos fueron: a) ajustar un modelo verificando el supuesto de no autocorrelación con Durbin-Watson y b) validar las pruebas de random walk en los rendimientos diarios de los precios de las acciones de 2008 a 2018 a través de variance ratio test. Los resultados mostraron no eficiencia las acciones mexicanas, dentro de un mercado no eficiente, a través de la forma weak-form y en el que no siguen un random-walk.

Palabras claves: Unit root tests, random-walk, autocorrelación

Abstract

The objective of this work was the review and confirmation of efficiency tests, using the random walk methodology, on daily returns at closing of IPC shares of the Mexican Stock Exchange from 2008 to 2018. In these tests, the highest value shares of Capitalization in the CPI were considered, such as América Movil, Cemex, Femsa, Grupo Mexico, Walmart, and Naftac as reference of the Price and Quotation Index of the Mexican Stock Exchange. The specific objectives were: a) to adjust a model verifying the assumption of no autocorrelation with Durbin-Watson and b) to validate the random walk tests in the daily returns of stock prices from 2008 to 2018 through the variance ratio test. The results showed no efficiency in Mexican stocks, within a non-efficient market, through the weak-form and in which they do not follow a random-walk. Keywords: Unit root tests, random-walk, autocorrelación

Bases de la Teoría de weak form por medio del Random Walk

Como lo señala Shiller (1981), citado por Sohail (2017), los mercados financieros se han convertido en rendimientos con incrementos en la volatilidad así como inestables a nivel internacional. Los rendimientos aleatorios en activos no están correlacionados con rendimientos anteriores por lo que la información no es clara (Kalu, 2017).

Por ello señala, Fama (1965) que la Hipótesis de los Mercados Eficientes (EMH – Efficient Markets Hypothesis), se calcula a través de la teoría del *random walk* y en el que lo define como los rendimientos anormales en la medición de ineficiencia, que mide la diferencia entre los rendimientos esperados con los observados, siendo que bajo *random walk* son resultados anormales y en el que deben ser estadísticamente diferente a cero y en el que si una serie de rendimientos presenta rendimientos anormales positivos o negativos, entonces se puede rechazar el *random walk* así como el *weak form* (Liu , 2008). Esto significaría que los precios de las acciones por ejemplo no representan toda la información de una empresa en el mercado accionario.

Pero, es importante señalar que EMH no necesariamente implica un *random walk* pero un *random walk* si implica la eficiencia de mercado, y así también el supuesto de independencia y un aspecto crucial (Skjeltorp, 2000). Por ello en la teoría de *random walk* se asume que no solo la información histórica es resumido en su valor actual y la autocorrelación positiva o negativa (aleatorio) así como su valor esperado cero (Sitte, 2002).

Por lo que el *random walk* espera que los próximos rendimientos sean aleatorios, esperando que los mercados sean eficientes y se ajusten a la presentación de nuevas noticias (Kalu, 2017).

Por lo que Fama (1965) presenta la relación del *random walk* y los precios en su búsqueda, en la correcta asignación en el mercado, referente a “valores intrínsecos” (Charron, 2017).

En la hipótesis de *random walk*, las desviaciones estándar y las correlaciones entre los rendimientos entre los activos son temas seminales en el análisis financiero, así como el Econofísica ha introducido herramientas de análisis no lineales (Kitt, 2005).

Como lo menciona (Nargunam, 2017), en que la aplicación tradicional en la asignación de activos, se asume que los precios siguen un *random walk*, por lo que si los activos en los mercados no siguen un *random walk* entonces los inversionistas utilizan indicadores psicométricos en la generación de rendimientos, siguiendo una secuencia histórica.

Y en el que menciona (Lee, 2006) que la teoría de *random walk* obtiene un papel importante, ya que en EMH, en el mercado de capitales o de divisas es eficiente, por lo que toda la información relevante es

totalmente reflejada en los niveles actuales de precios o tipos de cambios, y la nueva información revelada será el único determinante en el causa que te cambios de precios, y así dichos cambios serán no predecibles, así la EMH usualmente es modelado a través de series de tiempo que seguirán un *random walk*.

Por lo que la teoría de *random walk* muestra evidencias de comportamientos de largo plazo en relación al corto plazo (Yilmaz, 2003).

El *Random Walk* (RW) considera el proceso:

$$p_t = p_{t-1} + \beta + \varepsilon_t \quad (1)$$

O en el que

$$r_t = \Delta p_t = \beta + \varepsilon_t \quad (2)$$

En el que p_t es el precio de un índice o valor en el mercado financiero en el tiempo t , β es un parámetro arbitrario, r_t es el cambio en el precio del índice o valor y ε_t es el error aleatorio que satisface $E(\varepsilon_t) = 0$ y $E(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-g}) = 0$ para toda $g \neq 0$. Bajo *Random Walk*, un mercado es (*weak-form*) eficiente si la mayoría de los precios recientes contiene toda la información disponible (Higgs, 2003).

Y en el que de acuerdo con (Kalu, 2017).

$$\varepsilon_t \text{ inid} \sim (0, \sigma^2) \quad (3)$$

Es decir que las variaciones de los precios de los activos no son predecibles (Safari, 2017)

La lógica del *random walk* es que si el flujo de información es sin obstáculos y se refleja de manera inmediata en los precios de las acciones, entonces el cambio de los precios del día de mañana se reflejaran solo por cambios de la información del día de mañana y será independiente de los cambios de los precios del día de hoy, por lo que la información es impredecible y tal resultado genera que los precios sean impredecibles y aleatorios (Malkiel, 2013).

En otras palabras, las propiedades de la teoría de *random walk* referente al rendimiento de las acciones son vistas como el resultado de EMH (por ejemplo, el precio de las acciones mostrarían un comportamiento impredecible, debido a toda la información pública disponible) (Karemera, 1999).

Sin embargo, es posible utilizar la información de la varianza de los precios pasados para predecir la volatilidad futura en los mercados financieros. Un mercado que conforma estas condiciones, implica que los rendimientos no están correlacionados serialmente, y corresponde con el *Random Walk* en que el los

incrementos en los precios de los valores en los mercados financieros son independientes pero no idénticamente distribuidos (Worthington, 2003).

Las propiedades del *Random Walk* en los precios de los valores o acciones tienden a determinar la dinámica de los rendimientos y asociar las potenciales estrategias de operación de mercado de los participantes (Karemera, 1999).

La EMH sigue el supuesto de que la formación de precios lleva un proceso aleatorio. En el que la teoría del *random walk* señala que los movimientos de los precios no siguen un patrón o tendencia y por lo tanto no pueden utilizarse para predecir movimientos futuros en los precios y en el que la teoría fueron abordados por (Louis Bachelier,1900) sobre la Teoría de la especulación y el mercado es observado como juego de estrategias , (Einstein,1905) a través del movimiento Browniano, siendo estos puntos referente a movimientos aleatorios (Kulish, 2008).

Así también, el *Random Walk*, contiene sub-hipótesis (Campell, 1997) en el que no es posible utilizar información de precios anteriores para predecir precios futuros. Por lo que los rendimientos en los mercados financieros conforme al *Random Walk* no hay correlación serial, y en el que la dependencia en los incrementos en los precios de los valores son también no correlacionados (Worthington, 2003).

Por lo que se puede observar, en que las acciones incluyen la información de manera más rápida que los bonos, por lo que una predicción en las acciones, puede ser de manera anticipada al de los instrumentos de deuda, solo señalando los desfases en los tiempos (Tolikas, 2017).

Metodología

Prueba de Autocorrelación

Está diseñada para calcular las relaciones lineales con dependencias entre los rendimientos sucesivos. Si esto se denota como $R_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$ como el rendimiento geométrico calculado en el tiempo “t” dado una serie de precios, los cuales se pueden estimar como una autocorrelación parcial dado con un rezago $k > 0$ utilizando la regresión, es decir qué modelo autoregresivo presenta autocorrelación, indica una dependencia a través del tiempo de la variable, por lo que la existencia de la misma señala que el modelo no es eficiente, debido a que los precios no presentan toda la información de la empresa en el mercado accionario. , a través del siguiente modelo de regresión:

$$R_t = \alpha + \beta R_{t-k} + \varepsilon_t \quad (4)$$

La existencia de significancia estadística en los coeficientes de autocorrelación, debe implicar una violación en el supuesto de *random walk*. Note que se utilizaron un conjunto de rezagos al analizar los patrones de autocorrelación $k=\{2,4,8,16\}$ (Anghel, 2017).

The Variance Ratio Test

Desde la teoría del muestreo asintótico para variance ratio statistic el cual fue desarrollado por Lo and MacKinlay (1988b), presenta lo siguiente:

Sea X_t un proceso estocástico que satisfaga la siguiente relación recursiva:

$$X_t = \mu + X_{t-1} + \varepsilon_t, \quad E[\varepsilon_t] = 0$$

o

$$\Delta X_t = \mu + \varepsilon_t, \Delta X_t \equiv X_t - X_{T-1} \quad (5)$$

Donde la variable μ es un parámetro arbitrario. La esencia del hipótesis *random walk* es la restricción de las perturbaciones ε_t siendo serialmente no correlacionadas o que las observaciones no son predecibles de las observaciones anteriores (Lo and Mackinlay ,1999).

Desde el trabajo seminal de Lo and Mackinlay (1988,1989) y Poterba and Summers (1988), el standard variance ratio test y sus modificaciones han sido ampliamente utilizadas en la eficiencia de mercado (Charles, 2009).

La metodología Variance ratio tests consiste en la prueba de la hipótesis de *random walk* (RWH) utilizando en contraste con las alternativas estacionarias, en el que marca que la varianza del *random walk* es lineal en intervalos de muestras. Por ejemplo, en la varianza muestral en el rendimiento de k -periodos (o diferencias de k -periodos) $y_t - y_{t-k}$ en la series de tiempo, y_t es k veces la varianza muestral en el rendimiento de un periodo (o la primera diferencia) $y_t - y_{t-1}$. En el que VR en el rezago k es definido como la razón $(1/k)$ en

el rendimiento del k-esimo periodo (o k-esimo diferencia). Por lo que el random walk process sobre la varianza calculada en cada intervalo rezagado deberá ser igual a 1 (Charles, 2009).

En la prueba de la hipótesis nula de random walk, la VR test evalúa la hipótesis que presenta en su primera diferencia (o rendimiento), siendo $y_t - y_{t-1}$ un conjunto de observaciones independientes e idénticamente distribuidas, o siguiendo una secuencia marginal de diferencias, por lo que siguiendo a (Wright 2000), la VR se puede escribir como

$$VR(x; k) = \left\{ (Tk)^{-1} \sum_{t=k}^T (x_t + \dots + x_{t-k+1} - k\hat{\mu})^2 \right\} \div \left\{ T^{-1} \sum_{t=1}^T (x_t - \hat{\mu})^2 \right\} \quad (6)$$

Donde $\hat{y} = T^{-1} \sum_{t=1}^T X_t$ por lo que si alguna acción o valor sigue un random walk, el valor esperado de VR (x;k) deberá ser igual a 1 para todos los horizontes de k. si la razón es menor a 1 en horizontes de largo plazo que indiquen correlación serial negativo (reversión de la media), y por otra parte, razones mayores a 1 indican en horizontes de largo plazo implicaría una correlación serial positiva (aversión de la media), (Charles, 2009).

(Lo and Mackinlay, 1988) propusieron que la distribución asintótica de VR(x;k) en el que se asume k como fija cuanto $T \rightarrow \infty$ Ya que ellos muestran el supuesto bajo la heteroscedasticidad condicional, por lo que la hipótesis nula en el que $V(k)=1$, la prueba estadística $M(x,k)$ es dado por:

$$M(x; k) = \frac{VR(x;k)-1}{\phi^*(k)^{1/2}} \quad (7)$$

En el que sigue una distribución normal asintótica, donde:

$$\phi^*(k) = \sum_{j=1}^{k-1} \left[\frac{2(k-j)}{k} \right]^2 \delta(j)$$

$$\delta(j) = \left\{ \sum_{t=j+1}^T (x_t - \hat{\mu})^2 (x_{t-j} - \hat{\mu})^2 \right\} \div \left\{ \left[\sum_{t=1}^T (x_t - \hat{\mu}) \right]^2 \right\}$$

(8)

(Charles, 2009).

La VR es frecuentemente utilizada (Cochrane, 1988; Lo and MacKinlay, 1988; Poterba and Summers, 1988; entre otros) el probar la hipótesis que dada series de tiempo o de primera diferencia (o rendimiento) $y_t - y_{t-1}$ es un conjunto de observaciones que siguen una secuencia de diferencias marginales. Por lo que VR se define del rendimiento del k-periodo como:

$$V(k) = \frac{\text{var}(x_1 + x_{t-1} + \dots + x_{t-k+1})/k}{\text{var}(x)}$$

$$= \frac{\text{var}(y_t - y_{t-k})/k}{\text{var}(y_t - y_{t-1})} = 1 + 2 \sum_{i=1}^{k-1} \frac{(k-1)}{k} \rho_i$$

(9)

Donde ρ_i es el coeficiente de autocorrelación rezagada del i-esimo periodo de $\{x_t\}$. En el que V(k) es una combinación lineal de primer orden k-1 de coeficientes de autocorrelación, con ponderaciones decrecientes lineales. La idea central de VR test se basa en la observaciones en el que los rendimientos no están correlacionados a través del tiempo, por lo que $\text{var}(x_t + \dots + x_{t-k+1}) = k\text{var}(x_t)$ por ejemplo $V(k) = 1$. por lo que se puede presentar que VR test es una prueba especifica de $H_0: \rho_1 = \dots = \rho_k = 0$ y en los rendimientos no están correlacionados serialmente.

Una prueba pueda ser construida, considerando el estadístico basado en un estimador V(k)

$$VR(k) = \frac{\hat{\sigma}^2(k)}{\hat{\sigma}^2(1)} \quad (10)$$

Donde $\hat{\sigma}^2(1)$ es un estimador imparcial en la varianza del rendimiento de un periodo, en el que utilizando el rendimiento x_t de un periodo es definido como:

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}^2(1) &= (T-1)^{-1} \sum_{t=1}^T (x_t - \hat{\mu})^2 \\ &= (T-1)^{-1} \sum_{t=1}^T (y_t - y_{t-1} - \hat{\mu})^2\end{aligned}\quad (11)$$

Donde $\hat{\mu} = T^{-1} \sum_{t=1}^T X_t$ es la media estimada. En el que hay muchas diversas formas de obtener el estimador de la varianza del rendimiento de k-periodos $\hat{\sigma}^2(x)$ utilizando el rendimiento de k-periodos $(x_t + \dots + x_{t-k+1})$. Esto debido al tamaño de muestra limitado y el deseo de mejorar la prueba, el estimador es frecuentemente calculado utilizando combinaciones con rendimientos de largo plazo (k-periodos), señalados por (Lo and MacKinlay, 1988) en el que es definido como

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}^2(k) &= m^{-1} \sum_{t=k}^T (x_t + x_{t-1} + \dots + x_{t-k+1} - k\hat{\mu})^2 \\ &= m^{-1} \sum_{t=k}^T (y_t - y_{t-k} - k\hat{\mu})^2\end{aligned}\quad (12)$$

Donde $m = k(T-k+1)(1-kT^{-1})$ en el que el valor de m es elegido tal que $\hat{\sigma}^2(x)$ es un estimador imparcial de la varianza del rendimiento de k-periodos cuando $\hat{\sigma}^2(x)$ es constante a través del tiempo.

Por, lo que probar random walk en la evolución de los rendimientos el VR test, se define como

$$VR(q) = \frac{\tau_q^2}{q\tau^2}\quad (13)$$

Donde τ_q^2 representa la varianza de un intervalo de q días y τ^2 la varianza de 1 día. Por lo que la prueba verifica si la varianza de los rendimientos es proporcional al intervalo de la muestra, en cuyo caso VR(q) debe ser igual a 1. Y en este caso, la serie de tiempo sigue un *random walk*.

La prueba es resultado de utilizar la metodología representada por (Lo and MacKinlay, 1988), basado en la hipótesis de incrementos heteroscedasticos y varianzas imparciales, en el que la hipótesis nula es que las series de tiempo es marginal.

Resultados

Como se muestra en la Tabla 1, los resultados descriptivos de los rendimientos de las acciones seleccionadas del IPC, muestran el nivel de volatilidad en el periodo de estudio, en el que posterior a las crisis del '08, desde los niveles mínimos de rendimiento son negativos y en el que posteriormente se vuelven positivos alcanzando niveles de máximos históricos, y en el que se puede observar que los niveles de skewness en su mayoría es positiva, por lo que se indica que es aproximada a cero y además simétrica hacia la derecha, esto debido a que principalmente, posterior a 2008, los rendimientos en su mayoría han sido negativos, y por otra parte en la kurtosis, presentan valores positivos en diversas proporciones aunque con rendimientos positivos y en algunas ocasiones con rendimientos atípicos. Finalmente los valores de Jarque-Bera como prueba de bondad de ajuste, para la prueba de normalidad, si presentan dicha distribución, solo que ciertos distribuciones en funciones de las dos variables anteriores mencionadas. Y en el que los rendimientos medios, se observaron en mayor instancia en GMEXICOB, así como en FEMSAUBD.

Tabla 1. Resultados de Estadística descriptiva de los rendimientos de las acciones de mayor ponderación en el IPC de la Bolsa Mexicana de Valores de 2008 a 2018

	NAFTRAC	CEMEXCPO	AMXL	GMEXICOB	WALMEX	FEMSAUBD
Mean	5.53E-05	3.78E-05	3.01E-05	0.000140	0.000127	0.000133
Median	0.000115	0.000000	0.000000	0.000198	0.000112	5.73E-05
Maximum	0.035611	0.140366	0.061672	0.090355	0.048831	0.035873
Minimum	-0.026722	-0.140936	-0.049429	-0.074458	-0.041185	-0.033851
Std. Dev.	0.003570	0.014832	0.007082	0.008638	0.005089	0.004076
Skewness	0.414088	0.452856	0.311800	0.194066	-0.043094	-0.032664
Kurtosis	17.09573	21.36683	13.72963	23.66025	12.22584	16.19106
Jarque-Bera	21648.86	36718.64	12542.88	46364.73	9243.001	18894.40
Probability	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Sum	0.144178	0.098611	0.078317	0.364093	0.330481	0.347887
Sum Sq. Dev.	0.033209	0.573073	0.130657	0.194357	0.067455	0.043286
Observations	2606	2606	2606	2606	2606	2606

Varianza y covarianza

Así también, como se muestra en la Tabla 2 de sección cruzada, se comprueba el nivel de participación en el IPC a través de sus correlaciones, y en el que se puede observar que la mayor participación se encuentran en las acciones de FEMSAUBD Y AMXL, esto debido a los mayores niveles de ponderación o participación

en el IPC, así también entre acciones se observa sus mayores correlaciones entre GMEXICOB Y CEMEXCPO, esto debido a su participación industrial.

Tabla 2. Resultados de la Varianza y covarianza de los rendimientos de los ADR'S seleccionados

Covariance Analysis: Ordinary

Sample: 1 2606

Included observations: 2606

Covariance Correlation t-Statistic	NAFTRAC	CEMEXCPO	AMXL	FEMSAUBD	GMEXICOB	WALMEX
NAFTRAC	1.27E-05 1.000000 -----					
CEMEXCPO	3.40E-05 0.641540 42.67737	0.000220 1.000000 -----				
AMXL	1.84E-05 0.727469 54.10307	4.20E-05 0.399555 22.24158	5.01E-05 1.000000 -----			
FEMSAUBD	9.20E-06 0.632275 41.64550	2.19E-05 0.361654 19.79483	1.24E-05 0.431334 24.39691	1.66E-05 1.000000 -----		
GMEXICOB	2.09E-05 0.677381 46.98858	5.73E-05 0.447719 25.55078	2.60E-05 0.425357 23.98353	1.37E-05 0.388150 21.49211	7.46E-05 1.000000 -----	
WALMEX	1.09E-05 0.602486 38.52065	2.02E-05 0.268214 14.20737	1.26E-05 0.349543 19.03790	6.74E-06 0.324977 17.53517	1.63E-05 0.371412 20.41313	2.59E-05 1.000000 -----

Prueba de Autocorrelación conjunta con Durbin-Watson

La Tabla 3 de los Coeficientes estadísticos, muestran autocorrelación en la regresión lineal simple de manera doble logarítmica entre las acciones de mayor Bursátilidad con respecto al IPC, considerando el NAFTRAC, y en el que todas las acciones son significativas en el modelo, así como una explicación conjunta aceptable,

lo que implica no necesariamente no debe haber no eficiencia en el mercado accionario mexicano de las acciones seleccionadas, por ello se comprueba con el variance ratio test de random walk

Tabla 3. Resultados de la prueba de Durbin-Watson a través de la regresión lineal doble log

Dependent Variable: NAFTRAC
Method: Least Squares

Sample: 1 2606
Included observations: 2606

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-1.43E-05	2.59E-05	-0.551863	0.5811
CEMEXCPO	0.060137	0.002045	29.41007	0.0000
AMXL	0.172387	0.004400	39.17746	0.0000
FEMSAUBD	0.190920	0.007426	25.71112	0.0000
GMEXICOB	0.099404	0.003647	27.25557	0.0000
WALMEX	0.179492	0.005687	31.56242	0.0000
R-squared	0.863842	Mean dependent var		5.53E-05
Adjusted R-squared	0.863580	S.D. dependent var		0.003570
S.E. of regression	0.001319	Akaike info criterion		-10.42195
Sum squared resid	0.004522	Schwarz criterion		-10.40845
Log likelihood	13585.80	Hannan-Quinn criter.		-10.41706
F-statistic	3299.099	Durbin-Watson stat		1.999389
Prob(F-statistic)	0.000000			

Prueba de Random walk

Tabla 4. Resultados de la prueba de random walk de la regresión lineal de NAFTRAC

Null Hypothesis: Log NAFTRAC is a random walk

Sample: 1 2606
 Included observations: 701 (after adjustments)
 Standard error estimates assume no heteroskedasticity
 User-specified lags: 2 4 8 16

Joint Tests		Value	df	Probability
Max z (at period 2)*		12.47209	701	0.0000
Wald (Chi-Square)		156.3890	4	0.0000

Individual Tests				
Period	Var. Ratio	Std. Error	z-Statistic	Probability
2	0.528936	0.037769	-12.47209	0.0000
4	0.256122	0.070660	-10.52754	0.0000
8	0.122068	0.111724	-7.858069	0.0000
16	0.069505	0.166250	-5.596957	0.0000

Tabla 5. Resultados de la prueba de random walk de la regresión lineal de AMXL

Null Hypothesis: Log AMXL is a random walk

Sample: 1 2606
 Included observations: 639 (after adjustments)
 Standard error estimates assume no heteroskedasticity
 User-specified lags: 2 4 8 16

Joint Tests		Value	df	Probability
Max z (at period 2)*		11.85012	639	0.0000
Wald (Chi-Square)		140.9334	4	0.0000

Individual Tests				
Period	Var. Ratio	Std. Error	z-Statistic	Probability
2	0.531216	0.039559	-11.85012	0.0000
4	0.272498	0.074009	-9.829938	0.0000
8	0.141028	0.117018	-7.340499	0.0000
16	0.111217	0.174129	-5.104174	0.0000

Tabla 6. Resultados de la prueba de random walk de la CEMEXCPO

Null Hypothesis: Log CEMEXCPO is a random walk

Sample: 1 2606
 Included observations: 630 (after adjustments)
 Standard error estimates assume no heteroskedasticity
 User-specified lags: 2 4 8 16

Joint Tests		Value	df	Probability
Max z (at period 2)*		11.76678	630	0.0000
Wald (Chi-Square)		140.2977	4	0.0000

Individual Tests				
Period	Var. Ratio	Std. Error	z-Statistic	Probability
2	0.531200	0.039841	-11.76678	0.0000
4	0.241225	0.074536	-10.18004	0.0000
8	0.115679	0.117851	-7.503716	0.0000
16	0.063818	0.175368	-5.338385	0.0000

Tabla 7. Resultados de la prueba de random walk de la regresión lineal de FEMSAUBD

Null Hypothesis: Log FEMSAUBD is a random walk
 Date: 07/27/18 Time: 16:08
 Sample: 1 2606
 Included observations: 691 (after adjustments)
 Standard error estimates assume no heteroskedasticity
 User-specified lags: 2 4 8 16

Joint Tests		Value	df	Probability
Max z (at period 2)*		13.10846	691	0.0000
Wald (Chi-Square)		172.0266	4	0.0000

Individual Tests				
Period	Var. Ratio	Std. Error	z-Statistic	Probability
2	0.501331	0.038042	-13.10846	0.0000
4	0.260753	0.071170	-10.38710	0.0000
8	0.145736	0.112529	-7.591491	0.0000
16	0.060449	0.167449	-5.610979	0.0000

Tabla 8. Resultados de la prueba de random walk de la regresión lineal de GMEXICOB

Null Hypothesis: Log GMEXICOB is a random walk
 Sample: 1 2606

Included observations: 693 (after adjustments)
 Standard error estimates assume no heteroskedasticity
 User-specified lags: 2 4 8 16

Joint Tests		Value	df	Probability
Max z (at period 2)*		11.91499	693	0.0000
Wald (Chi-Square)		143.0871	4	0.0000

Individual Tests				
Period	Var. Ratio	Std. Error	z-Statistic	Probability
2	0.547387	0.037987	-11.91499	0.0000
4	0.280630	0.071067	-10.12244	0.0000
8	0.154977	0.112367	-7.520234	0.0000
16	0.123817	0.167207	-5.240110	0.0000

Tabla 4. Resultados de la prueba de random walk de la regresión lineal de WALMEX

Null Hypothesis: Log WALMEX is a random walk
 Date: 07/27/18 Time: 16:11
 Sample: 1 2606
 Included observations: 686 (after adjustments)
 Standard error estimates assume no heteroskedasticity
 User-specified lags: 2 4 8 16

Joint Tests		Value	df	Probability
Max z (at period 2)*		12.09363	686	0.0000
Wald (Chi-Square)		147.0437	4	0.0000

Individual Tests				
Period	Var. Ratio	Std. Error	z-Statistic	Probability
2	0.538263	0.038180	-12.09363	0.0000
4	0.271118	0.071429	-10.20435	0.0000
8	0.125806	0.112938	-7.740440	0.0000
16	0.070060	0.168058	-5.533454	0.0000

Conclusiones

La estimación de *random walk* de los rendimientos en términos logarítmicos de los precios de cierre diarios de 2008 a 2018 presentaron como resultado de las pruebas de variance ratio test el rechazo de manera individual la presencia de random walk en los rendimientos diarios para las acciones mexicanas con

referencia del IPC. El procedimiento de la relación de varianzas como condición necesaria para una random walk también rechaza su presencia lo que implica la existencia de acciones ineficientes en un mercado eficiente, es decir que los rendimientos de las acciones seleccionadas en el mercado accionario mexicano, muestran que los precios no representan toda la información de la empresa o emisor, por lo que, aunque presente los datos no autocorrelación, no se evita la no eficiencia.

Cabe mencionar que en la recopilación de la información sobre los precios de los títulos accionarios de interés de 2008 a 2018 se presentaron después de la crisis de 2008 y eventos de relevancia como la elección presidencial en USA de noviembre de 2016 y para el caso de México las elecciones de Julio 2018, las iniciativas de reforma financiera que incidían en el modelo.

Se establecieron los indicadores de selección en los títulos accionarios referentes para la actualización del portafolio de inversión, con mayor ponderación y Bursatilidad en el IPC de la Bolsa Mexicana de Valores en el que la regresión lineal simple muestra su significancia en el principal índice Bursátil de México.

Por lo que los análisis aquí realizados pueden utilizarse o aplicarse en otros activos financieros como en la nueva Bolsa de Valores establecida en México-BIVA (Bolsa Institucional de México) así como en el mercado de deuda de largo plazo, debido a los aumentos en las tasas de interés, e incorporarse al modelo, lo que podría realizarse desde el diagnóstico de altas correlaciones o el manejo en los problemas de multicolinealidad, así como de intervención directa de un portafolio para la maximización del beneficio.

Referencias Bibliográficas

Anghel, Dan Gabriel (2017) Intraday Market Efficiency for a Typical Central and Eastern European Stock Market: The Case of Romania, *Romanian Journal of Economic Forecasting*.

Bachelier L.J.-B., (1900) Th'éorie de la Sp'eculation, *Annales de l'Ecole normale superiure*, Paris,.

Charron, Jacques-Olivier (2017) Inefficient Debate. The EMH the "Remarkable Error" and a Question of Point of View, *Account Econ Law*.

Charles Amelie & Darne Olivier. (2009). The efficiency of the crude oil markets: Evidence from variance ratio tests, *Energy Policy* 37, 4267–4272

Einstein A., (1905) U'ber die von der molekularkinetischen Theorie der Wa'rme geforderte Bewegung von in ruhenden Flu'ssigkeiten suspendierten Teilchen, *Annalen der Physik* 17 549–560.

Kalu, Emenike (2017) Weak-form Efficiency After Global Financial Crisis: Emerging Stock Market Evidence, *Journal of Emerging Market Financ,e* 16(1) 90-113

Karemera David & Ojah Kalu & Cole John A. (1999). Random Walks and Market Efficiency Tests: Evidence from Emerging Equity Markets, *Review of Quantitative Finance and Accounting Vol. 13*, 171-188.

Kitt Robert & Kalda Jaan. (2005). Scaling analysis of multi-variate intermittent time series, *Physica A* 353, 480–492.

Kulish, Vladimir. (2008). Market efficiency and the phase-lagging model of the price evolution, *Physica A* 387, 861–875.

Lee, Y.-S. and Kim, T.-H. (2006). Spurious rejections by variance ratio tests in the presence of a break in drift. *Working Paper 0603, Durham University*.

Lo, A. W. and MacKinlay, A. C. (1999). *A Non-Random Walk Down Wall Street*, Princeton University Press, Princeton, NJ.

Liu, Shinhua. (2008). Index Futures and Predictability of the Underlying Stocks' Returns: The Case of the Nikkei 225, *J Finan Serv Res*,34:77–91.

Malkiel Burton G. (Winter, 2013). The Efficient Market Hypothesis and Its Critics, *Journal of Economics Perspectives, Volume 17, Number 1*, 59-82.

Narguman, Rupel and Anuradha N. (2017) Market Efficiency of gold exchange-traded funds in India, *Department of Mathematics and Actuarial Science*, B S Abdur Rahman Crescent University

Safari, A and Abdollahzade H. (2017) Predicting the Price Index of Theran Stcok Exchange, *Department Of Financial Management, Faculty of Management and Accounting*, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran.

Sitte, Renate & Sitte Joaquin. (2002). Neural Networks Approach to the RandomWalk Dilemma of Financial Time Series, *Applied Intelligence 16*, 163–171, 2002.

Sohail, Asiya, Rehman Mobeen, Javid, Atiya Yasmin (2017) Stock Markets Reactions on Returns and Trading Volume: The Impact of the Global Financial Crisis, *Revista Evidenciação Contábil & Finanças João Pessoa*, v. 5, n. 1, p. 132-151.

Skjeltorp, Johannes A. (2000). Scaling in the Norwegian stock market, *Physica A 283*, 486-528.

Tolikas, Konstantino (2017) The lead-lag relation between the stock and the bond markets, *The European Journal of Finance*, Department of Economics and Finance, Brunel University London, Uxbridge, UK.

Worthington, Andrew C. and Higgs, Helen. (October, 2003). Tests of random walks and market efficiency in Latin American stock markets: An empirical note, *Discussion Paper No. 157, School of Economics and Finance*, Queensland University of Technology, Brisbane, Australia.

Yilmaz, K. (2003). Martingale property of exchange rates and central bank intervention. *Journal of Business and Economic Statistics 21*: 383–395.

DETERMINACIÓN Y ANÁLISIS DE LAS VARIABLES REQUERIDAS PARA ESTIMULAR LA INTERNACIONALIZACIÓN DE LA CERVEZAL ARTESANAL PRODUCIDA POR MICROEMPRESAS MICHOACANAS MEDIANTE LA TEORÍA DE LOS EFECTOS OLVIDADOS

Dr. Federico González Santoyo

Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo-INIDEM
fegosa@gmail.com

Dr. José Elías Silva Trigueros

Tecnológico Nacional de México
elias_25@hotmail.com

M. en A. Alejandro Silva Trigueros

Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo
alejandro_silva_t@hotmail.com

Resumen

La internacionalización de la firma constituye una estrategia susceptible de ser empleada por las empresas para lograr su consolidación, crecimiento, o supervivencia, y supone tomar decisiones proactivas, efectivas, estratégicas, razonadas y rápidas, relacionadas con una gran cantidad de variables en situaciones de incertidumbre para lograr el éxito organizacional. Con base en lo anterior, conviene analizar la internacionalización de las operaciones de las microempresas productoras de cerveza artesanal que operan en el estado de Michoacán de Ocampo, México, de una forma más amplia en las dimensiones económica, gubernamental y social, y relacionarlas con las variables, internas y externas, que pueden influir en su operación organizacional y en los resultados que éstas consigan. Por ello, el objetivo de esta investigación es identificar las variables, y sus relaciones, que coadyuvan a incentivar el posicionamiento internacional de la cerveza artesanal michoacana, mediante el análisis de 63 microproductores de cerveza artesanal y organizaciones relacionadas con la industria en enero de 2018, empleando la metodología de la Teoría de los Efectos Olvidados propuesta por Arnold Kaufmann y Jaime Gil-Aluja, la cual consiste en una técnica de tratamiento secuencial que permite relacionar causas y efectos, obtenidos a partir de matrices de incidencia, para obtener o recuperar los elementos que no tomaron en cuenta los expertos por tratarse de incidencias ocultas o indirectas. Los principales resultados obtenidos permitieron identificar que algunas de las relaciones que demandan mayor atención son las que se encuentran entre *Disponibilidad de insumos e Imagen de México ante el mundo*, *Proceso productivo de la firma y Selección del mercado objetivo*, *Viabilidad económica-financiera de la firma y Lealtad del mercado consumidor*, y finalmente entre *Viabilidad económica financiera de la firma y Recomendación de consumo de clientes actuales a potenciales*.

Palabras clave: Internacionalización, microempresa, cerveza artesanal, efectos olvidados.

Abstract

The internationalization of the firm is a strategy that can be used by companies to achieve consolidation, growth, or survival, and involves making proactive, effective, strategic, reasoned and quick decisions related to a large number of variables in situations of uncertainty to achieve organizational success. Based on the foregoing, it is convenient to analyze the internationalization of the operations of microbreweries producing craft beer that operate in the state of Michoacán de Ocampo, Mexico, in a broader way in the economic, governmental and social dimensions, and relate them to the variables, internal and external, that can influence their organizational operation and the results they achieve. Therefore, the objective of this research is to identify the variables, and their relationships, that help to encourage the international positioning of the craft beer of Michoacán, through the analysis of 63 craft beer microproducers and organizations related to the industry in January 2018, using the methodology of the Theory of Forgotten Effects, proposed by Arnold Kaufmann and Jaime Gil-Aluja, which consists of a sequential treatment technique that allows to relate causes and effects, obtained from incidence

matrices, to obtain or recover the elements that the experts did not take into account because they are hidden or indirect incidents. The main results obtained allows to identify that some of the relationships that demand more attention are those found between *Availability of inputs* and *Image of Mexico before the world*, *Productive process of the firm* and *Selection of the objective market*, *Economic-financial feasibility of the firm* and *Loyalty of the consumer market*, and finally between *Economic-financial feasibility of the firm* and *Recommendation of consumption of current customers to potential customers*.

Key words: Internationalization, microenterprise, craft beer, forgotten effects.

Introducción

Los seres humanos permanentemente ejecutan infinidad de procesos decisorios en los diferentes planos a los que pertenecen, eligen opciones precisas entre varias alternativas que redunden en su máximo beneficio, o en su menor perjuicio, pautadas por la base de conocimientos que posean, su marco referencial, circunstancial y contextual.

La elección de alternativas no constituye una finalidad en sí misma, es un medio y condición necesaria para lograr un resultado deseable. Por tanto la decisión, el antecedente, se fundamenta en la expectativa, inmediata o mediata, de alcanzar un efecto anhelado, o en su defecto evitar uno indeseable.

Las empresas que han destacado en el ámbito global se caracterizan por contar con gente visionaria, capaz de detectar proactivamente las megatendencias globales, las oportunidades y amenazas inherentes al ambiente y por implementar prácticas administrativas óptimas para adecuar la operación organizacional a las cambiantes condiciones del entorno, caracterizado éste último por su elevada dinamicidad. Idóneamente, los directores de las empresas orientarán sus recursos personales y organizacionales al desarrollo de escenarios que potencien la efectividad operativa de sus firmas mediante la óptima toma de decisiones.

Los gerentes de las microempresas elaboradoras de cerveza artesanal que operan actualmente en el estado de Michoacán de Ocampo, México, que desean internacionalizar la comercialización de sus productos, están conscientes de que el actual ambiente de negocios demanda la toma de decisiones proactivas, efectivas, estratégicas, razonadas y rápidas por parte de las entidades económicas que representan para lograr el éxito organizacional.

La internacionalización será resultado de la formulación e implementación de una estrategia empresarial intuitiva–racional, orientada a proyectar las operaciones de la firma más allá de sus fronteras nacionales para explotar las oportunidades de negocios identificadas en el entorno internacional o global, mediante el aprovechamiento de sus fortalezas para el logro de los objetivos empresariales estableciendo, cuando así convenga, relaciones colaborativas con otras compañías.

Conceptualmente la internacionalización está compuesta por tres dimensiones: económica, gubernamental, y social. La identificación de las variables estratégicas, pertenecientes a las tres dimensiones referidas, que los microproductores de cerveza artesanal deben considerar demanda, de manera ineludible, la aceptación de que sus procesos decisorios se llevan a efecto bajo el supuesto de racionalidad limitada y en condiciones de incertidumbre.

Ante las circunstancias descritas, es imperativo identificar modelos que ayuden a los empresarios en la toma de decisiones, particularmente en un ambiente caracterizado por la incertidumbre. Debido a ello, conviene analizar la internacionalización de las operaciones de las microempresas productoras de cerveza artesanal que operan en el estado de Michoacán de Ocampo, México, de una forma más amplia en las dimensiones económica, gubernamental y social, y relacionarlas con las variables, internas y externas, que pueden influir en su operación organizacional y en los resultados que obtengan.

Para ello se empleará la Teoría de los Efectos Olvidados, propuesta por Arnold Kaufmann y Jaime Gil-Aluja en la obra *Modelos para la investigación de efectos olvidados* en el año 1988 (Gil-Lafuente *et al.*, 2015), técnica de tratamiento secuencial que permite relacionar causas y efectos, obtenidos a partir de matrices de incidencia, para obtener o recuperar los elementos que no tomaron en cuenta los expertos por tratarse de incidencias ocultas o indirectas.

La Teoría de los Efectos Olvidados

Todos los seres humanos, inteligentes pero no siempre fiables, han cometido errores y descuidos al momento de tomar decisiones como consecuencia del olvido o la negligencia. Incluso con la ayuda de las más potentes herramientas para el tratamiento de los datos, el riesgo de la omisión no desaparecerá jamás de manera absoluta.

Aunque se puedan establecer buenas listas de control (*check lists*) para llevar a efecto el proceso decisorio, existe siempre un riesgo, por mínimo que éste pueda ser, de negligencia, o de imprudencia, que conviene evitar. Los riesgos, conceptualmente establecidos como los efectos de efectos de una acumulación de causas, no son siempre explícitos, visibles o percibidos de manera inmediata, y en algunas ocasiones ocurre que los más peligrosos se hallan ocultos. Para determinar las relaciones de causa-efecto, que pueden resultar potencialmente relevantes, deben conocerse las secuencias de incidencias, de inferencias y de consecuencias para situarlas en una red que normalmente no es tratada correctamente.

Para mejorar la competencia en la investigación de efectos descuidados se requieren modelos matemáticos que coadyuven al logro de tal fin. La Teoría de los Efectos Olvidados (Kaufmann *et al.*, 1988) constituye una alternativa.

Los modelos empleados para la búsqueda de los efectos olvidados son muy frecuentemente grafos con valores binarios en los arcos o los vértices. En general se pueden considerar este tipo de grafos valuados a través de números en $[0,1]$, o intervalos de confianza de $[0,1]$. Se utiliza, según las necesidades, la teoría booleana o la teoría de los subconjuntos borrosos, o también la de los expertones, que son resultado del procedimiento matemático mediante el cual se agrupa y evalúa la información aportada por el grupo de expertos de acuerdo con las incidencias causas-efectos o las influencias efectos-causas y permiten agregar conocimientos mediante la interacción de las respuestas dadas por todos ellos (Rico *et al.* 2010). Estos modelos que no son ni de difícil comprensión ni de programación, pero pueden operar con millares de datos y aportar una gran cantidad de valiosa información.

El determinismo no es compatible con la realidad humana, económica, gubernamental y empresarial. La concepción mecanicista de los sistemas complejos ha dado ya de sí todo lo que se podía esperar. Todo es evolutivo y adaptativo. No obstante, debe considerarse que el empleo de la Teoría de los Efectos Olvidados no pretende eliminar los descuidos, omisiones u olvidos por completo. Su trascendencia consiste en ayudar a eliminar progresivamente lo que se obvia, y al hacerlo constantemente aparecen nuevas causas de problemas ocultos. Cuando esto suceda, será necesario transformar o alargar la lista de los factores considerados, modificar las valuaciones de inferencia, y adaptar de mejor manera el conocimiento obtenido a la realidad misma.

Los individuos se encuentran incorporados en sistemas y subsistemas de diversa naturaleza: económica, educativa, sindical, asociativa, tecnológica y relacional, entre otros; el mundo está conformado de sistemas y subsistemas. Cuando todos los eventos, fenómenos y hechos forman parte de algún tipo de sistema o subsistema se puede asegurar que prácticamente toda actividad queda sujeta a algún tipo de incidencia causa-efecto (Gil-Lafuente *et al.*, 2012).

De acuerdo con Kaufmann *et al.* (1988) el concepto de incidencia se encuentra asociado a la idea de efecto de un conjunto de entidades sobre otro conjunto de entidades o sobre sí mismo, en consecuencia puede relacionarse al de función. El concepto de incidencia, que se encuentra en todas las acciones de los seres vivos, es una noción aparentemente muy simple pero que merece una breve explicación científica porque con frecuencia se olvida de tenerla en consideración al reflexionar, ya que suele ser prácticamente automática en el pensamiento. Las incidencias constituyen un proceso de naturaleza secuencial y se propagan en una red de encadenamientos, en la cual se omiten muchas etapas y se olvidan conclusiones, más o menos de manera voluntaria. Cada olvido tiene como consecuencia efectos secundarios que van repercutiendo en toda la red de relaciones de incidencia en una especie de proceso combinatorio. Incluso cuando se trata de un grupo de comunicación se produce el olvido, y éste conduce frecuentemente a efectos secundarios desfavorables en relación con las decisiones tomadas. Eso que forma parte de la vida cotidiana constituye también el acompañamiento de las decisiones de los más altos ejecutivos.

En la época de la informática y de los sistemas expertos, para evolucionar mejor en la incertidumbre, para protegerse mejor, es conveniente prever, y prever es explorar mejor las incidencias. La incidencia es una noción subjetiva, es en general difícilmente mensurable y si se le aplica en ciertos casos las probabilidades resultan raramente justificadas correctamente. Pero el examen de las incidencias, concebidas incluso subjetivamente, permite una acción más razonada y en consecuencia un mejor toma de decisiones. La inteligencia humana necesita apoyarse en herramientas y modelos capaces de crear una base técnica sobre la cual se pueda trabajar con todas las informaciones y contrastar éstas con las obtenidas del entorno para descubrir todas las relaciones de causalidad directa e indirecta que se puedan desprender.

Metodología empleada por la Teoría de los Efectos Olvidados

Los fundamentos metodológicos en que se basa la Teoría de los Efectos Olvidados (Kaufmann *et al.*, 1988) se presentan a continuación. Si se tienen dos conjuntos de elementos:

$$A = \{a_i / i = 1, 2, \dots, n\}$$

$$B = \{b_j / j = 1, 2, \dots, m\}$$

Se dirá que hay una incidencia de a_i sobre b_j si el valor de la función característica de pertenencia del par (a_i, b_j) está valuado en $[0,1]$; es decir, el grado de incidencia de cada a_i sobre cada b_j se expresa a través de una función:

$$\mu : AXB \rightarrow [0,1]$$

De manera que:

$$\forall (a_i, b_j) \in AXB, \mu(a_i, b_j) \in [0,1]$$

El conjunto de pares de elementos valuados definirá lo que se denomina matriz de incidencias directas (ver tabla 1), la cual muestra las relaciones de causa-efecto que se producen con diferente graduación entre los elementos del conjunto A (causas) y los elementos del conjunto B (efectos).

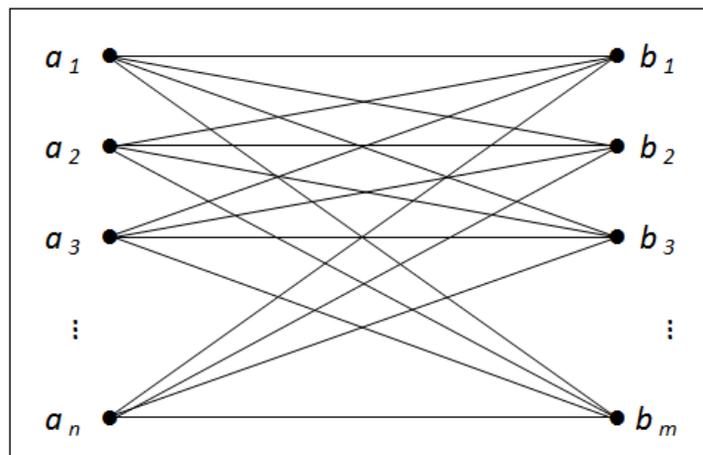
Tabla 1. Matriz de incidencias directas

	b_1	b_2	b_3	b_4	...	b_m
a_1	$\mu_{a_1 b_1}$	$\mu_{a_1 b_2}$	$\mu_{a_1 b_3}$	$\mu_{a_1 b_4}$...	$\mu_{a_1 b_m}$
a_2	$\mu_{a_2 b_1}$	$\mu_{a_2 b_2}$	$\mu_{a_2 b_3}$	$\mu_{a_2 b_4}$...	$\mu_{a_2 b_m}$
a_3	$\mu_{a_3 b_1}$	$\mu_{a_3 b_2}$	$\mu_{a_3 b_3}$	$\mu_{a_3 b_4}$...	$\mu_{a_3 b_m}$
a_4	$\mu_{a_4 b_1}$	$\mu_{a_4 b_2}$	$\mu_{a_4 b_3}$	$\mu_{a_4 b_4}$...	$\mu_{a_4 b_m}$
a_5	$\mu_{a_5 b_1}$	$\mu_{a_5 b_2}$	$\mu_{a_5 b_3}$	$\mu_{a_5 b_4}$...	$\mu_{a_5 b_m}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
a_n	$\mu_{a_n b_1}$	$\mu_{a_n b_2}$	$\mu_{a_n b_3}$	$\mu_{a_n b_4}$...	$\mu_{a_n b_m}$

Fuente: Kaufmann et al., 1988; y Gil-Lafuente et al., 2012.

La matriz de incidencias directas también puede ser representada por el grafo de incidencias asociadas (ver figura 1), en donde en caso de que el valor de la función característica de pertenencia del par (a_i, b_j) fuera nula, quedaría eliminado el arco que une el elemento a_i con el elemento b_j .

Figura 1. Grafo de incidencias asociadas



Fuente: Kaufmann et al., 1988; y Gil et al., 2012.

El conjunto de incidencias, aportado por las tres formas consideradas de presentar las relaciones causa-efecto que tienen lugar entre dos conjuntos de elementos, representa la matriz de incidencias directas, o también denominada matriz de incidencias de primer orden. Las incidencias de primer orden son aquellas que han sido consideradas en el momento de establecer las repercusiones que tienen unos elementos sobre otros y su identificación conforma el primer paso para plantear el modelo que permitirá recuperar diferentes niveles de incidencias que no han sido detectadas, o que simplemente se han obviado. Supóngase, por ejemplo, que un aparece un tercer conjunto de elementos:

$$C = \{c_k / k = 1, 2, \dots, p\}$$

Y este tercer conjunto está formado por elementos que actúan como efectos del conjunto B , es decir (ver tabla 2):

Tabla 2. Nueva matriz de incidencias

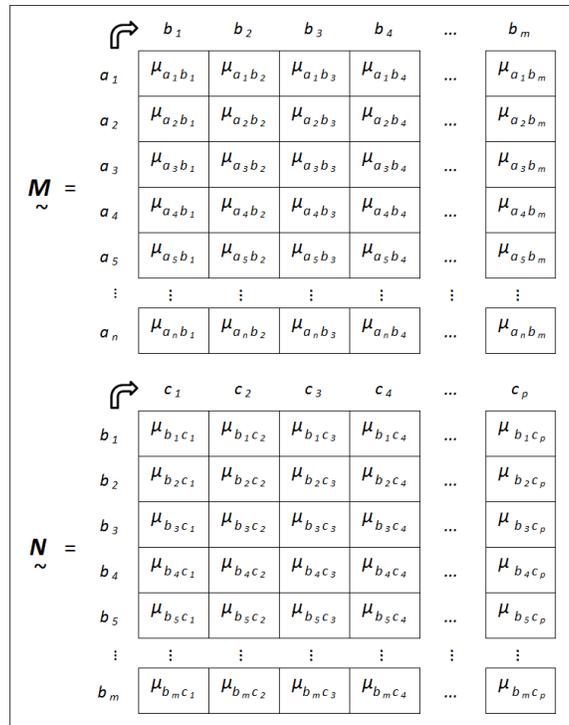
	c_1	c_2	c_3	c_4	...	c_p
b_1	$\mu_{b_1c_1}$	$\mu_{b_1c_2}$	$\mu_{b_1c_3}$	$\mu_{b_1c_4}$...	$\mu_{b_1c_p}$
b_2	$\mu_{b_2c_1}$	$\mu_{b_2c_2}$	$\mu_{b_2c_3}$	$\mu_{b_2c_4}$...	$\mu_{b_2c_p}$
b_3	$\mu_{b_3c_1}$	$\mu_{b_3c_2}$	$\mu_{b_3c_3}$	$\mu_{b_3c_4}$...	$\mu_{b_3c_p}$
b_4	$\mu_{b_4c_1}$	$\mu_{b_4c_2}$	$\mu_{b_4c_3}$	$\mu_{b_4c_4}$...	$\mu_{b_4c_p}$
b_5	$\mu_{b_5c_1}$	$\mu_{b_5c_2}$	$\mu_{b_5c_3}$	$\mu_{b_5c_4}$...	$\mu_{b_5c_p}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
b_m	$\mu_{b_m c_1}$	$\mu_{b_m c_2}$	$\mu_{b_m c_3}$	$\mu_{b_m c_4}$...	$\mu_{b_m c_p}$

Fuente: Kaufmann et al., 1988; y Gil-Lafuente et al., 2012.

Como puede apreciarse, se han obtenido dos matrices de incidencias, cuya característica en común es que ambas poseen los elementos del conjunto B .

La tabla 3, en la página siguiente, contiene las dos matrices de incidencias obtenidas hasta este momento.

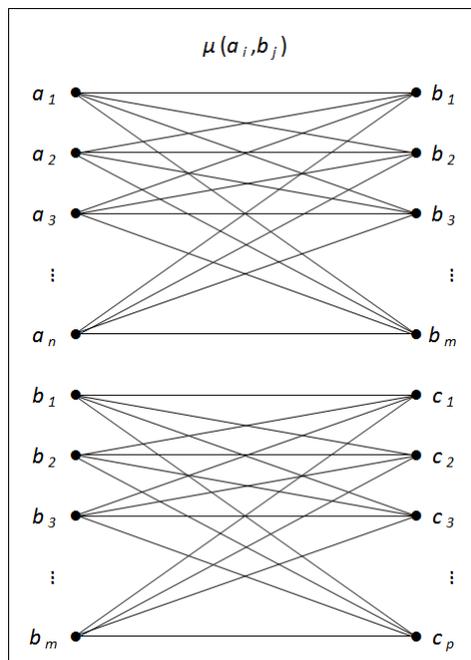
Tabla 3. Matrices de incidencias



Fuente: Kaufmann et al., 1988; y Gil-Lafuente et al., 2012.

Los grafos de incidencias asociadas, a cada una de las dos matrices, se presentan en la figura 2.

Figura 2. Grafos de incidencias asociadas de las dos matrices



Fuente: Kaufmann et al., 1988; y Gil et al., 2012.

En cada uno de los grafos de incidencias asociadas se indicaría encima de cada línea el valor numérico $\mu(a_i, b_j)$ que establece el grado de incidencia de a_i , sobre b_j . A partir de este punto, se tienen dos relaciones de incidencia \tilde{M} y \tilde{N} que pueden considerarse como subconjuntos borrosos de $A \times B$ y $B \times C$ respectivamente. El operador matemático que permite establecer

las incidencias de A sobre C es la composición max-min, criterio que compara entre sí los peores resultados de cada una de las opciones posibles y elige el mejor de ellos, es decir el máximo de los mínimos (González, 2004). De hecho, cuando a partir de \tilde{M} y \tilde{N} se puede plantear una nueva relación de incidencia \tilde{P} entre los elementos A y C definida por:

$$\tilde{P} = \tilde{M} \circ \tilde{N}$$

Donde el símbolo \circ representa precisamente la composición max-min.

La composición de dos relaciones inciertas es tal que:

$$\forall (a_i, c_p) \in A \times C$$

$$\mu(a_i, c_p)_{\tilde{M} \circ \tilde{N}} = \bigvee_{b_j} (\mu_{\tilde{M}}(a_i, b_j) \wedge \mu_{\tilde{N}}(b_j, c_p))$$

Se puede afirmar entonces que la matriz P define las relaciones de causalidad entre los elementos del primer conjunto A y los elementos del tercer conjunto C , en la intensidad o grado que conlleva el considerar los elementos pertenecientes al conjunto B .

Relación de causalidades directas e indirectas

Después del breve análisis de la metodología empleada para conocer las relaciones de incidencia habiendo considerado tres conjuntos de elementos, corresponde ahora plantear una metodología para conocer las relaciones causa-efecto que quedan ocultas cuando se realiza un estudio de causalidad entre diferentes elementos.

El planteamiento comienza con la existencia de una relación de incidencia directa, es decir, una matriz causa-efecto incierta definida por dos conjuntos de elementos:

$$A = \{a_i / i = 1, 2, \dots, n\}, \text{ que actúan como causas}$$

$$B = \{b_j / j = 1, 2, \dots, m\}, \text{ que actúan como efectos}$$

Y una relación de causalidad \tilde{M} definida por la matriz de dimensión $n \times m$:

$$[\tilde{M}] = \{\mu_{a_i, b_j} \in [0, 1] / i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m\}$$

En donde las μ_{a_i, b_j} corresponden a los valores de la función característica de pertenencia de cada uno de los elementos de la matriz $[\tilde{M}]$ (formada por las filas correspondientes a los elementos del conjunto A - causas, y las columnas correspondientes a los elementos del conjunto B - efectos).

Se puede considerar entonces que la matriz $[\tilde{M}]$ está compuesta por las estimaciones realizadas en torno a todos los efectos que los elementos del conjunto A ejercen sobre los elementos del conjunto B .

Cuanto más significativa es esta relación de incidencia, más elevada será la valuación asignada a cada uno de los elementos de la matriz. Dado que se ha partido del hecho de considerar que la función característica de pertenencia debe pertenecer al intervalo $[0, 1]$, se entiende que cuanto más alta sea la relación de incidencia, más cercana a 1 resultará la valuación asignada. Y contrariamente, cuanto más débil se considere una relación de causalidad entre dos elementos, más se aproximará a 0 la valuación correspondiente.

Debe recalcar el hecho de que la matriz inicial $[M]$ se conforma a partir de las relaciones causa-efecto directas; es decir, de primera generación. No obstante lo anterior, el objetivo es obtener una nueva matriz de incidencias que refleje no solo las relaciones de causalidades directas, sino aquellas que, a pesar de no ser evidentes, existen y a veces son fundamentales para la apreciación de fenómenos.

Para alcanzar el objetivo propuesto es necesario establecer los dispositivos que hagan posible la consideración del hecho de que diferentes causas pueden tener efectos sobre sí mismas y, al mismo tiempo, tener en cuenta que determinados efectos también pueden dar lugar a incidencias sobre ellos mismos. Por esta razón será necesario construir dos relaciones de incidencias adicionales, las cuales recogerán los posibles efectos que se deriven de relacionar causas entre sí, por un lado, y efectos entre sí, por otro. Estas dos matrices auxiliares son matrices cuadradas que se expresan como sigue:

$$[\underline{A}] = \{\mu_{a,a_j} \in [0,1] / i, j = 1, 2, \dots, n\}$$

$$[\underline{B}] = \{\mu_{b,b_j} \in [0,1] / i, j = 1, 2, \dots, m\}$$

La matriz $[\underline{A}]$ establece las relaciones de incidencia que se pueden producir entre cada uno de los elementos que actúan como causas, y la matriz $[\underline{B}]$ establece las relaciones de incidencia que se pueden producir entre cada uno de los elementos que actúan como efectos.

Tanto $[\underline{A}]$ como $[\underline{B}]$ coinciden en el hecho de que ambas son matrices reflexivas, es decir:

$$\mu_{a,a_i} = 1 \quad \forall i = 1, 2, \dots, n$$

$$\mu_{b,b_j} = 1 \quad \forall j = 1, 2, \dots, m$$

Lo que se traduce en que un elemento, sea causa o efecto, incide con el máximo énfasis sobre sí mismo.

En contrapartida ni $[\underline{A}]$ ni $[\underline{B}]$ son matrices simétricas; es decir, existe como mínimo algún par de subíndices i, j de manera que:

$$\mu_{a,a_j} \neq \mu_{a,a_i} \quad \mu_{b,b_j} \neq \mu_{b,b_i}$$

Una vez construidas las matrices $[M]$, $[\underline{A}]$ y $[\underline{B}]$ se procede al establecimiento de incidencias directas e indirectas; es decir, incidencias en las que, a la vez, interviene alguna causa o efecto interpuesto.

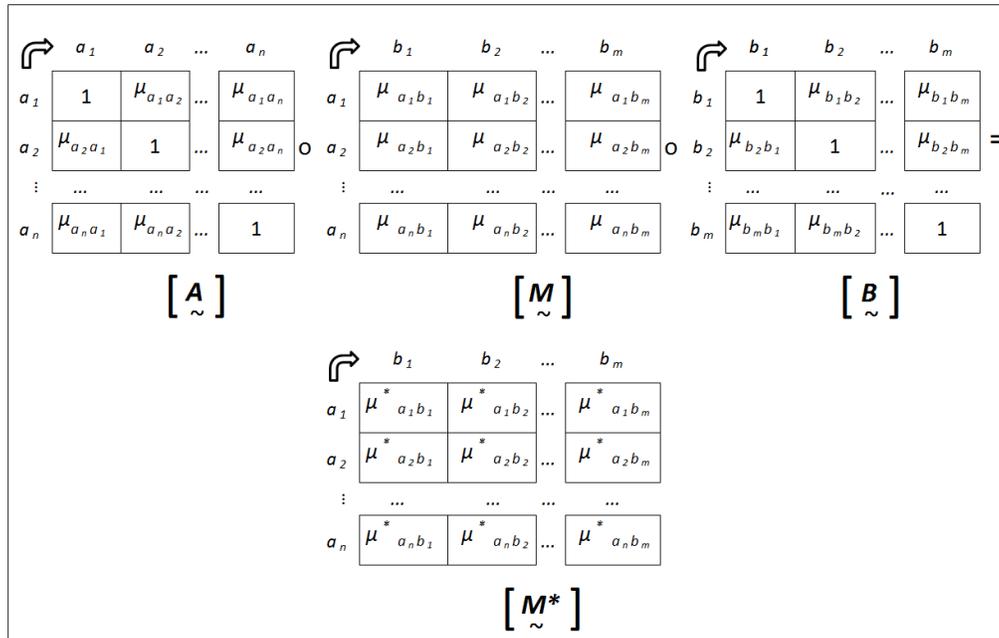
Para ello se procede a la composición max-min de las tres matrices:

$$[\underline{A}] \circ [M] \circ [\underline{B}] = [M^*]$$

El orden en la composición debe permitir el hacer coincidir siempre el número de elementos de la fila de la primera matriz con el número de elementos de la columna de la segunda matriz. El resultado obtenido será una nueva matriz $[M^*]$ que

recoge las incidencias entre causas y efectos de segunda generación, es decir, las relaciones causales iniciales afectadas por la posible incidencia interpuesta de alguna causa o algún efecto. En este sentido se obtendría la tabla 4:

Tabla 4. Determinación de la matriz de los efectos de segunda generación $[M^*]$



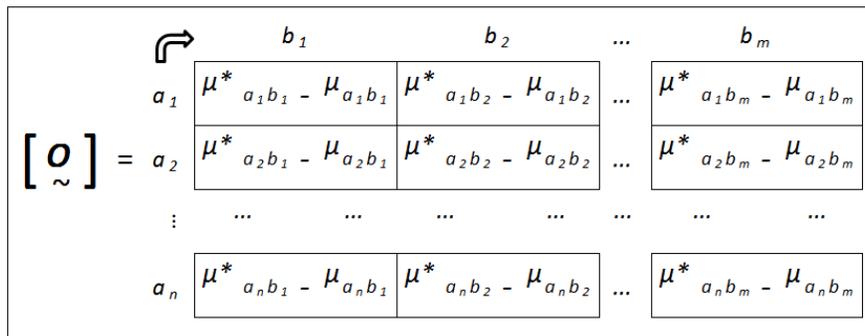
Fuente: Kaufmann et al., 1988; y Gil-Lafuente et al., 2012.

A partir de la nueva matriz $[M^*]$, la diferencia entre la matriz de los efectos de segunda generación y la matriz de incidencias directas permitirá conocer el grado en que algunas relaciones de causalidad han sido olvidadas u obviadas:

$$[O] = [M^*] - [M]$$

La matriz de efectos olvidados $[O]$ se presenta en la tabla 5.

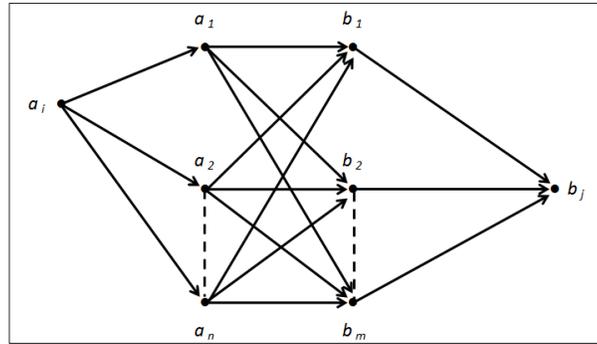
Tabla 5. Matriz de efectos olvidados $[O]$



Fuente: Kaufmann et al., 1988; y Gil-Lafuente et al., 2012.

Debe agregarse que también es posible conocer, a partir del grado de olvido de alguna incidencia, el elemento (causa o efecto) que actúa como enlace. Para ello sólo hay que seguir los pasos realizados a partir de la composición max-min de las matrices señaladas anteriormente y generar el grafo correspondiente (ver figura 3).

Figura 3. Grafo incidencias olvidadas



Fuente: Kaufmann et al., 1988; y Gil-Lafuente et al., 2012.

Debe considerarse que cuanto más elevado es el valor correspondiente entre un elemento a_i y un elemento b_j de la función característica de pertenencia de la matriz $[O]$, más elevado es el grado de olvido entre a_i y b_j producido en la relación de incidencia inicial. Esto se traduce en que las implicaciones derivadas de unas incidencias no consideradas, ni tomadas en cuenta en su justa intensidad, pueden dar lugar a un pobre proceso decisorio.

Aplicación de la Teoría de los Efectos Olvidados

El universo de estudio se conforma por las microempresas que elaboran cerveza artesanal en el estado de Michoacán de Ocampo, México, las cuales son sesenta (60) firmas. Adicionalmente se han añadido, por su relevancia con respecto al objeto de estudio de la investigación, tres organizaciones: la Asociación de Cerveceros Artesanales de Michoacán A.C. (CERARMICH, A.C.), la Asociación de Cerveceros y Relacionados de Michoacán (ACERMICH, A.C.), y el Festival Internacional de la Cerveza, lo que resulta en un universo de estudio conformado por sesenta y tres (63) organizaciones (ver tabla 6).

Tabla 6. Organizaciones objeto de estudio

TOTAL	LOCALIDAD	ESTADO	MARCA
1	Ciudad Hidalgo	Michoacán	La Heroica
1	Erongaricuaró	Michoacán	Eronari
3	Jiquilpan	Michoacán	1. Libertadores 2. Ocote <i>Brewing</i> 3. Xiquilpan
2	Lázaro Cárdenas	Michoacán	1. Cervecería Artesanal de Lázaro Cárdenas 2. Cervecería Artesanal del Pacífico
41	Morelia	Michoacán	1. Asociación de Cerveceros Artesanales de Michoacán A.C. (CERARMICH, A.C.) 2. Asociación de Cerveceros y Relacionados de Michoacán (ACERMICH, A.C.) 3. Festival Internacional de la Cerveza 4. <i>Berserker</i> 5. <i>Best Brewing</i> 6. Brebaje 7. <i>Brewfus</i> Cervecería 8. Casanova 9. Cervecería Armas 10. Cervecería Nacional Morelos 11. Cinco Mulatas 12. Cueva Santa 13. <i>Dante's Beer</i> 14. Dogma 15. <i>Dunkler Engel</i> 16. <i>Gambrinus</i> 17. <i>Invictus</i> 18. La Bru 19. La Emiliana 20. La Puerca 21. Maconda 22. Malora 23. Maltería y Cervecería del Río 24. Matasantos 25. Mauer 26. Mazátl 27. Mexmaya 28. <i>Moor</i> 29. Musas 30. Mytika 31. Pecados Capitales 32. Rastrera 33. <i>RB</i> 34. <i>Rising Hop</i> 35. <i>The Bastards Beer Company</i> 36. <i>The Beer Bank</i> 37. <i>The Beer Box</i> 38. <i>The Beer Company</i> 39. Tzibalba Cervecería 40. <i>Velvet King</i> 41. Xakúa
2	Pastor Ortiz	Michoacán	1. Cervecería La Estación 2. Maltería Zurumuato
1	Pátzcuaro	Michoacán	Curicaveri
1	Tlazazalca	Michoacán	Cervecería Tlazazalca
8	Uruapan	Michoacán	1. <i>Art Beer</i> 2. Demonio 3. <i>Klot</i> 4. La Mulata 5. La Uruapense 6. Rodilla del Diablo 7. Tépoli 8. <i>Zarzabeer</i>
1	Zacapu	Michoacán	Región Purépecha
2	Zamora	Michoacán	1. Cervecería <i>Maverik</i> 2. Cervecería Zamora
63			

Fuente: Elaboración propia con base en CERARMICH, A.C., 2016; ACERMICH, 2016; ACERMEX, 2016; Cerveceros de México, 2016; SIEM Michoacán, 2016; y, CANIRAC Michoacán, 2016.

La aplicación de la metodología de los efectos olvidados, propuesta por Kaufmann *et al.* (1988), requiere primeramente identificar de manera no exhaustiva un conjunto de variables, tanto del entorno como de la propia firma, que poseen la capacidad de incidir en la internacionalización de las operaciones comerciales de las firmas estudiadas.

La identificación de las variables que mayor incidencia tienen en la internacionalización de la firma se determinó con base en la literatura revisada, considerando para ello las investigaciones de Johanson *et al.* (1975); Anderson *et al.* (1987); Brouthers *et al.* (2003); Ahmed *et al.* (2004); García-Canal (2004); Calle *et al.* (2005); Julian *et al.* (2005); OECD (2000, 2006, 2009); OECD-APEC (2007); Ruzzier *et al.* (2007); García (2008); Keupp *et al.* (2009); Santos-Álvarez *et al.* (2009); Cambra *et al.* (2010); Kaarna (2010); Paunovic *et al.* (2010); Schweizer *et al.* (2010); Fernández-Méndez *et al.* (2011); Al-Hyari *et al.* (2012); García-Canal *et al.* (2012); Al-Aali *et al.* (2013); Escandón-Barbosa *et al.* (2013), y Romero *et al.* (2013), y su posterior validación fue efectuada por un grupo conformado por doce académicos expertos en la internacionalización de la firma pertenecientes al Instituto de Investigaciones Económicas y Empresariales (ININEE) de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (UMSNH).

El conjunto definitivo de causas-efectos considerado en esta investigación se presenta en la tabla 7.

Tabla 7. Conjunto de causas-efectos considerados en la internacionalización de la firma

Conjunto de variables <i>A</i>, que actúan como antecedentes o causas que pueden incidir en la internacionalización de la firma, pertenecientes a las dimensiones económica, social y gubernamental:	Conjunto de variables <i>B</i>, que actúan como consecuentes o efectos que pueden incidir en la internacionalización de la firma, pertenecientes a las dimensiones económica, social y gubernamental:
a_1 = Disponibilidad de insumos	b_1 = Selección del mercado objetivo
a_2 = Proceso productivo de la firma	b_2 = Barreras percibidas
a_3 = Costos de operación	b_3 = Riesgos percibidos
a_4 = Inversión requerida	b_4 = Ventas
a_5 = Viabilidad económica-financiera de la firma	b_5 = Utilidades
a_6 = Eficiencia energética y empleo de energías renovables	b_6 = Alianzas empresariales
a_7 = Certificaciones internacionales de calidad del producto	b_7 = Lealtad del mercado consumidor
a_8 = Precio del producto	b_8 = Recomendación de consumo de clientes actuales a potenciales
a_9 = Diferenciación del producto	b_9 = Contribución al desarrollo social
a_{10} = Disponibilidad del producto	b_{10} = Contribución al desarrollo económico
a_{11} = Canales de comercialización empleados	b_{11} = Imagen de México ante el mundo
a_{12} = Mezcla promocional	b_{12} = Economías de alcance
a_{13} = Cultura organizacional	b_{13} = Economías de escala
a_{14} = Responsabilidad social y buen gobierno corporativo	b_{14} = Internacionalización del producto
a_{15} = Asesoría profesional y apoyo gubernamental	b_{15} = Posicionamiento internacional
a_{16} = Redes de colaboración	
a_{17} = Situación económica mundial y tratados comerciales internacionales	
a_{18} = Corrupción país y burocracia administrativa	

Fuente: *Elaboración propia.*

Los expertos participantes evaluaron las variables que contribuyen, o muestran mayor incidencia, en la internacionalización, mediante el empleo de la correspondencia semántica (ver tabla 8) para 11 valores de 0 a 1 (denominada escala endecadaria) con la asistencia del nivel de verdad en la noción de incidencia (Kaufmann *et al.*, 1988).

Tabla 8. Correspondencia semántica

VALOR	NIVEL DE VERDAD
0 :	Sin incidencia
0.1 :	Prácticamente sin incidencia
0.2 :	Casi sin incidencia
0.3 :	Muy débil incidencia
0.4 :	Débil incidencia
0.5 :	Mediana incidencia
0.6 :	Incidencia sensible
0.7 :	Bastante incidencia
0.8 :	Fuerte incidencia
0.9 :	Muy fuerte incidencia
1 :	La mayor incidencia

Fuente: Kaufmann *et al.*, 1988.

De acuerdo con Kaufmann *et al.* (1988), si se tienen dos conjuntos de elementos:

$$A = \{a_i / i = 1, 2, \dots, n\}$$

$$B = \{b_j / j = 1, 2, \dots, m\}$$

Se dirá que hay una incidencia de a_i sobre b_j si el valor de la función característica de pertenencia del par (a_i, b_j) está valuado en $[0, 1]$; es decir, el grado de incidencia de cada a_i sobre cada b_j se expresa a través de una función:

$$\mu : AXB \rightarrow [0, 1]$$

De manera que:

$$\forall (a_i, b_j) \in AXB, \mu(a_i, b_j) \in [0, 1]$$

El conjunto de pares de elementos valuados definirá lo que se denomina matriz de incidencias directas o de primera generación, la cual muestra las relaciones de causa-efecto que se producen con diferente graduación entre los elementos del conjunto A (causas) y los elementos del conjunto B (efectos).

La matriz de incidencias directas o de primera generación $[M]$, ver tabla 9, muestra los grados de las relaciones causa-efecto, otorgadas por los expertos, producidas entre las variables del conjunto A (causas) y las variables del conjunto B (efectos).

Tabla 9. Matriz de incidencias directas entre causas y efectos $[M]$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	Selección del mercado objetivo	Barreras percibidas	Riesgos percibidos	Ventas	Utilidades	Alianzas empresariales	Lealtad del mercado consumidor	Recomendación de consumo de clientes actuales a potenciales	Contribución al desarrollo social	Contribución al desarrollo económico	Imagen de México ante el mundo	Economías de alcance	Economías de escala	Internacionalización del producto	Posicionamiento internacional
1 Disponibilidad de insumos	0,1	0,2	0,5	0,9	0,9	0,3	0,5	0,5	0,1	0,1	0	0	0,6	0,7	0,8
2 Proceso productivo de la firma	0	0,4	0,5	0,8	0,9	0,2	0,1	0,3	0,5	0,5	0,4	0,2	0,9	0,5	0,5
3 Costos de operación	0,1	0,7	0,7	0,5	0,9	0,1	0,5	0,1	0,3	0,2	0,1	0,2	0,5	0,5	0,6
4 Inversión requerida	0,9	0,9	0,9	0,5	0,9	0,5	0,1	0,1	0,2	0,6	0	0,2	0,5	0,8	0,8
5 Viabilidad económica-financiera de la firma	0,8	0,9	0,9	0,6	0,9	0,4	0	0	0,2	0,5	0,3	0,4	0,7	0,8	0,8
6 Eficiencia energética y empleo de energías renovables	0,3	0,5	0,5	0,1	0,4	0,1	0	0,1	0,6	0,6	0,5	0	0,5	0,1	0,1
7 Certificaciones internacionales de calidad del producto	0,7	0,6	0,6	0,8	0,6	0,7	0,6	0,7	0,1	0,4	0,5	0,5	0,5	0,9	0,9
8 Precio del producto	0,5	0,5	0,5	0,8	0,9	0	0,5	0,5	0,1	0,1	0,2	0,3	0,6	0,9	0,9
9 Diferenciación del producto	0,9	0,5	0,5	0,9	0,9	0	0,8	0,9	0,1	0,5	0,9	0,5	0,5	0,9	0,9
10 Disponibilidad del producto	0,5	0,1	0,2	0,9	0,9	0,1	0,8	0,8	0	0,2	0,6	0,1	0,3	0,8	0,9
11 Canales de comercialización empleados	0,5	0,6	0,7	0,8	0,8	0,2	0,5	0,5	0,1	0,3	0,1	0,2	0,2	0,9	0,9
12 Mezcla promocional	0,5	0,2	0,2	0,9	0,9	0,5	0,9	0,9	0,1	0,2	0,6	0,9	0,2	0,9	0,9
13 Cultura organizacional	0,2	0,5	0,6	0,7	0,8	0,8	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,3	0,5	0,5
14 Responsabilidad social y buen gobierno corporativo	0,5	0,3	0,5	0,5	0,8	0,7	0,1	0,1	0,3	0,3	0,5	0	0	0,7	0,8
15 Asesoría profesional y apoyo gubernamental	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,8	0,7	0,4	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,9	0,9
16 Redes de colaboración	0,6	0,7	0,8	0,6	0,5	0,9	0,2	0,1	0,1	0,1	0,2	0,4	0,7	0,7	0,6
17 Situación económica mundial y tratados comerciales internacionales	0,7	0,7	0,9	0,9	0,9	0,3	0,6	0,5	0	0,5	0,2	0,1	0,1	0,9	0,9
18 Corrupción país y burocracia administrativa	0,6	0,8	0,8	0,5	0,8	0,7	0,1	0,1	0,1	0,1	0,4	0,1	0,3	0,6	0,7

Fuente: Elaboración propia.

Para obtener una nueva matriz de incidencias que refleje las relaciones de causalidad directas y aquellas relaciones que, a pesar de no ser evidentes, existen y pueden llegar a ser fundamentales, o estratégicas, para una adecuada apreciación del fenómeno estudiado, se requiere considerar también el hecho de que diferentes causas pueden tener efectos sobre sí mismas y, al mismo tiempo, tener en cuenta que determinados efectos también puedan dar lugar a incidencias sobre ellos mismos.

Por tanto, se hace necesario construir dos relaciones adicionales de incidencias que contemplen los posibles efectos que resulten de relacionar las causas entre sí, por un lado, y los efectos entre sí, por el otro. Para construir la matriz cuadrada $[A]$, ver tabla 10, los expertos valoraron las incidencias existentes entre las causas.

Tabla 10. Matriz de incidencias entre las diferentes causas [A]

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
	Disponibilidad de insumos	Proceso productivo de la firma	Costos de operación	Inversión requerida	Viabilidad económica-financiera de la firma	Eficiencia energética y empleo de energías renovables	Certificaciones internacionales de calidad del producto	Precio del producto	Diferenciación del producto	Disponibilidad del producto	Canales de comercialización empleados	Mezcla promocional	Cultura organizacional	Responsabilidad social y buen gobierno corporativo	Asesoría profesional y apoyo gubernamental	Redes de colaboración	Situación económica mundial y tratados comerciales internacionales	Corrupción país y burocracia administrativa
1 Disponibilidad de insumos	1	0,9	0,8	0,7	0,9	0,8	0,7	0,9	0,9	0,9	0,7	0,8	0,1	0,2	0,5	0,4	0,7	0,1
2 Proceso productivo de la firma	0,5	1	0,9	0,8	0,8	0,8	0,9	0,9	0,8	0,0	0,1	0,1	0	0,2	0,5	0	0	0
3 Costos de operación	0,3	0,8	1	0,8	0,8	0	0	0,9	0,2	0,7	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0	0
4 Inversión requerida	0,8	0,7	0,8	1	0,9	0,7	0,7	0,8	0,7	0,8	0,8	0,9	0,1	0,1	0,2	0,5	0,1	0,1
5 Viabilidad económica-financiera de la firma	0,9	0,8	0,8	0,8	1	0,2	0,3	0,6	0,1	0,9	0,8	0,9	0	0,1	0,5	0,5	0,1	0
6 Eficiencia energética y empleo de energías renovables	0	0,4	0,6	0,7	0,8	1	0,6	0,7	0,1	0,2	0,1	0	0,4	0,4	0	0,3	0	0
7 Certificaciones internacionales de calidad del producto	0,1	0,7	0,2	0,5	0,8	0,1	1	0,4	0,9	0,2	0,5	0,5	0,6	0,6	0,2	0,5	0,4	0,1
8 Precio del producto	0,7	0,8	0,9	0,5	0,9	0,5	0,9	1	0,6	0,2	0,5	0,5	0,1	0,1	0,1	0,2	0,3	0
9 Diferenciación del producto	0,2	0,7	0,8	0,8	0,9	0,4	0,9	0,9	1	0,5	0,7	0,9	0,1	0,1	0,8	0,6	0,1	0,1
10 Disponibilidad del producto	0,8	0,6	0,5	0,6	0,9	0,1	0,4	0,7	0,1	1	0,8	0,5	0	0,4	0,2	0,1	0	0
11 Canales de comercialización empleados	0	0	0,9	0,9	0,8	0,5	0,5	0,9	0,2	0,9	1	0,1	0	0	0	0,5	0	0
12 Mezcla promocional	0	0	0,9	0,9	0,8	0	0	0,8	0,9	0	0,5	1	0	0	0	0,4	0	0
13 Cultura organizacional	0,2	0,5	0,6	0,1	0,8	0,6	0,7	0,5	0,2	0,5	0,1	0	1	0,7	0	0,5	0	0
14 Responsabilidad social y buen gobierno corporativo	0,2	0,1	0,5	0,4	0,5	0,6	0,7	0,2	0,1	0,5	0,1	0,2	0,5	1	0,5	0,5	0	0,2
15 Asesoría profesional y apoyo gubernamental	0,6	0,7	0,6	0,7	0,9	0,6	0,7	0,7	0,6	0,6	0,8	0,7	0,2	0,2	1	0,9	0,5	0,5
16 Redes de colaboración	0,9	0,2	0,2	0,5	0,6	0,5	0,7	0,7	0,6	0,6	0,7	0,5	0,1	0,1	0,6	1	0,2	0,3
17 Situación económica mundial y tratados comerciales internacionales	0,9	0,7	0,8	0,8	0,9	0,2	0,4	0,7	0,1	0,8	0,6	0,5	0,1	0,1	0,3	0,1	1	0,4
18 Corrupción país y burocracia administrativa	0,8	0,6	0,7	0,8	0,9	0,8	0,1	0,8	0,1	0,8	0,5	0,1	0,1	0,1	0,2	0,1	0,1	1

Fuente: Elaboración propia.

Para construir la matriz cuadrada [B], ver tabla 11, los expertos valoraron las incidencias existentes entre los efectos.

Tabla 11. Matriz de incidencias entre los diferentes efectos $[B]$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	Selección del mercado objetivo	Barreras percibidas	Riesgos percibidos	Ventas	Utilidades	Alianzas empresariales	Lealtad del mercado consumidor	Recomendación de consumo de clientes actuales a potenciales	Contribución al desarrollo social	Contribución al desarrollo económico	Imagen de México ante el mundo	Economías de alcance	Economías de escala	Internacionalización del producto	Posicionamiento internacional
1 Selección del mercado objetivo	1	0,9	0,9	0,8	0,9	0,8	0,5	0,3	0,5	0,5	0,6	0,7	0,7	0,8	0,9
2 Barreras percibidas	0,9	1	0,9	0,8	0,9	0,7	0,1	0,1	0	0	0	0	0	0,8	0,9
3 Riesgos percibidos	0,9	0,9	1	0,7	0,8	0,8	0,2	0,1	0	0	0	0	0	0,8	0,9
4 Ventas	0,7	0,1	0,5	1	0,9	0,5	0,4	0,5	0,6	0,7	0,6	0,5	0,7	0,9	0,9
5 Utilidades	0,7	0	0	0,8	1	0,4	0	0	0,5	0,5	0	0	0	0	0
6 Alianzas empresariales	0,8	0,9	0,9	0,6	0,7	1	0,6	0,6	0,5	0,5	0,3	0,5	0,5	0,6	0,6
7 Lealtad del mercado consumidor	0,6	0,8	0,8	0,9	0,9	0,1	1	0,8	0	0	0,4	0	0	0,9	0,9
8 Recomendación de consumo de clientea actuales a potenciales	0,5	0,3	0	0,8	0,9	0,7	0,8	1	0	0	0,7	0,5	0,1	0,8	0,9
9 Contribución al desarrollo social	0,2	0,3	0,6	0,6	0,5	0,5	0,5	0,4	1	0,3	0,7	0	0	0,7	0,7
10 Contribución al desarrollo económico	0,2	0,5	0,5	0,5	0,7	0,7	0,5	0,1	0,8	1	0,7	0,1	0,1	0,7	0,7
11 Imagen de México ante el mundo	0,9	0,8	0,8	0,9	0,9	0,8	0,8	0,8	0,4	0,5	1	0,5	0,7	0,9	0,9
12 Economías de alcance	0,1	0,1	0,2	0,9	0,9	0,5	0,1	0,5	0,1	0,2	0,1	1	0,1	0,6	0,6
13 Economías de escala	0,5	0,2	0,2	0,8	0,9	0,7	0,2	0,1	0,1	0,5	0,1	0	1	0,7	0,8
14 Internacionalización del producto	0,9	0,8	0,8	0,7	0,8	0,7	0,5	0,5	0,1	0,5	0,7	0,5	0,6	1	0,9
15 Posicionamiento internacional	0,9	0,8	0,9	0,9	0,9	0,7	0,8	0,9	0,5	0,5	0,7	0,7	0,8	0,9	1

Fuente: Elaboración propia.

Con las matrices $[M]$, $[A]$ y $[B]$, se establecen las incidencias directas e indirectas; es decir, incidencias en las que, a la vez, interviene alguna causa o efecto interpuesto.

Por tanto, se procede a llevar a efecto la composición max-min de las tres matrices: $[A] \circ [M] \circ [B] = [M^*]$, ver

tabla 12.

Tabla 12. Matriz de composición max-min entre $[A]$ y $[M]$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	Selección del mercado objetivo	Barreras percibidas	Riegos percibidos	Ventas	Utilidades	Alianzas empresariales	Lealtad del mercado consumidor	Recomendación de consumo de clientes actuales a potenciales	Contribución al desarrollo social	Contribución al desarrollo económico	Imagen de México ante el mundo	Economías de alcance	Economías de escala	Internacionalización del producto	Posicionamiento internacional
1 Disponibilidad de insumos	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,7	0,8	0,9	0,6	0,6	0,9	0,8	0,9	0,9	0,9
2 Proceso productivo de la firma	0,8	0,8	0,8	0,8	0,9	0,7	0,8	0,8	0,6	0,6	0,8	0,5	0,9	0,9	0,9
3 Costos de operación	0,8	0,8	0,8	0,8	0,9	0,5	0,7	0,7	0,5	0,6	0,6	0,4	0,8	0,9	0,9
4 Inversión requerida	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,7	0,9	0,9	0,6	0,6	0,7	0,9	0,7	0,9	0,9
5 Viabilidad económica-financiera de la firma	0,8	0,9	0,9	0,9	0,9	0,5	0,9	0,9	0,5	0,6	0,6	0,9	0,8	0,9	0,9
6 Eficiencia energética y empleo de energías renovables	0,8	0,8	0,8	0,7	0,8	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,5	0,5	0,7	0,8	0,8
7 Certificaciones internacionales de calidad del producto	0,9	0,8	0,8	0,9	0,9	0,7	0,8	0,9	0,5	0,5	0,9	0,5	0,7	0,9	0,9
8 Precio del producto	0,8	0,9	0,9	0,8	0,9	0,7	0,6	0,7	0,5	0,5	0,6	0,5	0,8	0,9	0,9
9 Diferenciación del producto	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,8	0,9	0,9	0,5	0,6	0,9	0,9	0,7	0,9	0,9
10 Disponibilidad del producto	0,8	0,9	0,9	0,9	0,9	0,5	0,8	0,8	0,5	0,6	0,6	0,5	0,7	0,8	0,9
11 Canales de comercialización empleados	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,5	0,8	0,8	0,5	0,6	0,6	0,5	0,7	0,9	0,9
12 Mezcla promocional	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,5	0,9	0,9	0,3	0,6	0,9	0,9	0,7	0,9	0,9
13 Cultura organizacional	0,8	0,8	0,8	0,7	0,8	0,8	0,6	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5	0,7	0,8	0,8
14 Responsabilidad social y buen gobierno corporativo	0,7	0,6	0,6	0,7	0,8	0,7	0,6	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5	0,5	0,7	0,8
15 Asesoría profesional y apoyo gubernamental	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,7	0,7	0,6	0,6	0,6	0,7	0,7	0,9	0,9
16 Redes de colaboración	0,7	0,7	0,8	0,9	0,9	0,9	0,6	0,7	0,5	0,5	0,6	0,6	0,7	0,7	0,8
17 Situación económica mundial y tratados comerciales internacionales	0,8	0,9	0,9	0,9	0,9	0,5	0,8	0,8	0,5	0,6	0,6	0,5	0,7	0,9	0,9
18 Corrupción país y burocracia administrativa	0,8	0,9	0,9	0,8	0,9	0,7	0,8	0,8	0,6	0,6	0,6	0,4	0,7	0,8	0,8

Fuente: Elaboración propia.

El resultado es una nueva matriz de efectos acumulados $[M^*]$, ver tabla 13, la cual presenta las incidencias entre causas y efectos de segunda generación; es decir, las relaciones causales iniciales afectadas por la posible incidencia interpuesta de alguna causa o algún efecto.

Tabla 13. Matriz de efectos acumulados $[M^*]$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$[A] \circ [M] \circ [B] = [M^*]$ 	1 Selección del mercado objetivo	2 Barreras percibidas	3 Riegos percibidos	4 Ventas	5 Utilidades	6 Alianzas empresariales	7 Lealtad del mercado consumidor	8 Recomendación de consumo de clientes actuales a potenciales	9 Contribución al desarrollo social	10 Contribución al desarrollo económico	11 Imagen de México ante el mundo	12 Economías de alcance	13 Economías de escala	14 Internacionalización del producto	15 Posicionamiento internacional
1 Disponibilidad de insumos	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,8	0,8	0,9	0,6	0,7	0,9	0,8	0,9	0,9	0,9
2 Proceso productivo de la firma	0,9	0,8	0,9	0,9	0,9	0,8	0,8	0,9	0,6	0,7	0,8	0,7	0,9	0,9	0,9
3 Costos de operación	0,9	0,8	0,9	0,9	0,9	0,8	0,8	0,9	0,6	0,7	0,7	0,7	0,8	0,9	0,9
4 Inversión requerida	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,8	0,9	0,9	0,6	0,7	0,7	0,9	0,8	0,9	0,9
5 Viabilidad económica-financiera de la firma	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,8	0,9	0,9	0,6	0,7	0,7	0,9	0,8	0,9	0,9
6 Eficiencia energética y empleo de energías renovables	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,6	0,7	0,7	0,7	0,8	0,8	0,8
7 Certificaciones internacionales de calidad del producto	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,8	0,8	0,9	0,6	0,7	0,9	0,7	0,8	0,9	0,9
8 Precio del producto	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,8	0,8	0,9	0,6	0,7	0,7	0,7	0,8	0,9	0,9
9 Diferenciación del producto	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,8	0,9	0,9	0,6	0,7	0,9	0,9	0,8	0,9	0,9
10 Disponibilidad del producto	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,8	0,8	0,9	0,6	0,7	0,7	0,7	0,8	0,9	0,9
11 Canales de comercialización empleados	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,8	0,8	0,9	0,6	0,7	0,7	0,7	0,8	0,9	0,9
12 Mezcla promocional	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,8	0,9	0,9	0,6	0,7	0,9	0,9	0,8	0,9	0,9
13 Cultura organizacional	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,6	0,7	0,7	0,7	0,8	0,8	0,8
14 Responsabilidad social y buen gobierno corporativo	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,7	0,8	0,8	0,6	0,7	0,7	0,7	0,8	0,8	0,8
15 Asesoría profesional y apoyo gubernamental	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,8	0,9	0,6	0,7	0,7	0,7	0,8	0,9	0,9
16 Redes de colaboración	0,8	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,8	0,8	0,6	0,7	0,7	0,7	0,8	0,9	0,9
17 Situación económica mundial y tratados comerciales internacionales	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,8	0,8	0,9	0,6	0,7	0,7	0,7	0,8	0,9	0,9
18 Corrupción país y burocracia administrativa	0,9	0,9	0,9	0,8	0,9	0,8	0,8	0,8	0,6	0,7	0,7	0,7	0,8	0,8	0,9

Fuente: Elaboración propia.

Por último, la diferencia entre la matriz de efectos acumulados y la matriz de incidencias directas permite conocer el grado en que algunas relaciones de causalidad han sido olvidadas al obtener la matriz de efectos olvidados

$$[O] = [M^*] - [M], \text{ ver tabla 14.}$$

Tabla 14. Matriz de efectos olvidados $[Q]$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	Selección del mercado objetivo	Barreras percibidas	Riesgos percibidos	Ventas	Utilidades	Alianzas empresariales	Lealtad del mercado consumidor	Recomendación de consumo de clientes actuales a potenciales	Contribución al desarrollo social	Contribución al desarrollo económico	Imagen de México ante el mundo	Economías de alcance	Economías de escala	Internacionalización del producto	Posicionamiento internacional
$[Q] = [M^*] - [M]$															
1 Disponibilidad de insumos	0,8	0,7	0,4	0	0	0,5	0,3	0,4	0,5	0,6	0,9	0,8	0,3	0,2	0,1
2 Proceso productivo de la firma	0,9	0,4	0,4	0,1	0	0,6	0,7	0,6	0,1	0,2	0,4	0,5	0	0,4	0,4
3 Costos de operación	0,8	0,1	0,2	0,4	0	0,7	0,3	0,8	0,3	0,5	0,6	0,5	0,3	0,4	0,3
4 Inversión requerida	0	0	0	0,4	0	0,3	0,8	0,8	0,4	0,1	0,7	0,7	0,3	0,1	0,1
5 Viabilidad económica-financiera de la firma	0,1	0	0	0,3	0	0,4	0,9	0,9	0,4	0,2	0,4	0,5	0,1	0,1	0,1
6 Eficiencia energética y empleo de energías renovables	0,5	0,3	0,3	0,7	0,4	0,7	0,8	0,7	0	0,1	0,2	0,7	0,3	0,7	0,7
7 Certificaciones internacionales de calidad del producto	0,2	0,3	0,3	0,1	0,3	0,1	0,2	0,2	0,5	0,3	0,4	0,2	0,3	0	0
8 Precio del producto	0,4	0,4	0,4	0,1	0	0,8	0,3	0,4	0,5	0,6	0,5	0,4	0,2	0	0
9 Diferenciación del producto	0	0,4	0,4	0	0	0,8	0,1	0	0,5	0,2	0	0,4	0,3	0	0
10 Disponibilidad del producto	0,4	0,8	0,7	0	0	0,7	0	0,1	0,6	0,5	0,1	0,6	0,5	0,1	0
11 Canales de comercialización empleados	0,4	0,3	0,2	0,1	0,1	0,6	0,3	0,4	0,5	0,4	0,6	0,5	0,6	0	0
12 Mezcla promocional	0,4	0,7	0,7	0	0	0,3	0	0	0,5	0,5	0,3	0	0,6	0	0
13 Cultura organizacional	0,6	0,3	0,2	0,1	0	0	0,7	0,7	0,5	0,6	0,6	0,6	0,5	0,3	0,3
14 Responsabilidad social y buen gobierno corporativo	0,3	0,5	0,3	0,3	0	0	0,7	0,7	0,3	0,4	0,2	0,7	0,8	0,1	0
15 Asesoría profesional y apoyo gubernamental	0	0	0	0	0	0,1	0,1	0,5	0,3	0,3	0,2	0,1	0,1	0	0
16 Redes de colaboración	0,2	0,2	0,1	0,3	0,4	0	0,6	0,7	0,5	0,6	0,5	0,3	0,1	0,2	0,3
17 Situación económica mundial y tratados comerciales internacionales	0,2	0,2	0	0	0	0,5	0,2	0,4	0,6	0,2	0,5	0,6	0,7	0	0
18 Corrupción país y burocracia administrativa	0,3	0,1	0,1	0,3	0,1	0,1	0,7	0,7	0,5	0,6	0,3	0,6	0,5	0,2	0,2

Fuente: Elaboración propia.

Resultados

Los resultados obtenidos en la matriz de efectos olvidados $[Q]$ permiten apreciar algunas relaciones de causa-efecto que inicialmente fueron valoradas en 0, es decir sin incidencia, en la matriz de incidencias directas $[M]$. La existencia de aquéllas incidencias que merecen consideración se determina a partir de las relaciones que muestren valores de calificación $\geq 0,9$, para lo cual nuevamente se emplea la correspondencia semántica para 11 valores de 0 a 1 (denominada escala endecadaria) con la asistencia del nivel de verdad en la noción de incidencia (Kaufmann *et al.*, 1988). Por tanto, las

relaciones que muestren valores de calificación ≥ 0.9 en la matriz de efectos olvidados $[O]$ serán las incidencias importantes que fueron olvidadas, obviadas, descuidadas o soslayadas.

En la tabla 15 se presentan las relaciones causa-efecto que inicialmente no fueron consideradas, y que se recuperaron con la aplicación del modelo de los efectos olvidados.

Tabla 15. Relaciones olvidadas causa-efecto

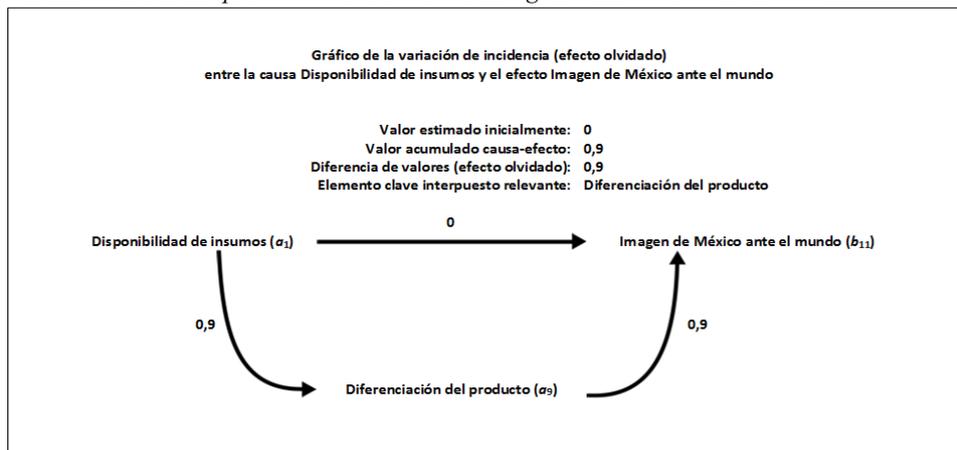
Causas	Efectos
1. Disponibilidad de insumos	11. Imagen de México ante el mundo
2. Proceso productivo de la firma	1. Selección del mercado objetivo
5. Viabilidad económica-financiera de la firma	7. Lealtad del mercado consumidor
5. Viabilidad económica-financiera de la firma	8. Recomendación de consumo de clientes actuales a potenciales

Fuente: *Elaboración propia.*

Con la finalidad de mostrar las variables que han contribuido a generar las incidencias indirectas, a continuación se presenta un análisis de las relaciones causa-efecto, inicialmente soslayadas y posteriormente rescatadas por la matriz de los efectos olvidados.

INCIDENCIA 1. La primer incidencia identificada, la relación entre la causa *Disponibilidad de insumos* y el efecto *Imagen de México ante el mundo*, recibió inicialmente una calificación de 0 en la matriz de incidencias directas $[M]$, y ésta aumentó hasta 0.9 en la matriz de efectos olvidados $[O]$ dada la existencia de una variables interpuesta, *Diferenciación del producto*, que potencia y acumula efectos en la relación de causalidad (ver gráfico 1).

Gráfico 1. Efecto olvidado entre *Disponibilidad de insumos* e *Imagen de México ante el mundo*

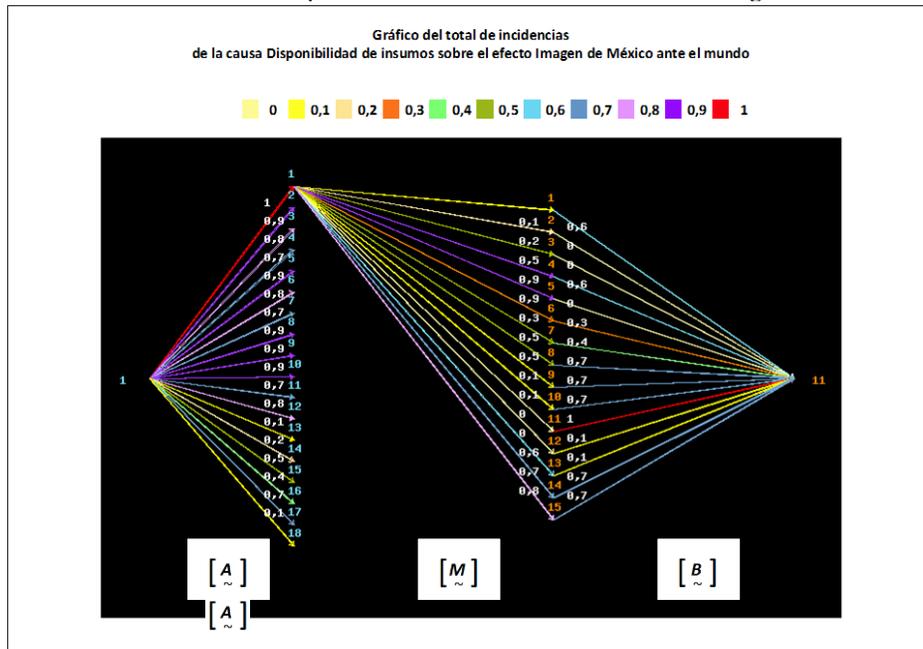


Fuente: *Elaboración propia.*

El primer resultado obtenido permite inferir que los microproductores de cerveza artesanal, que operan actualmente en el estado de Michoacán de Ocampo, México, interesados en comercializar sus productos más allá de las fronteras nacionales, deben implementar estrategias operativas con la finalidad de identificar fuentes de suministro efectivas y confiables para contar con insumos y materias primas de calidad. Contar con una adecuada disponibilidad de los insumos requeridos por los procesos productivos, les permitirá a los microempresarios diseñar y planear la producción de sus bienes artesanales, y la consecuente comercialización de productos altamente diferenciados con lo que podrán incrementar sus ventas, posicionar favorablemente sus productos, y coadyuvar a mejorar la imagen de México ante el mundo.

En el gráfico 2 se muestran el total de incidencias de la causa *Disponibilidad de insumos* sobre el efecto *Imagen de México ante el mundo*.

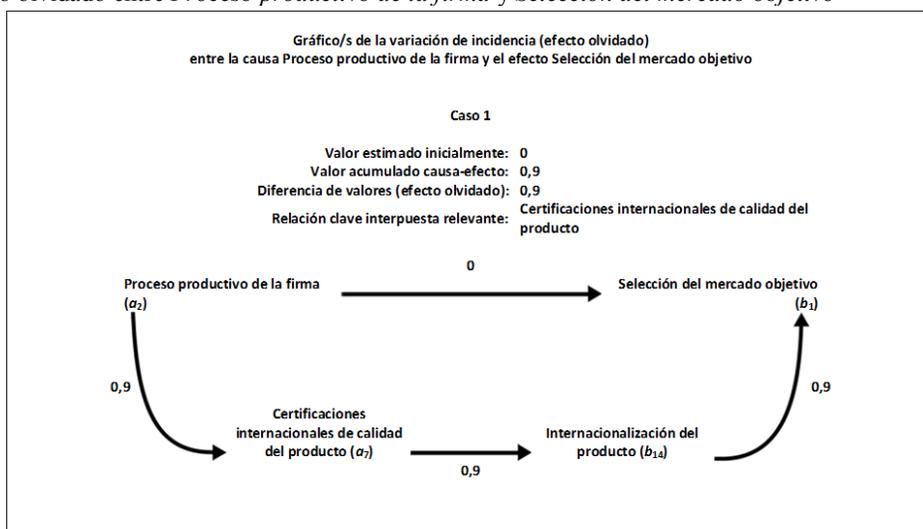
Gráfico 2. Total de incidencias de la causa *Disponibilidad de insumos* sobre el efecto *Imagen de México ante el mundo*



Fuente: Elaboración propia.

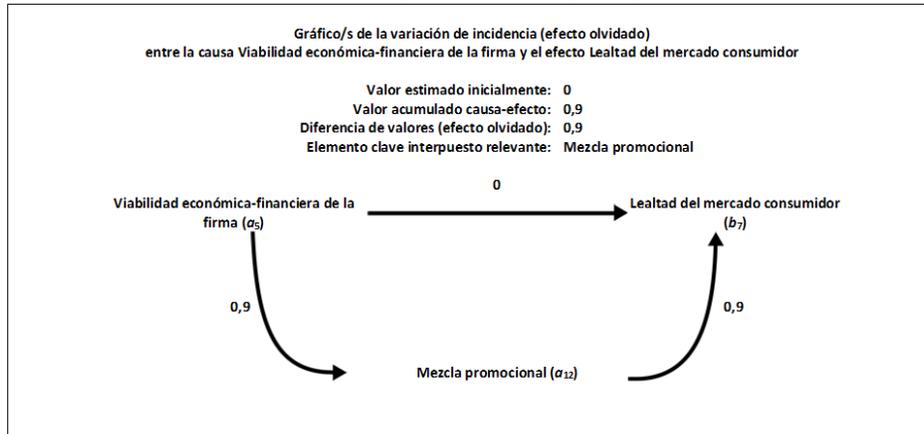
INCIDENCIA 2. La segunda incidencia identificada, la relación entre la causa *Proceso productivo de la firma* y el efecto *Selección del mercado objetivo*, recibió inicialmente una calificación de 0 en la matriz de incidencias directas $[M]$, y ésta aumentó hasta 0,9 en la matriz de efectos olvidados $[O]$ dada la existencia de dos variables interpuestas, *Certificaciones internacionales de calidad del producto* e *Internacionalización del producto*, que potencian y acumulan efectos en la relación de causalidad (ver gráfico 3).

Gráfico 3. Efecto olvidado entre *Proceso productivo de la firma* y *Selección del mercado objetivo*



Fuente: Elaboración propia.

Gráfico 5. Efecto olvidado entre *Viabilidad económica-financiera de la firma* y *Lealtad del mercado consumidor*

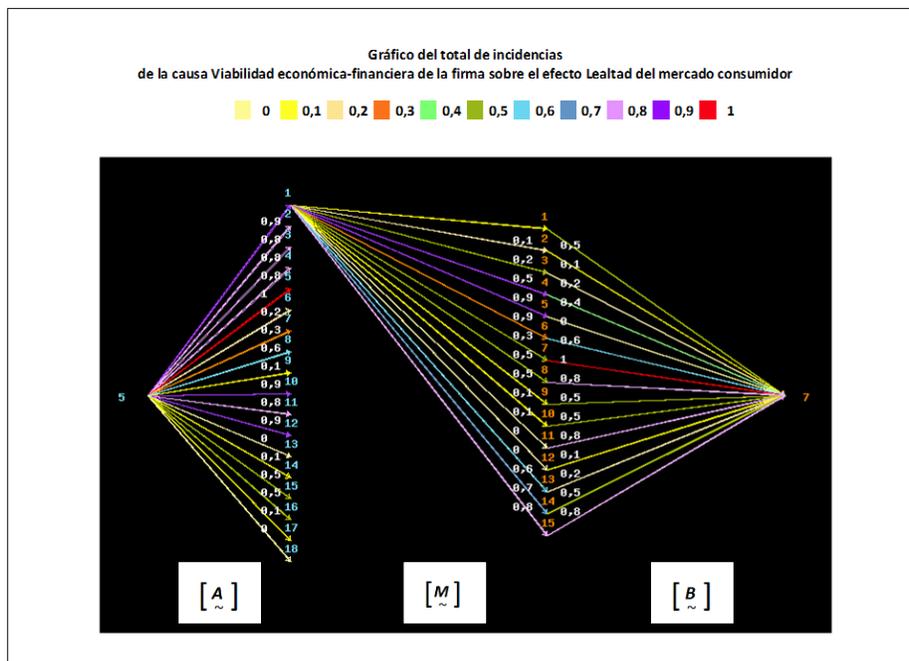


Fuente: *Elaboración propia.*

El análisis de los resultados arrojados por la tercera incidencia permite determinar la importancia estratégica de asegurar la viabilidad económica-financiera de las firmas de los microproductores de cerveza artesanal, que operan actualmente en el estado de Michoacán de Ocampo, México, y que desean internacionalizar sus operaciones, debido a que ésta les permitirá asegurar la continuidad de sus operaciones, y diseñar, planear, implementar y costear una mezcla promocional exitosa que contribuya a generar una sólida lealtad por parte de su mercado consumidor, nacional y extranjero.

En el gráfico 6 se muestran el total de incidencias de la causa *Viabilidad económica-financiera de la firma* sobre el efecto *Lealtad del mercado consumidor*.

Gráfico 6. Total de incidencias de la causa *Viabilidad económica-financiera de la firma* sobre el efecto *Lealtad del mercado consumidor*

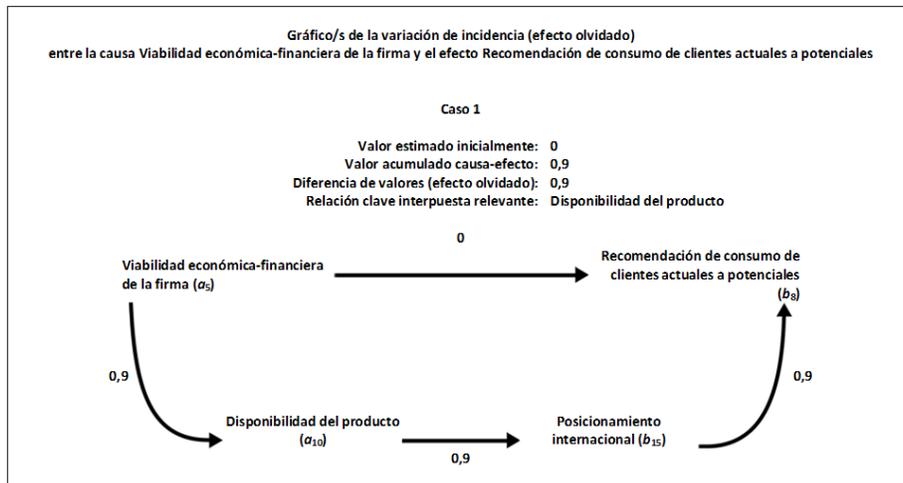


Fuente: *Elaboración propia.*

INCIDENCIA 4. La cuarta incidencia resultante, la relación entre la causa *Viabilidad económica-financiera de la firma* y el efecto *Recomendación de consumo de clientes actuales a potenciales*, recibió inicialmente una calificación de 0 en la matriz de incidencias directas $[M]$, y ésta aumentó hasta 0.9 en la matriz de efectos olvidados $[O]$ dada la existencia de

dos variables interpuestas, *Disponibilidad del producto* y *Posicionamiento internacional*, que potencian y acumulan efectos en la relación de causalidad (ver gráfico 7).

Gráfico 7. Efecto olvidado entre *Viabilidad económica-financiera de la firma* y *Recomendación de consumo de clientes actuales a potenciales*

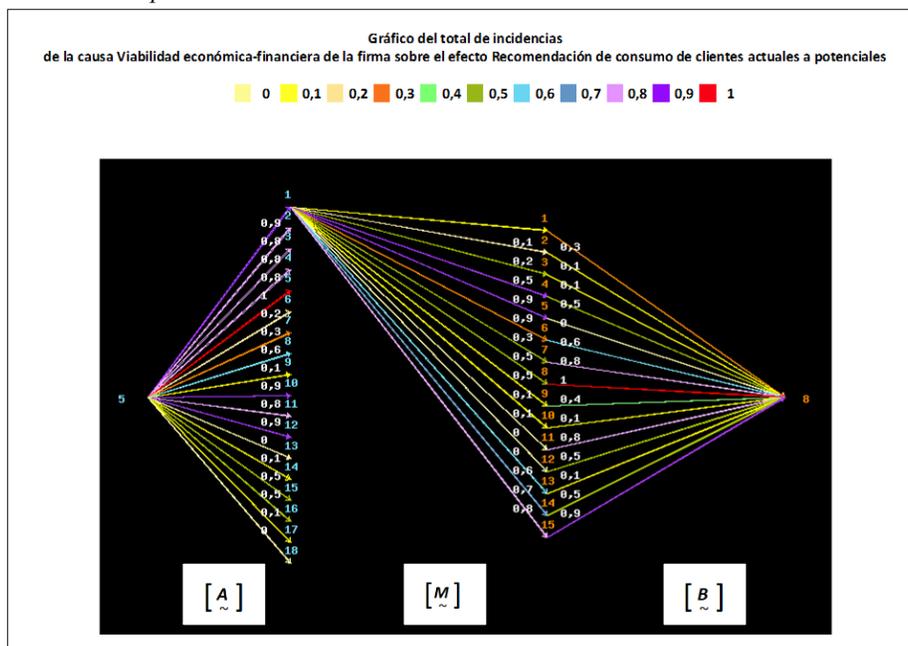


Fuente: Elaboración propia.

El análisis de la cuarta incidencia identificada permite inferir que los microproductores de cerveza artesanal, que operan actualmente en el estado de Michoacán de Ocampo, México, y que desean internacionalizar sus operaciones, deben establecer e implementar estrategias y prácticas orientadas a consolidar su óptima viabilidad económica-financiera, lo que les permitirá mantener disponibilidad de sus productos para lograr un adecuado posicionamiento internacional y para que, en consecuencia, pueda existir una recomendación de consumo de clientes actuales a potenciales.

En el gráfico 8 se muestran el total de incidencias de la causa *Viabilidad económica-financiera de la firma* sobre el efecto *Recomendación de consumo de clientes actuales a potenciales*.

Gráfico 8. Total de incidencias de la causa *Viabilidad económica-financiera de la firma* sobre el efecto *Recomendación de consumo de clientes actuales a potenciales*



Fuente: Elaboración propia.

CONCLUSIONES

En este documento se ha evidenciado que el tema de la internacionalización es amplio y complejo, ya que se trata de tomar decisiones relacionadas con fenómenos compuestos por una enorme cantidad de variables en situaciones de incertidumbre.

No obstante la existencia de los múltiples factores que inciden de manera directa e indirecta en la internacionalización de la firma, la metodología empleada, la Teoría de los Efectos Olvidados, coadyuva de manera eficiente a identificar y determinar aquellas variables que no son fácilmente observables, y que pueden ser determinantes en la toma de decisiones empresariales, entre las que destacan la disponibilidad de insumos, diferenciación del producto, imagen de México ante el mundo, proceso productivo de la firma, certificaciones internacionales de calidad del producto, internacionalización del producto, posicionamiento internacional, selección del mercado objetivo, viabilidad económica-financiera de la firma, mezcla promocional, disponibilidad del producto, lealtad del mercado consumidor, y recomendación de consumo de clientes actuales a potenciales.

Por ende, el modelo de causalidad empleado pone de manifiesto que el conjunto combinado de variables referidas anteriormente, que forman parte de manera directa o indirecta del contexto de la firma, inciden contundentemente en los procesos decisorios de los microempresarios pertenecientes a la industria de la elaboración de cerveza artesanal, en la determinación de sus objetivos, en la formulación e implementación de sus estrategias y, en consecuencia, en los resultados que la firma logre. Por tanto, obviar, olvidar, soslayar o descuidar, de manera deliberada o involuntaria, las relaciones de incidencia causa-efecto ocultas, o indirectas, identificadas puede provocar errores irreversibles.

El presente análisis se limita a considerar la internacionalización de las operaciones de los microproductores elaboradores de cerveza artesanal instalados actualmente en el estado de Michoacán de Ocampo, México. Sin embargo, se recomienda la realización de estudios que incluyan otros gremios cerveceros con características similares, en México y en el mundo, con la finalidad de identificar efectos adicionales en las dimensiones estudiadas, que contribuyan y enriquezcan las ponderaciones obtenidas, por parte de nuevos grupos de expertos.

Finalmente, cabe agregar que el presente documento, y las aportaciones originadas en él, pueden proporcionar soporte a futuras líneas de investigación, basadas en el empleo de las matrices de incidencia y la aplicación de la metodología de recuperación de efectos olvidados, a la internacionalización de la firma, en lo general y a la internacionalización de las firmas de cerveza artesanal, en lo particular. Lo anterior coadyuvará, desde una perspectiva empresarial, a una mejor toma de decisiones y, desde el punto de vista académico y profesional, a una mejor comprensión del proceso decisorio para la formación de emprendedores internacionales.

BIBLIOGRAFÍA

- Ahmed, Z., Julian, C., Baalbaki, I., & Hadidian, T. (2004). Export barriers and firm internationalisation: a study of lebanese entrepreneurs. *Journal Of Management & World Business Research*, 1(1), 11-22.
- Al-Aali, A., Lim, J., Khan, T., & Khurshid, M. (2013). Marketing capability and export performance: the moderating effect of export performance, *South African Journal of Business Management*, 44(3), 59-70.
- Al-Hyari, K., Al-Weshah, G., & Alnsour, M. (2012). Barriers to internationalisation in SMEs: evidence from Jordan, *Marketing Intelligence & Planning*, 30(2), 188-211.
- Anderson, E., & Coughlan, A. (1987). International market entry and expansion via independent or integrated channels of distribution, *The Journal of Marketing*, 51, 71-82.
- Brouthers, K., Brouthers, L., & Werner, S. (2003). Transaction costs-enhanced entry mode choices and firm performance, *Strategic Management Journal*, 24(12), 1239-1248.
- Calle, A., & Tamayo, V. (2005). Estrategia e internacionalización en las pymes: caso Antioquia. *Cuadernos de Administración*, 18(30), 137-164.
- Cambra, J., & Vázquez, R. (2010). Inés Rosales: el reto de internacionalizar la actividad de una pyme es posible, *Universia Business Review*, (28), 62-77.
- Escandón-Barbosa, D., & Hurtado-Ayala, A. (2013). Internacionalización de empresas bajo la perspectiva de recursos y capacidades: caso sector autopartes. *Cuadernos Latinoamericanos de Administración*, 9(17), 72-85.
- Fernández-Méndez, L., García-Canal, E., & Guillén, M. (2011). Industrias lácteas asturianas, s.a. (ilas): un ejemplo de internacionalización discriminadora, *Universia Business Review*, (31), 102.
- FuzzyLog. (2017). Recuperado el 26 de diciembre de 2017, de FuzzyLog: <http://www.fuzzyeconomics.com/fuzzylog/index.php?vis=1>.
- García, G. (2008). La industria argentina de maquinaria agrícola: ¿de la reestructuración a la internacionalización?, *Revista CEPAL*, 96, 221-237.
- García-Canal, E. (2004). El papel de las alianzas estratégicas en la internacionalización de las empresas españolas, *Universia Business Review*, 3(3), 70-83.

- García-Canal, E., Guillén, M., & Valdés, A. (2012). La internacionalización de la empresa española. Perspectivas empíricas. *Papeles de economía española*.
- Gil-Lafuente, A., & Luciano, de P. (2012). Una aplicación de la metodología de los efectos olvidados: los factores que contribuyen al crecimiento sostenible de la empresa, *Cuadernos del CIMBAGE*, 12.
- Gil-Lafuente, A., Santoyo, F., & Romero, B. (2015). Teoría de los efectos olvidados en la incidencia de la actividad económica en la calidad de vida de los habitantes y cuantificación de los efectos para un reequilibrio territorial. *INCEPTUM - Revista de Investigación en Ciencias de la Administración*, 10(19), 105-122.
- González, F. (2004). Teoría de la decisión e incertidumbre: modelos normativos y descriptivos, *Empiria. Revista de metodología de ciencias sociales*, (8), 139-160.
- Johanson, J., & Wiedersheim-Paul, F. (1975). The Internationalization of the firm: four Swedish cases, *Journal of Management Studies*, 12(3), 305-23.
- Julian, C., & Ahmed, Z. (2005). The impact of barriers to export on export marketing performance, *Journal of Global Marketing*, 19(1), 71-94.
- Kaarna, K. (2010). Understanding accelerated internationalisation: integrating theories for analyzing internationalisation paths, *Economics and Management*, 15.
- Kaufmann, A., & Gil-Aluja, J. (1988). *Modelos para Investigación de los efectos olvidados*. Ed. Milladoiro. Vigo.
- Keupp, M., & Gassmann, O. (2009). The past and the future of international entrepreneurship: A review and suggestions for developing the field, *Journal of Management*, 35(3), 600-633.
- Medina, S. (2006). Estado de la cuestión acerca del uso de la lógica difusa en problemas financieros, *Cuadernos de Administración*, 19(32), 195-223.
- OECD. (2000). *OECD small and medium enterprise outlook*, Head of Publications Service, Paris.
- OECD. (2006). *The role of trade barriers in sme's internationalization*, Organization for Economic Cooperation and Development (OECD) Publishing.
- OECD. (2009). *Top barriers and drivers to sme's internationalisation*, Report by the OECD Working Party on SME's and Entrepreneurship, OECD.
- OECD-APEC. (2007). *Removing barriers to sme's access to international markets*, Organization for Economic Cooperation and Development (OECD) Publishing.
- Paunovic, Z., & Prebezac, D. (2010). Internationalization of small and medium-sized enterprises, *Trziste*, 22(1), 57-76.
- Romero, B., & Merlos, J. (2013). Principales barreras a la exportación que impiden la internacionalización competitiva/Main export barriers that prevent the competitive internationalization, In *Global Conference on Business & Finance Proceedings* 8(2), 610. Institute for Business & Finance Research.
- Ruzzier, M., Antoncic, B., & Hisrich, R. (2007). The internationalization of sme's: developing and testing a multi-dimensional measure on Slovenian firms, *Entrepreneurship & Regional Development*, 19(2), 161-183.
- Santos-Álvarez, M., & García-Merino, M. (2009). Información sobre internacionalización de empresas de Castilla-León, *El profesional de la información*, 18(4), 407-412.
- Schweizer, R., Vahlne, J., & Johanson, J. (2010). Internationalization as an entrepreneurial process, *Journal of International Entrepreneurship*, 8(4), 343-370.

MODELOS DE SERVICIO DE CÓMPUTO EN LA NUBE UNA IMPLEMENTACIÓN PERTINENTE EN LAS ORGANIZACIONES

María Estela Romero Fuentes, Margarita Torres Figueroa, Rosa Isela Ponce del Campo

Tecnológico Nacional de México, Instituto Tecnológico de La Piedad.
Av. Tecnológico No. 2000, Col. Meseta de Los Laureles,
La Piedad, Mich., México, C.P. 59370
este75@hotmail.com, mago_tf@hotmail.com, ponceisela@hotmail.com

Resumen

En la actualidad, la tecnología juega un papel fundamental dentro de las organizaciones porque permite mejorar u optimizar cada uno de los procesos que se llevan a cabo dentro de ella, lo cual repercute de manera positiva o negativa en sus estados financieros.

Sin duda, uno de los activos más valiosos de una organización es la información, por esto debe encontrarse resguardada de forma segura, pero sobretodo disponible para que las personas que la requieren puedan realizar una toma de decisiones oportuna y correcta.

El término de Cómputo en la Nube se refiere a un concepto de computación por demanda, una liberación del uso de los recursos de tecnología, una nueva abstracción de los modelos de consumo y distribución de recursos de tecnología, una transformación de llamados a funciones remotas por una invocación de servicios. El implementar uno de los servicios de cómputo en la nube en una organización ofrece una amplia gama de posibilidades que van desde información permanente y disponible en todo momento hasta el poder contar con la flexibilidad e independencia de la tecnología. El presente artículo aborda los elementos importantes de computación en la nube resaltando las ventajas que se pueden obtener con su implementación en las organizaciones.

Introducción

El hablar de Cómputo en la Nube o Cloud Computing se refiere a una solución que a partir de tecnologías emergentes proporciona a personas y empresas, una forma novedosa en la gestión de datos, ofreciendo incontables beneficios como son: acceso a información actualizada para la adecuada gestión empresarial y toma de decisiones, así como la independencia de lugar y tiempo en su almacenamiento por poder ingresar al sistema desde cualquier lugar con acceso a internet.

Entre los puntos que hacen que cómputo en la nube sea implementado en las organizaciones son: La comercialización y estandarización de tecnologías; la virtualización y el crecimiento de arquitecturas de software orientadas al servicio y el aumento en la confiabilidad de las soluciones empresariales de Internet.

El modelo de cómputo en la nube coloca los servicios de computación (software, plataformas o infraestructura) de un medio tradicional (computadora personal o celular, entre otros) a Internet; este modelo se compone de tres características esenciales, tres modelos de servicio y tres modelos de despliegue o implementación.

El cloud computing es algo más que un CDN (Content Delivery Network) o un servidor virtualizado. La computación en la nube permite almacenar datos, software de gestión o incluso agregar recursos a una red interna desde la nube.

Marco Teórico

Cómputo en la Nube es una solución que a partir del uso de las tecnologías emergentes brinda a personas y empresas, una manera diferente de administrar y almacenar su información, ofreciendo múltiples beneficios por disponer de datos actualizados durante el ejercicio de la gestión empresarial.

Computo en la nube es un método de gestión de recursos de TI que reemplaza las máquinas locales y los centros de datos privados con infraestructura virtual. En este modelo, los usuarios acceden a los recursos virtuales de computación, red y almacenamiento que están disponibles en línea a través de un proveedor remoto. Estos recursos se pueden aprovisionar de manera instantánea, lo que es particularmente útil para las empresas que necesitan escalar verticalmente su infraestructura o reducirla rápidamente en respuesta a una demanda fluctuante.

Son varias las características que diferencian los servicios de cómputo en la nube del hosting tradicional (Figura 1). La primer característica es el costo que está en función del uso, por minutos o por hora; la segunda es que el servicio es elástico, porque el usuario puede usar tanto almacenamiento como requiera y en el momento deseado; la tercer y última característica consiste en que la gestión del servicio corre a cargo totalmente del proveedor, ya que el usuario solo necesita una computadora y el acceso a Internet.

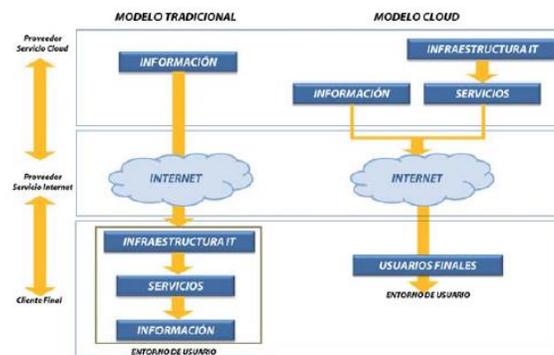


Figura 1. Modelo tradicional vs. Modelo Cloud Computing

Tipos de servicios ofrecidos a través de la nube

Los proveedores de servicios de cómputo en la nube, deben disponer de recursos tecnológicos necesarios en ubicaciones físicas denominadas “Centros de Datos”. La configuración y dimensión de estos recursos, junto con los impactos derivados de los mismos, varían en función del servicio que se le ofrezca al cliente final.

La arquitectura del modelo de computación en la nube hace una separación entre hardware, plataforma y aplicaciones de la siguiente manera:

Software como servicio (SaaS: Software as a Service). Las aplicaciones SaaS están diseñadas para usuarios finales, y mantienen detrás de escena todo el desarrollo y el aprovisionamiento de infraestructura. Las aplicaciones SaaS ofrecen una amplia gama de funcionalidades en la nube que van desde aplicaciones empresariales, como programas de procesamiento de texto y hojas de cálculo, hasta CRM, conjuntos de edición de fotografías y plataformas de hospedaje de vídeos. Es la capa que consiste en la entrega de aplicaciones completas como un servicio. El proveedor de Tecnologías de Información y Comunicaciones ofrece el servicio a partir de una aplicación propia que opera y mantiene este servicio para todos sus clientes a través de la red sin necesidad de instalar un software adicional. La distribución tiene un modelo de uno a muchos, un producto para varios clientes. Este proveedor es responsable de la funcionalidad del servicio y de la disposición del hardware y software necesario, de manera que el cliente solo disponga de la herramienta de acceso: el navegador web, es responsable de todo lo relacionado con las tecnologías de la información en términos de seguridad, su ventaja radica en la gestión de licencias y aplicaciones ofrecidas al cliente. Algunos de los ejemplo más comunes de este tipo de servicio son: Gmail (correo de google) y Dropbox los cuales se muestran en la Figura 2.



Figura 2. Ejemplos Comerciales de SaaS.

Plataforma como Servicio (PaaS: Platform as a Service). Este modelo ofrece un entorno de desarrollo completo, eliminando la necesidad de que los desarrolladores se ocupen directamente de la capa de infraestructura al implementar o actualizar aplicaciones. El objetivo de esta capa es un modelo que ofrece un servicio de plataforma con soporte para análisis, desarrollo e implementación de aplicaciones y servicios web. El cliente se enfoca en desarrollar, probar y mantener la aplicación ya que la herramienta de desarrollo de software esta en Internet, lo que permite hacer equipos de trabajo más productivos. Para servicios PaaS, el Data Center del proveedor de servicios estará formado por servidores, componentes de red y dispositivos de almacenamiento con una mayor capacidad, elementos necesarios para proporcionar al cliente un entorno de desarrollo completo (bases de datos, entornos de ejecución, framework, sistemas operativos, etc.), el dimensionamiento del hardware según el software integrado, así como consideraciones de seguridad. Los servicios PaaS ofrecen al cliente la posibilidad de encapsular la abstracción de ambientes de desarrollo, son utilizados para dar servicio y soporte a todas las fases del ciclo de desarrollo de aplicaciones, las dos ventajas principales son evitar la problemática de la adquisición de licencias y la capacidad ilimitada de cómputo. Para los programador es más fácil acceder al entorno de desarrollo desde cualquier dispositivo sin problemas de compatibilidad, que tener que instalar y configurar el entorno en los diferentes dispositivos, el cliente solo genera peticiones y recibe la información procesada. Las limitaciones del modelo PaaS están enfocadas al entorno de ejecución como: ¿qué sistemas utilizar?, ¿qué lenguajes

de programación?, ¿qué motores de bases de datos? Algunos de los ejemplos de este modelo que existen en el mercado son: Google App Engine y Windows Azure como se observa en la Figura 3.



Figura 3. Ejemplos Comerciales de PaaS.

Infraestructura como Servicio (IaaS: Infrastructure as a Service). Es la forma más básica de computación en la nube, IaaS brinda a los usuarios acceso a conceptos básicos de infraestructura tales como espacio en servidor, almacenamiento de datos y redes, que pueden aprovisionarse a través de una API. Este modelo es lo más parecido a la replicación de la funcionalidad de un centro de datos tradicional en un entorno hospedado. Es la capa más baja en jerarquía, su objetivo es el uso externo de servidores para espacio en disco, base de datos, ruteadores, switches evitando tener un servidor local y toda la infraestructura necesaria para conectar y mantener un centro de cómputo. Este recurso permite pagar solo por lo usado como el espacio en disco, espacio para base de datos, transferencia de datos, entre otros. Es una propuesta enfocada para clientes que hacen instalaciones, configuraciones y mantenimiento, para aplicaciones personalizadas, obteniendo libertad para operar sus sistemas. Los ejemplos comerciales más conocidos en este modelo son: EC2 de Amazon Web Services y Servicios en la nube de IBM como se muestra en la Figura 4.



Figura 4. Ejemplos Comerciales de IaaS.

Modelos de implementación de la nube

Hay tres modelos básicos de computación en la nube disponibles para las empresas:

Nube pública: La nube pública es una infraestructura de nube compartida que es propiedad de un proveedor de nube que se encarga de su mantenimiento y gestión como: Amazon Web Services o Microsoft Azure. Los principales beneficios de la nube pública son su escalabilidad bajo demanda y sus precios de pago por uso.

Nube privada: Este tipo de nube se ejecuta detrás de un cortafuegos en una intranet de empresa y está hospedada en un centro de datos dedicado para esa organización. La infraestructura de la nube privada se puede configurar y gestionar de acuerdo con las necesidades concretas de cada empresa.

Nube híbrida: Como el nombre sugiere, el modelo de nube híbrida permite a las compañías aprovechar soluciones de nube pública y privada. Con la nube híbrida, las organizaciones pueden aprovechar las capacidades de cada modelo de nube para potenciar la flexibilidad y la escalabilidad, a la vez que protegen datos y operaciones confidenciales.

En la figura 5 se muestran las características principales de los modelos de implementación en la nube.

Modelo Despliegue	Infraestructura Manejada por	Infraestructura propietaria	Localización Infraestructura	Usuarios
Nube pública	Proveedor	Proveedor	Fuera de las instalaciones	No confiables
Nube privada	Organización Proveedor	Organización Proveedor	En las instalaciones Fuera de las instalaciones	Confiables No confiables
Nube híbrida	<u>Ambas</u> Organización Proveedor	<u>Ambas</u> Organización Proveedor	<u>Ambas</u> En las instalaciones Fuera de las instalaciones	Confiables No confiables

Figura 5. Modelos de despliegue de la Computación en la nube.

Propuesta

El contratar un modelo de servicio de cómputo en la nube no requiere de inversiones costosas y en cambio si devuelve bastantes beneficios a la organización, que puede contar con su información resguardada y segura. Para la gran mayoría de las organizaciones mover algunas o todas las operaciones de tecnologías de información puede tener grandes ventajas sobre su gestión interna, como son:

Baja inversión inicial: Debido a que las organizaciones solo requieren invertir en equipos de cómputo con acceso a internet, porque los proveedores del servicio brindan la infraestructura del servicio.

Eficiencia de costos: Las pequeñas, medianas y grandes empresas gozan de los mismos beneficios en cuanto a hardware por la infraestructura que proporciona el proveedor contratado, lo que impacta en los costos del producto o servicio brindado por las organizaciones.

Capacidad altamente elástica: Los recursos de computación en la nube son elásticos, lo que significa que la capacidad y los costos también se pueden reducir durante períodos de poca demanda.

Facilidad de uso y mantenimiento: Se pueden implementar recursos y actualizaciones de forma automatizada y estandarizada, aumentando la accesibilidad y eliminando las inconsistencias y la necesidad de actualizaciones manuales.

Innovación más fácil: Tanto en el equipo de tecnologías de información como en las empresas, la computación en la nube a menudo presenta un camino más fluido de innovación por estar liberados de programas experimentales y luego expandirlos o reducirlos sin la carga de una planificación de infraestructura detallada o una inversión inicial a largo plazo.

Mejor continuidad de los negocios: La naturaleza virtualizada de la infraestructura de computación en la nube permite la creación automatizada de copias de seguridad de datos y sistemas operativos, y la iniciación de procedimientos de

conmutación por error. Esto permite una disponibilidad y protección de datos mucho mejor que la que pueden ofrecer la mayoría de los sistemas locales.

Al analizar las características y ventajas de Dropbox Business lanzado en Abril del 2013 se identifica como una solución segura de almacenamiento y uso compartido de archivos en la nube a disposición de los empleados y en la cual confían plenamente los administradores de las Tecnologías en la Información. Ayuda a la organización a su expansión sin restricciones y poder conservar pleno control de la información más relevante de la empresa, así como de las actividades de los usuarios. Ver figura 6.



Figura 6. Dropbox Business

La productividad del equipo de la organización y la seguridad de los datos se pueden obtener porque con Dropbox Business se cuenta con copia de seguridad de los archivos, ya que se puede obtener todo el almacenamiento que la empresa necesita para compartir y colaborar sin límites; la facilidad de uso compartido que logra mantener la productividad con las nuevas formas de compartir el trabajo y de recibir comentarios fácilmente; las herramientas administrativas que permiten administrar los equipos de forma simple y desde una ubicación central, como lo es la consola de administración y por último las características de seguridad que brinda y que permiten proteger los archivos confidenciales de la empresa con características de seguridad de nivel empresarial.

El Dropbox Business está construido a partir del producto básico de Dropbox, cuenta con un cifrado fuerte, soporte para autenticación de dos pasos y la muy conocida interfaz amigable de Dropbox. Además, cuenta con múltiples capacidades como son: almacenamiento ilimitado, facturación centralizada, soporte por teléfono y una consola de administración, dicha consola es usada para acceder a otras capacidades y controles propios únicamente de Dropbox Business como son: Transferir archivos desde un usuario de Dropbox Business a otro miembro del equipo; Limpieza remota de archivos en Dropbox de una computadora para cuando se encuentre en línea; Invitación a nuevos miembros, borrar a usuarios existentes, o asignar permisos a nivel de administrador; Obligar a cumplir la autenticación de dos pasos para todos los usuarios de Dropbox Business; Consultar las estadísticas de la empresa, por ejemplo: el almacenamiento utilizado, enlaces creados y dispositivos activos usados y Forzar el reseteo de la contraseña individual o de toda la organización.

Las empresas podrán sacar provecho a otras características del Dropbox Business como su completo registro de auditoría, creación de grupos, recuperación de datos ilimitado e integración con servicios de terceros.

Dropbox Business mantiene un feed (canal de comunicación) completo de varias actividades en la pestaña "Activity", que van desde compartir o no una carpeta hasta la creación y compartición de enlaces. Actividades relacionadas con contraseñas, grupos, membresías, logins, acciones administrativas, aplicaciones y dispositivos. Ver figura 7.

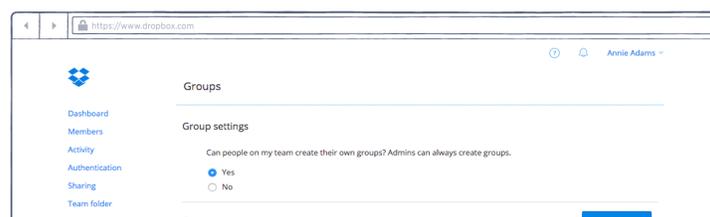


Figura 7. Apartado del Activity de Dropbox Business

Cuenta con un incremento de la visibilidad de los registros de auditoría, ofrece control sobre la compartición y el acceso a los datos de la compañía y podría ser bastante útil para rastrear filtraciones de datos, así como para reducir el número de dispositivos mal configurados.

El administrador de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones de la empresa podrá rastrear permisos y aplicaciones que están ligadas a la cuenta de Dropbox Business y encontrar ataques exitosos de phishing e incluso identificar los datos que han sido comprometidos.

Aún cuando en los reportes del feed de Activity no se muestran los archivos cuando se han editado, eliminado o agregado archivos individuales, en la página principal de Dropbox Events se puede observar las acciones sobre los archivos.

El apartado de creación de grupos en la aplicación es de gran utilidad para las empresas de gran tamaño por permitir la creación de grupos departamentales que hacen que la colaboración en equipos sea más sencilla. De esta forma, se pueden dar permisos por grupo facilitando de esta forma la administración de la información.

Sin duda uno de los puntos fuertes del Dropbox Business es el almacenamiento automático de todas las versiones de un archivo y la capacidad que tiene para recuperar los archivos borrados. Con esta característica, los usuarios de las organizaciones pueden recuperar archivos con errores de edición, aún cuando el error sea notado horas, días e inclusive semanas después.

Dropbox Business resalta debido a las muchas aplicaciones y servicios de terceros que están contruidos sobre la API (Application Programming Interface) de Dropbox Business; puesto que la API le da a los desarrolladores acceso a los registros de datos de los miembros, grupos y auditorías para un despliegue de Dropbox Business.

Sin duda, la seguridad es una de las principales preocupaciones de las empresas que buscan trasladar hacia la nube una parte o la totalidad de sus operaciones de TI. En algunos sectores, las regulaciones de cumplimiento de normativas sobre seguridad de datos obligan a que algunas aplicaciones permanezcan en centros de datos privados, lo que requiere modelos

de nube híbrida o privada. Sin embargo, la computación en la nube posee varias ventajas de seguridad, como son las siguientes.

Tecnología de vanguardia: La nube pública está libre de los riesgos de seguridad inherentes a la mayoría de los centros de datos locales, que a menudo combinan sistemas anteriores con tecnologías más nuevas. Los proveedores de la nube pueden implementar cifrado de última generación y otras medidas de seguridad en todo el sistema, y realizar el mantenimiento de manera automatizada.

Personal dedicado: Las reputaciones y las empresas de los proveedores de nube dependen de la seguridad de los datos de los clientes. Cuentan con personal específicamente dedicado a la supervisión y el mantenimiento de la seguridad, lo que puede significar que pueden hacer un mejor trabajo que el departamento de TI de una empresa individual, que generalmente se encarga de una amplia gama de tareas.

Alta disponibilidad: Las redundancias están incorporadas en la computación en la nube, de manera que incluso si algunos servidores fallaran, sus aplicaciones en línea continuarían ejecutándose sin interrupción. Las garantías de supervisión y tiempo de actividad las 24 horas, los 7 días de la semana son una parte estándar de los contratos de proveedores de computación en la nube.

Mejor protección de datos y recuperación ante desastres: Las soluciones de copia de seguridad basadas en la nube suelen ser relativamente económicas y fáciles de usar. El modelo de computación en la nube también significa que los principales archivos no están atrapados en máquinas individuales, las que inevitablemente fallarán en algún momento.

Conclusiones

La necesidad de compartir información en las organizaciones es de vital importancia porque los empleados requieren estar comunicados e informados.

Gran parte del presupuesto de una compañía se emplea en el rubro de las tecnologías de la información en las categorías de mantenimientos preventivo, correctivo e infraestructura y servicios, al seleccionar un modelo de servicio de cómputo en la nube, la organización podría tener ahorros significativos en dicho apartado logrando contar con un ahorro sustancial de gastos que puedan reflejarse en sus ingresos.

La consolidación de los servicios de cómputo en la nube aporta soluciones empresariales que resuelven las necesidades de las organizaciones de manera eficiente, por lo que la cantidad de usuarios que implementa esta manera de gestionar su información va en aumento.

Además, hoy en día las organizaciones deben apostar por estrategias y procesos que coadyuven a su crecimiento y el incremento de utilidades, el uso de los servicios de almacenamiento de archivos en la nube es una opción que les permite contar con información disponible y adecuada en la medida de sus necesidades.

El optar por uno de los servicios de cómputo en la nube, permite disminuir el tiempo utilizado en las diferentes actividades de administración de la información dentro de las empresas logrando de esta forma un ahorro significativo de tiempo a

los administradores de las Tecnologías de la Información, para que así puedan concentrarse en otras actividades estratégicas referentes al uso de la información que aporten mayor impacto en la organización.

Referencias

- James F. Kurose, Keith W. Ross. Computer networking Pearson/Addison Wesley, 2008
- Christian Baun, Marcel Kunze, Jens Nimis, Stefan Tai Cloud Computing: Web-Based Dynamic IT Services. Segunda Edición. Springer-Verlag. 2011.
- George Reese. Cloud Application Architectures. Primera Edición. O'Reilly Media, 2009.
- Bill Williams. The Economics of Cloud Computing Cisco Press. Primera Edición. 2012.
- Fundamentals of Cloud Computing Instructor guide. IBM: WebSphere Education. 2010.
- searchdatacenter.techtarget.com– Sitio web que contiene algunos fundamentos de cómputo en la nube.

OPTIMIZACIÓN DE MANO DE OBRA CON ALTA MOVILIDAD EN LA INCERTIDUMBRE

Rubén Chávez Rivera¹, Rafael Ortiz Alvarado², Miguel García González³

Universidad michoacana de San Nicolás de Hidalgo

pintachavez@gmail.com, rortizalvarado@gmail.com, gleugimg@hotmail.com

Resumen

En este trabajo se hace una propuesta de un modelo heurístico que permita optimizar los costos de mano de obra de alta movilidad como lo es la industria de la construcción en el que exceso de mano de obra puede afectar seriamente las utilidades de la empresa contratista. El modelo consiste en la intervención de herramientas de programación dinámica recursiva sobre intervalo de confianza de números borroso triangulares (NBT), el cual, optimiza el número personas para las actividades asignadas, seguido por relaciones borrosas entre conjuntos de elementos de relación directa e indirecta, como los costos de mano de obra y su relación indirecta con la satisfacción del cliente e inversionista como un proceso de control. Finalmente, el control tiene sus ajuste y aprendizaje con la aplicación efectos olvidados como herramienta sobre aquellos elementos subestimados (fuzzy).

Palabras clave: efectos olvidados, fuzzy, NBT, optimización, programación dinámica recursiva.

1. Introducción

Los altos costos generados por una mala elección sobre el número de personal a contratar en la industria de la construcción tienen sus efectos negativos en función al rendimiento y muchas veces con la propia eficacia. De modo, que la propuesta en este artículo se propone modelar a través de la conjugación de herramientas de programación dinámica recursiva en función a números borrosos triangulares sobre el número de personas y después tamizada en su forma más simple con efectos olvidados para ajustes en la satisfacción de los clientes. Este trabajo se compone de 1) introducción 2) descripción del método, en la primera etapa, consiste en la aplicación de programación dinámica para obtener el número óptima de personas para cada periodo de tiempo, posteriormente en la segunda etapa, se lleva a cabo la aplicación de conjuntos y matrices borrosos conocidos como “efectos olvidados”, mediante la aplicación de matrices de max-min y, la asociación de conjuntos indirectos a través de un conjunto intermedio.3) el caso de aplicación, es en la planta de ácidos grasos en el área de destilación de “QUIMIC S. A. de C. V.” en Morelia, Michoacán. 4) referencias bibliografía.

2. Descripción del método

Se diseña un modelo heurístico que permita optimizar los costos de programación de mano de obra con una base de números borrosos triangular de (NBT) y relación de conjuntos (RC) y efectos olvidados (EO). El cual, consiste en estrategias heurísticas con herramientas de investigación de operaciones con matizaciones difusas y la aplicación de operadores difusos en conjuntos relacionados, primero, en analizar la relación que existe entre los costos de contratar personas y los costos que involucra cuando existe mayor cantidad de los realmente se requieren en función a las demandas comerciales. Por esta razón, al inicio de las primeras semanas para hacer las labores del proyecto, se hace necesario suponer la cantidad integrantes que harán las labores de acuerdo al contrato y puesto. En la segunda parte, se presenta los costos asociados a la productividad, y a su vez la productividad asociada a la satisfacción de clientes e inversionistas. Lo anterior, con el enfoque de efectos olvidados (logic fuzzy).

2.1 programación dinámica con matización (fuzzy)

De acuerdo con Taha H. A. (2004), en algunos proyectos de construcción, las contrataciones y los despidos se hacen de modo que se mantenga una fuerza laboral que cumpla las necesidades del proyecto. Como las actividades de contratación y de despido implican costos adicionales. Entonces, se pretende mantener la fuerza laboral que permita cumplir con la demanda en el mercado, la cual tiende a ser variable e incierta, de modo que se vuelve necesario el uso de la matización de con respecto al número de personas en el área de trabajo para hacer sus funciones, y así satisfacer las requerimientos comerciales (Chávez et al. 2012).

De acuerdo con Taha H. A. (2004), los proyectos se ejecutarán durante las n semanas, y que la fuerza de trabajo mínima requerida en la semana i es b_i trabajadores. Las condiciones ideales para trabajar en el proceso es que el tamaño de la fuerza de laboral en la semana i fuera exactamente b_i . Sin embargo, de acuerdo con los parámetros de costo, podría ser más económico dejar que fluctúe el tamaño de la fuerza laboral. Como x_i es la cantidad de trabajadores empleados en la semana i , en esa misma semana i se pueden incurrir en dos costos:

$$C_1(x_i - b_i), \text{el costo de mantener el exceso de personal (1)}$$

$$C_2(x_i - x_{i-1}), \text{el costo de integrar el equipo de trabajo (2)}$$

Donde: $(x_i - x_{i-1})$ personal adicional

Por lo tanto, el modelo de programación dinámica se define como:

1. La etapa i se representa por la semana i , $i=1, 2, 3, \dots, n$.
2. Las alternativas en la etapa i son x_i , la cantidad de personas para el equipo en la semana i .
3. El estado en cada etapa i se representa por la cantidad de trabajadores disponibles en la etapa (semana) $i - 1$, que es x_{i-1} .

La ecuación recursiva es:

$$f_i(x_{i-1}) = \lim_{x_i \geq b_i} \{C_1(x_i - b_i) + C_2(x_i - x_{i-1}) + f_{i+1}(x_i)\}, i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

$$f_{i+1}(x_n) \equiv 0 \quad (4)$$

Los cálculos comienzan en la etapa n , con $x_n = b_n$ y termina en la etapa 1.

Al modelo anterior de Taha se implementa una tripleta de confianza para hacerlo más flexible para el número de personal que harán las actividades, es decir, la tripleta de confianza se incluye un número inferior de personas, un valor medio y un máximo de personas con la finalidad de poder aprovechar al máximo la cantidad de personas contratadas.

2.2 tripleta de confianza

Los números borroso triangulares establece la tripleta de confianza en la que sugiere los valores de capital humano requerido para hacer las tareas requeridas y su base de contratación.

La representación de la tripleta de confianza está dada por:

Los números borrosos en el intervalo de los triángulos, en $\alpha \in [0,1]$, entonces el cociente de triángulos semejantes:

$$\frac{m-r}{x-r} = \frac{1}{\alpha_k} \quad (5)$$

O bien

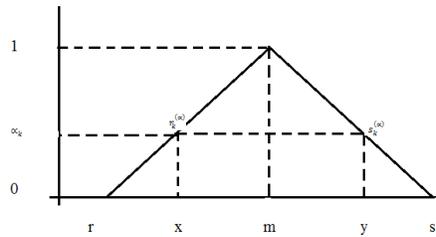
$$x = r + \alpha_k (m - r)$$

$$\text{Así pues: } \frac{s-y}{s-m} = \frac{\alpha_k}{1}$$

$$y = s - \alpha_k (s - m) \quad (6)$$

Lo anterior se puede ver los números triangulares NBT:

Figura 1. Números borrosos triangulares (NBT)



Fuente: Gil A. J. (1994)

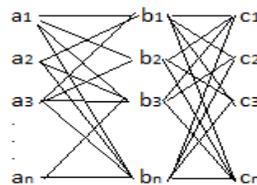
2.3 Relaciones borrosas y efectos olvidados

La asociación de conjuntos y sus relaciones, será fundamental para modificar los primeros supuestos sobre las cantidades de trabajadores asignados para las áreas operativas (programación dinámica) donde existe gran eventualidad de personal. En este sentido, y de acuerdo Gil A.J (1999), se adoptado la palabra asociación para significar el aspecto de relación con otro tipo de conexión cuyos conocimientos e información se posee de manera dispersa, ... finaliza diciendo que lo anterior, reside en representaciones matriciales o sagitada. Entonces, sea C un conjunto de entidades que representa los costos de contrataciones y despidos: $C = \{c_1, c_2, c_3, \dots, c_n\}$. Así pues, tenemos otro conjunto que tiene incidencia sobre otro conjunto de entidades de productividad: $P = \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_n\}$, que, a su vez conforma la matriz con elementos μ_{ij} .

Cuando se limita la fuerza de relación (Gil A.J.,1998), el supuesto de existencia o no de la misma, se centra a $\mu_{ij} \in [0,1]$ entonces el grafo en forma de matriz queda resuelto en forma booleana. Para los casos, en los que existe matización entre las relaciones los valores de 0 o 1, será cualquier entre 0 y 1.

Además, puede existir la relación entre varios conjuntos, en los cual alguno de ellos puede estar en la interface de relación, como se puede ver en la siguiente figura:

Figura 1. Relación de conjuntos



En la figura 1 se observa la relación del conjunto $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$ con el conjunto $B = \{b_1, b_2, b_3, \dots, b_n\}$, a su vez, el conjunto B se asocia con el conjunto $C = \{c_1, c_2, c_3, \dots, c_n\}$, al final podemos encontrar la asociación del conjunto A con el conjunto C .

La parte importante a destacar, es que mediante estas teorías de conjuntos podemos relacionar a manera de aprendizaje (ajuste), cuando se hacen reflexiones sobre un mismo conjunto, en este sentido, cuando se dispone de un grafo borroso $G \in E \times E$, se tiene en realidad, una relación $R(x, y), x, y \in E$. (Gil A. J. 1998, 2002). En consecuencia, aparecerá una diagonal de unos por la coincidencia de los vértices, en el cual se cumple la propiedad reflexiva: $\forall a_i \in E, i = 1, 2, \dots, n, \mu_{a_i a_i} = 1, si i = j, \mu_{a_i a_j} \in [0,1], si i \neq j$

Consideramos que las relaciones reflexivas en matrices booleanas, las cuales serán aquellos conjuntos que sean independientes, mientras que para aquellos donde existe una matización de asociación, serán cuando existen conjuntos dependientes (intersección entre ambos).

La multiplicación de matrices difusas, se conjugan con operadores *max – min*. Para los vectores:

$$V(\mu(a_1, b_2) \wedge \mu(b_2, c_1)), V(\mu(a_1, b_3) \wedge \mu(b_3, c_1)), V(\mu(a_1, b_4) \wedge \mu(b_4, c_1)) \vee, \dots, V(\mu(a_1, b_n) \wedge \mu(b_n, c_1)) \quad (5)$$

Al operar matrices matizadas, podemos considerar el conjunto de escala endecadaria: $\{Sin\ incidencia=0, Prácticamente\ sin\ incidencia=0.1, Casi\ sin\ incidencia=0.2, Muy\ débil\ incidencia=0.3, Muy\ débil\ incidencia=0.4, Mediana\ incidencia=0.5, Incidencia\ sensible=0.6, Bastante\ incidencia=0.7, Fuerte\ incidencia=0.8, Muy\ fuerte\ incidencia=0.9, La\ mayor\ incidencia=1\}$.

Por consiguiente, teniendo en cuenta la relación de conjuntos, estos tienen su función en este estudio para conocer la cantidad de personas necesarias para desempeñar las tareas en área laboral, así que $C = \{c_1, c_2, c_3, \dots, c_n\}$, es el conjunto de personas asignadas para la tarea, por otra parte, este conjunto se relaciona con el conjunto de productividad: $B = \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_n\}$, a su vez esté, con el conjunto de satisfacción a clientes-accionistas: $S = \{s_1, s_2, s_3, \dots, s_n\}$, y finalmente, encontrar la relación: $C \in S$.

3. Caso de aplicación:

Los contratistas sugieren una cantidad de personas destinadas para hacer las labores en un intervalo de confianza, debido a que se desconoce la cantidad exacta de personas para cumplir con las demandas del mercado. En este sentido, los intervalos elegidos son para las próximas cinco semanas en que el proyecto debe ser terminado de acuerdo al contrato establecido con la empresa. En estas semanas se hace una ampliación en el cuarto de control del área de destilación de ácidos grasos (QUIMIC S. A. de C. V.), a medida que la demanda crece el nivel de contratación de personal eventual se incrementa, o bien disminuye si la demanda es baja.

Tabla 1. Intervalos en NBT de personas asignadas por semana por el grupo de expertos

Semana	1	2	3	4	5
Personas	4, 5, 6	3	8	4, 5, 6	7

La mano de obra en exceso tiene un costo de \$4000.00 por trabajador semanalmente, para una nueva contratación en cualquier semana su costo fijo es de \$4500.00, al cual se le incluye \$3000.00 por trabajador-semana.

Solución: en la *primera etapa*, se aplica la programación dinámica para optimizar el personal económicamente necesario en tres niveles: inferior, medio y superior que corresponde con los intervalos asignados por los expertos, seguido por el análisis de efectos olvidados (fuzzy logic) la encontrar la relación de conjunto entre costos de contratación y despidos con la satisfacción del cliente y accionistas.

Para establecer las ecuaciones de a continuación considerar miles de pesos:

$$C_1(x_i - b_i) = 4(x_i - b_i) \quad C_2(x_i - x_{i-1}) = 4.5 + 3(x_i - x_{i-1}),$$

$$f_i(x_{i-1}) = \min_{x_i \geq b_i} \{C_1(x_i - b_i) + C_2(x_i - x_{i-1}) + f_{i+1}(x_i)\}$$

Para $x_n = b_n$ y se comienza en la etapa final:

Semana 5:

Tabla 2. Inferior ($b = 7$) Primer cálculo en la semana 5 inferior

$f_5(x_4) = C_1(x_5 - 7) + C_2(x_5 - x_4) + f_6(x_5)$		Solución óptima	
x_4	$x_5=5$	$f_5(x_4)_{mf}$	$x_5^*_{mf}$

4	$4(0) + [4.5 + 3(7 - 4)] + 0$	13.5	7
5	$4(0) + [4.5 + 3(7 - 5)] + 0$	10.5	7
6	$4(0) + [4.5 + 3(7 - 6)] + 0$	7.5	7
7	$4(0) + [0] + 0$	0	7

Tabla 3. Medio (b = 7)

$f_5(x_4) = C_1(x_5 - 7) + C_2(x_5 - x_4) + f_6(x_5)$		Solución óptima	
X_4	$x_5=7$	$f_5(x_4)_m$	$x_5^*_m$
5	$4(0) + [4.5 + 3(7 - 5)] + 0$	10.5	7
6	$4(0) + [4.5 + 3(7 - 6)] + 0$	7.5	7
7	$4(0) + [0] + 0$	0	7

Tabla 4. Superior: (b=7)

$f_5(x_4) = C_1(x_5 - 8) + C_2(x_5 - x_4) + f_6(x_5)$		Solución óptima	
X_4	$x_5=8$	$f_5(x_4)_m$	$x_5^*_m$
6	$4(0) + [4.5 + 3(7 - 6)] + 0$	7.5	7
7	$8(0) + [0] + 0$	0	7

Semana 4:

Tabla 5. Inferior (b = 4)

$f_4(x_3) = C_1(x_4 - 4) + C_2(x_4 - x_3) + f_5(x_4)$					Solución óptima	
X_3	$X_4=4$	$X_4=5$	$X_4=6$	$X_4=7$	$F_4(x_3)_{mf}$	$X_4^*_{mf}$
8	$4(0) + [0] + 13.5 = 13.5$	$4(1) + [0] + 10.5 = 14.5$	$4(2) + [0] + 7.5 = 15.5$	$4(3) + [0] + 0 = 12$	12	7

Tabla 6. Medio (b = 5)

$f_4(x_3) = C_1(x_4 - 5) + C_2(x_4 - x_3) + f_5(x_4)$				Solución óptima	
X_3	$X_4=5$	$X_4=6$	$X_4=7$	$f_4(x_3)_m$	$X_4^*_m$
8	$4(0) + [0] + 10.5 = 10.5$	$4(1) + [0] + 7.5 = 11.5$	$8(2) + [0] + 0 = 16$	10	5

--	--	--	--	--	--

Tabla 7. Superior (b=6)

$f_4(x_3) = C_1(x_4 - 6) + C_2(x_4 - x_3) + f_5(x_4)$			Solución óptima	
X_3	$X_4=6$	$X_4=7$	$F_4(x_3)_{sup}$	$X_4^*_{sup}$
8	$4(0) + [0] + 7.5 = 7.5$	$8(1) + [0] + 0 = 8$	7.5	6

Semana 3: los tres niveles de la base (NBT) coinciden (inferior, medio y superior)

Tabla 8. (b=8)

$f_3(x_2) = C_1(x_3 - 8) + C_2(x_3 - x_2) + f_4(x_3)$			Solución óptima	
X_2	$X_3=8$		$F_3(x_2)$	X_3^*
3	$4(0) + [4.5 + 3(8 - 3)] + 12 = 31.5$		31.5	8
4	$4(0) + [4.5 + 3(8 - 4)] + 12 = 28.5$		28.5	8
5	$4(0) + [4.5 + 3(8 - 5)] + 12 = 25.5$		25.5	8
6	$4(0) + [4.5 + 3(8 - 6)] + 12 = 22.5$		22.5	8
7	$4(0) + [4.5 + 3(8 - 7)] + 12 = 19.5$		19.5	8
8	$4(0) + [0] + 12 = 12$		12	8

Semana 2.

Tabla 9. Inferior (b=3)

$f_2(x_1) = C_1(x_2 - 3) + C_2(x_2 - x_1) + f_3(x_2)$							Solución óptima	
X_1	$X_2=3$	$X_2=4$	$X_2=5$	$X_2=6$	$X_2=7$	$X_2=8$	$f_2(x_1)_{inf}$	$X_2^*_{inf}$
4	$4(0) + [0] + 31.5 = 31.5$	$4(1) + [0] + 28.5 = 32.5$	$4(2) + [7.5] + 25.5 = 41$	$4(3) + [10.5] + 22.5 = 45$	$4(4) + [13.5] + 19.5 = 49$	$4(5) + [16.5] + 12 = 48.5$	31.5	3
5	$4(0) + [0] + 31.5 = 31.5$	$4(1) + [0] + 28.5 = 32.5$	$4(2) + [0] + 25.5 = 33.5$	$4(3) + [7.5] + 22.5 = 42$	$4(4) + [10.5] + 19.5 = 46$	$4(5) + [13.5] + 12 = 45.5$	31.5	3
6	$4(0) + [0] + 31.5 = 31.5$	$4(1) + [0] + 28.5 = 32.5$	$4(2) + [0] + 25.5 = 33.5$	$4(3) + [0] + 22.5 = 34.5$	$4(4) + [7.5] + 19.5 = 43$	$4(5) + [10.5] + 12 = 42.5$	31.5	3
7	$4(0) + [0] + 31.5 = 31.5$	$4(1) + [0] + 28.5 = 32.5$	$4(2) + [0] + 25.5 = 33.5$	$4(3) + [0] + 22.5 = 34.5$	$4(4) + [0] + 19.5 = 35.5$	$4(5) + [7.5] + 12 = 39.5$	31.5	3
8	$4(0) + [0] + 31.5 = 31.5$	$4(1) + [0] + 28.5 = 32.5$	$4(2) + [0] + 25.5 = 33.5$	$4(3) + [0] + 22.5 = 34.5$	$4(4) + [0] + 19.5 = 35.5$	$4(5) + [0] + 12 = 32$	31.5	3

Tabla 10. Medio (b=3)

$f_2(x_1) = C_1(x_2 - 3) + C_2(x_2 - x_1) + f_3(x_2)$								Solución óptima	
X_1	$X_2=3$	$X_2=4$	$X_2=5$	$X_2=6$	$X_2=7$	$X_2=8$	$f_2(x_1)_m$	$X_2^*_m$	
5	$4(0) + [0] + 31.5 = 31.5$	$4(1) + [0] + 28.5 = 32.5$	$4(2) + [0] + 25.5 = 33.5$	$4(3) + [7.5] + 22.5 = 42$	$4(4) + [10.5] + 19.5 = 46$	$4(5) + [13.5] + 12 = 45.5$	31.5	3	
6	$4(0) + [0] + 31.5 = 31.5$	$4(1) + [0] + 28.5 = 32.5$	$4(2) + [0] + 25.5 = 33.5$	$4(3) + [0] + 22.5 = 34.5$	$4(4) + [7.5] + 19.5 = 43$	$4(5) + [10.5] + 12 = 42.5$	31.5	3	
7	$4(0) + [0] + 31.5 = 31.5$	$4(1) + [0] + 28.5 = 32.5$	$4(2) + [0] + 25.5 = 33.5$	$4(3) + [0] + 22.5 = 34.5$	$4(4) + [0] + 19.5 = 35.5$	$4(5) + [7.5] + 12 = 39.5$	31.5	3	
8	$4(0) + [0] + 31.5 = 31.5$	$4(1) + [0] + 28.5 = 32.5$	$4(2) + [0] + 25.5 = 33.5$	$4(3) + [0] + 22.5 = 34.5$	$4(4) + [0] + 19.5 = 35.5$	$4(5) + [0] + 12 = 32$	31.5	3	

Tabla 11. Superior (b=3)

$f_2(x_1) = C_1(x_2 - 3) + C_2(x_2 - x_1) + f_3(x_2)$								Solución óptima	
X_1	$X_2=3$	$X_2=4$	$X_2=5$	$X_2=6$	$X_2=7$	$X_2=8$	$f_2(x_2)_{sup}$	$X_2^*_{sup}$	
6	$4(0) + [0] + 31.5 = 31.5$	$4(1) + [0] + 28.5 = 32.5$	$4(2) + [0] + 25.5 = 33.5$	$4(3) + [0] + 22.5 = 34.5$	$4(4) + [7.5] + 19.5 = 43$	$4(5) + [10.5] + 12 = 42.5$	31.5	3	
7	$4(0) + [0] + 31.5 = 31.5$	$4(1) + [0] + 28.5 = 32.5$	$4(2) + [0] + 25.5 = 33.5$	$4(3) + [0] + 22.5 = 34.5$	$4(4) + [0] + 19.5 = 35.5$	$4(5) + [7.5] + 12 = 39.5$	31.5	3	
8	$4(0) + [0] + 31.5 = 31.5$	$4(1) + [0] + 28.5 = 32.5$	$4(2) + [0] + 25.5 = 33.5$	$4(3) + [0] + 22.5 = 34.5$	$4(4) + [0] + 19.5 = 35.5$	$4(5) + [0] + 12 = 32$	31.5	3	

Semana 1:

Tabla 12. Inferior (b=4)

$f_1(x_0) = C_1(x_1 - 4) + C_2(x_1 - x_0) + f_2(x_1)$							Solución óptima	
X_0	$X_1=4$	$X_1=5$	$X_1=6$	$X_1=7$	$X_1=8$	$f_1(x_0)_{inf}$	$X_1^*_{inf}$	
0	$4(0) + [4.5] + 12 + 31.5 = 48$	$4(1) + [19.5] + 31.5 = 55$	$4(2) + [22.5] + 31.5 = 62$	$4(3) + [25.5] + 31.5 = 69$	$4(4) + [28.5] + 19.5 = 76$	48	4	

Tabla 13. Medio (b=5)

$f_1(x_0) = C_1(x_1 - 5) + C_2(x_1 - x_0) + f_2(x_1)$						Solución óptima	
X_0	$X_1=5$	$X_1=6$	$X_1=7$	$X_1=8$	$f_1(x_0)_m$	$X_1^*_m$	
0	$4(0) + [19.5] + 31.5 = 51$	$4(1) + [22.5] + 31.5 = 58$	$4(2) + [25.5] + 31.5 = 65$	$4(3) + [28.5] + 31.5 = 72$	51	5	

--	--	--	--	--	--	--

Tabla 14. Superior (b=6)

$f_1(x_0) = C_1(x_1 - 5) + C_2(x_1 - x_0) + f_2(x_1)$				Solución óptima	
X_0	$X_1=6$	$X_1=7$	$X_1=8$	$f_1(x_0)_{sup}$	$X_1^*_{sup}$
0	$4(0) + [22.5] + 31.5 = 54$	$4(1) + [25.5] + 31.5 = 61$	$8(2) + [28.5] + 31.5 = 76$	54	6

El proceso de solución óptima para el número de personas para cada nivel: inferior, medio y superior respectivamente:

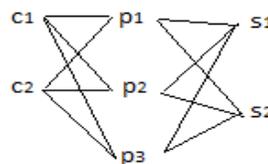
$$x_0 = 0, 0, 0 \rightarrow x_1^* = 4, 5, 6 \rightarrow x_2^* = 3, 3, 3 \rightarrow x_3^* = 8, 8, 8 \rightarrow x_4^* = 7, 5, 6 \rightarrow x_5^* = 7, 7, 7$$

Tabla 15. Conclusiones en las decisiones en proceso de integración y desintegración de equipos de trabajo

Semana i	Fuerza laboral actual (x_i)	Fuerza laboral mínima (b_i)	Decisión de contratación, mantener o despido	Costos mínimos difusos
				Miles \$
1	[4, 5, 6]	[4, 5, 6]	No cambiar	[48, 51, 54]
2	[3]	[3, 3, 3]	No cambiar	[31.5]
3	[8]	[8, 8, 8]	No cambiar	[12]
4	[4, 5, 6]	[7, 5, 6]	Contratar tres personas en el nivel inferior, mientras que los niveles medio y superior no cambian	[12, 10, 7.5]
5	[7]	[7, 7, 7]	No cambiar	[0]

Ahora consideremos la relación de conjuntos borrosos y los *efectos olvidados* sobre un conjunto difuso de C de costos de contratación y despido de personal, $C = \{c_1, c_2\}$, y la relación con el conjunto de productividad $P = \{p_1, p_2, p_3\}$, a su vez esté con el conjunto de satisfacción $S = \{s_1, s_2\}$. La forma sagitada, figura 2:

Figura 2 Relación borrosa sagitada



Donde: $\{c_1 = \text{costos de exceso de mano de obra. } c_2 = \text{costos de nueva contratación}\}$
 $\{p_1 = \text{alta demanda productiva. } p_2 = \text{entrega a tiempo el producto. } p_3 = \text{calidad en el producto}\}$
 $\{s_1 = \text{satisfacción del cliente. } s_2 = \text{satisfacción de los inversionistas}\}$

De acuerdo a los resultados de la programación dinámica en los intervalos de confianza (NBT) con los niveles: inferior y medio, prácticamente, no grandes diferencias en los costos de contratar y despedir personas. Sin embargo, el nivel

superior si presenta un exceso en los costos aproximado al 68 % con respecto a los otros niveles, por tal motivo se debe tener cuidado de hacer contratos mayores a los niveles inferiores y medios, asignado en el primer supuesto de personas para esta área, porque se corre el riesgo tener pérdidas considerables.

La *segunda etapa*: una vez conocidos los costos de contratación y despido de personal, se continúa con el método, ahora considerando la relación de conjuntos borrosos: costos, productividad y satisfacción; los cuales se somete a la decisión de expertos, representado por expertones o matrices. Así, si existe una relación o incidencia de conjuntos esta podría ser como se muestran en las siguientes matrices, donde la productividad opera como una interface:

	p1	p2	p3		s1	s2
c1	$\begin{bmatrix} .8 & .6 & .5 \\ .5 & .6 & .1 \end{bmatrix}$			p1	$\begin{bmatrix} .7 & .6 \\ .4 & .4 \\ .9 & .7 \end{bmatrix}$	
c2				p2		
				p3		
Matriz (2x2) de costos-productividad				Matriz (3x2) de productividad-satisfacción		

La relación con los costos de tener exceso de personal y los costos de contratación (C1 y C2), se consideran dependientes, es decir existe una matización entre ellos. Entonces, se considera que no existe un aprendizaje significativo en este proceso, así que la matriz matizada de costos:

$$\begin{bmatrix} 1 & .8 \\ .8 & 1 \end{bmatrix}$$

Considerar la relación o asociación de los costos con la satisfacción de los clientes y los accionistas, pero no están asociados directamente, existe una interface entre estos dos conjuntos, que es el conjunto de productividad, de modo que se toma la matriz matizada, la cual se multiplicará por la matriz de interface, así se desarrolla el proceso de convolución entre costos y productividad:

$$\begin{bmatrix} 1 & .8 \\ .8 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} .8 & .6 & .5 \\ .5 & .6 & .1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .8 & .6 & .5 \\ .8 & .6 & .5 \end{bmatrix}$$

Matriz matizada de costos (2x2)* Matriz (2x3) de costos-productividad = Matriz (2x3) de costos-productividad partiendo de la matriz de costos dependientes. Continuando, con la convolución de la matriz (2x3) costos-productividad con la matriz (2x3) productividad-satisfacción:

$$\begin{bmatrix} .8 & .6 & .5 \\ .8 & .6 & .5 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} .7 & .6 \\ .4 & .4 \\ .9 & .7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .7 & .6 \\ .7 & .6 \end{bmatrix}$$

Con el resultado anterior, se obtiene entonces la relación entre los costos generados por la contratación y el exceso de personal en la empresa con la satisfacción de clientes y accionistas, como se ve resultados y conclusiones.

4. Resultados y conclusiones

Los costos de por tener personas en exceso, y despidos no existe gran diferencia en función al personal asignado, motivo, por el cual se eligió una matriz matizada:

	c1	c2
c1	$\begin{bmatrix} 1 & .8 \\ .8 & 1 \end{bmatrix}$	
c2		

El proceso de convolución de matrices, nos permite observar en la siguiente matriz, que el costo tener personal en exceso tiene una relación de 0.7 con los clientes y una relación de 0.6 con los inversionistas; mientras que los costos generados por tener en exceso personal existe una relación de 0.7 y los costos de contratación de personas también es de 0.6. De acuerdo a la matriz:

	s1	s2
c1	$\begin{bmatrix} .7 & .6 \\ .7 & .6 \end{bmatrix}$	
c2		

$$\begin{bmatrix} .7 & .6 \\ .5 & .6 \end{bmatrix}$$

El ajuste a través de efectos olvidados permite corregir aquellos elementos que han sido despreciados y que mediante esta herramienta permite tomar las decisiones correctas para futuras asignación de personas con un costo mínimo.

5. Referencias bibliográficas

- Chávez R. R. et al. (2012) *La optimización de los recursos humanos en la empresa aplicando fuzzy logic*. Ed. AGSA Editores, Morelia, México.
- Gil A. J. Kaufmann A. Terceño G. A. (1994) *Matemáticas para la economía*. Foro científico Barcelona, España.
- Gil Aluja J. (1998). Elementos para una teoría de la decisión en la incertidumbre. Ed. Milladoiro, Galicia, España.
- Gil A. J. Kaufmann A. Terceño G. A. (1994) *Matemáticas para la economía*. Foro científico Barcelona, España.
- Gil Aluja Jaime (1997), *Marketing para el nuevo milenio* Ediciones Pirámide, Madrid España.
- Gil Aluja J. (2002). *Introducción a la Teoría de la Incertidumbre en la Gestión de Empresas*. Real Academia de Doctores. Milladoiro, Vigo España.
- Kaufmann A., Gil A. J., Terceño G.A. (2001) *Matemáticas para la economía y la gestión de empresas*. Primera edición, edición foro científico, Barcelona, España
- Taha H. A. (2004) *Investigación de operaciones*. Prentice Hall. 7ª. Edición, México

SATISFACCIÓN E INTEGRACIÓN DE LOS STAKEHOLDERS (FUZZY) PARA COMBATIR AL *COLLETOTRICHUM SPP* EN EL *RUBUS SPP*

Rubén Chávez Rivera, Rafael Ortiz Alvarado, Jorge Víctor Alcaraz Vera
pintachavez@gmail.com, rortizalvarado@gmail.com, talcarazv@hotmail.com

UMSNH

Resumen

El fenómeno de la contaminación del agua de riego cada vez más grave en la agricultura actual del estado de Michoacán, y el uso indiscriminado de agentes de tipo químico (antifúngicos), de microorganismos patógenos como los pertenecientes a la familia de las enterobacterias (*Salmonella spp.*, *Shigella spp.*, *E. coli*, *Enetobacter spp.*, entre otros), genera un microambiente que propicia la prevalencia de otros organismos fitopatógenos como son los organismos fúngicos, particularmente las especies pertenecientes al género *Colletotrichum spp.*, además de comprometer la calidad del producto agrícola y por lo tanto perder el valor de mercado y relacionado con los conflictos sociales en la comunidad agrícola por el uso excesivo de antifúngicos. La perspectiva aquí planteada es establecer la formalización de procedimientos con la intervención de *stakeholders* con la base conocimiento sobre: el cumplimiento de las Normas Nacionales referentes a la inocuidad del agua que permitan el bienestar y la sustentabilidad agrícolas. Se inicia con un diagnóstico y análisis químico de las cuencas y fuentes alimentadoras (riego) de agua de acuerdo a las Norma Nacional de acuerdo al modelo de equilibrio Lotka-Volterra (presa-depredador) para establecer los puntos críticos sobre la base de conocimiento para aplicarlo en mapas cognitivos difusos (Kosco, 1986) entre *stakeholders* para optimizar las estrategias de formalización (reportes técnicos) de los procesos de inocuidad del agua en función al equilibrio y al aprendizaje adquirido (efectos olvidados, fuzzy) para el control legal y manejo adecuado de fertilizantes y agentes químicos en la zona agrícola de Los Reyes, Michoacán.

Palabras clave: Inocuidad del agua, efectos olvidados, Mapas Cognitivos Difusos, presa-depredador, *Rubus spp.*, *stakeholders*.

1. Introducción

En este trabajo es la implementación de integración de *stakeholders* de forma flexible (fuzzy) que permitan en el futuro consolidar las buenas prácticas agrícolas de la región, basado en relaciones con los *stakeholders* borrosos (relaciones con incertidumbre). Estas estrategias estarán en función a respetar las normas de inocuidad del agua. Así como el manejo y control inocuo del agua permite combatir y disminuir enfermedades en los cultivos de frutillas de la especie *Rubus spp.* y por consecuencia pérdidas financieras, Ortiz A., Remigio. (2015b).

La aplicación de componentes químicos en general en los cultivos está agravando los problemas de contaminación del suelo, agua y salud de los habitantes de zonas agrícolas. Si bien, la aplicación de estos agentes químicos permite un mejor rendimiento y disminución del crecimiento de agentes patógenos y fitopatógenos como los organismos fúngicos del género *Colletotrichum spp.* Sin embargo, el uso excesivo de estos agentes antifúngicos puede provocar resultados adversos, mismo, que requiere reglamentarse e implementar manuales de operación para el control del agua de riego (formalización).

La importancia del diseño de las redes que involucran a los procesos productivos, de acuerdo a Porter (1999): materias primas y servicios auxiliares; control de calidad; mano de obra calificada; logística; entre otros dentro de la organización. Y en forma externa, con redes asociadas a clientes, proveedores, competencia, conflictos sociales, leyes reglamentarias, estabilidad de gobierno estatal y federal (políticas públicas), así como las requeridas a nivel internacional, para su comercialización,

para que propicien ambientes amigables para la inversión y el bienestar social en general. Por tal motivo, las afectaciones físico-químicas que sufren los frutos tiene que ver directamente con la calidad del agua de riego, ya que de este elemento depende en gran medida el crecimiento de hongos del género *Colletotrichum spp.* en los frutos. Luego entonces, el establecimiento de la formalización entre empresas agropecuarias, se pueden consolidar a través del adiestramiento de la mano de obra para optimización las cantidades adecuadas de antifúngicos para hacerlo sostenible con el medio ambiente. Así pues, las estrategias a implementar tienen que tener un soporte técnico, a través de expertos en la figura de *stakeholders* sobre la base de conocimiento en análisis de laboratorio.

La estructura de la planeación estratégica consiste en establecer paralelamente un modelo que contemple las dimensiones para satisfacer el control químico sobre los agentes patológicos que más afectan a la frutilla zarzamora (*Rubus Fruticosus var. tupperi*) que, a su vez, se derivan en el monitoreo y control del agua de riego en la zona; así como el control de fertilizantes y los niveles óptimos del pH y disposición por tanto de nutrientes en la tierra, Ortiz. A., Remigio. (2015b). A partir de lo anterior, se establece una estructura de análisis financiero estratégico de tipo integral, que contempla todos los aspectos de activos tangibles e intangibles que involucren la optimización de todos los recursos con que cuentan las zonas agrícolas.

La contaminación del agua de riego por agentes de tipo químico (antifúngicos), microorganismos bacterianos y fúngicos, por ejemplo, propicia la prevalencia de agentes patológicos del género *Colletotrichum spp.* en los cultivos de tipo *Rubus spp.* La contaminación del agua se divide en alteraciones físicas y alteraciones químicas. Con respecto a las alteraciones físicas tenemos: el color, olor, sabor, temperatura, material en suspensión, radiactividad, espuma y conductividad. Por otro lado, las alteraciones químicas como: el pH, oxígeno disuelto (OD), demanda bioquímica de oxígeno (DBO), demanda química de oxígeno (DQO), Nitrógeno total (NO_3/NO_2), Fósforo total (PO_4), aniones, cationes, metales pesados y compuestos orgánicos. De esta forma, el origen de la contaminación de aguas subterráneas por nitratos se debe en gran medida por lixiviación de materia fecal y por fertilizantes nitrogenados usados en los cultivos. Así como la contaminación de vertidos rurales que propicia a la Eutrofización causado por el uso de detergentes y desechos orgánicos. (<http://quimicaparaingenieria.blogspot.mx>, fecha de consulta: 04/12/2017).

En el control e inocuidad del agua se contemplan en el programa nacional de normas, de acuerdo al artículo 47 del reglamento de la ley Federal sobre la Metrología y Normalización para la estructura, organización y funcionamiento de los comités técnicos de normalización nacional, aplicable a lo dispuesto en el Capítulo V del título tercero de la ley Federal sobre Metrología y Normalización, así como la sección I del Capítulo V del Título tercero del reglamento. Los comités técnicos de normalización están integrados por personal técnico de las dependencias competentes, organizaciones industriales, prestadores de servicios, comerciantes, productores agropecuarios, forestales y pesqueros; centros de investigación científica y tecnológica, colegios de profesionales y consumidores, que contribuyan en la materia que corresponda normalizar a cada comité. Medición de metales por espectrometría de plasma acoplado inductivamente (ICP), en apoyo a la norma ISO5667-4, 1987.

La verificación de la calidad microbiológica del agua, debido a la contaminación fecal, que son los más peligrosos. Esta verificación la puede llevar a cabo tanto el proveedor como los responsables de la vigilancia del sistema. Otro aspecto es la calidad química del agua, en los que se destacan elementos químicos peligrosos, como el plomo, cianuro, entre otros, de los que se fijan unos parámetros de referencia para proteger a las poblaciones vulnerables (en este caso, no afectan para la formación de hongos en el *Rubus spp.*).

2. Propuesta metodológica

La cuantificación y análisis del agua para contar con datos reales para establecer los puntos críticos (modelo: Lotka-Volterra) de proliferación de patológica y otros agentes tóxicos en el agua, supervisado por los stakeholders y así, establecer estrategias económico administrativas para garantizar el bienestar de la zona de cultivo del *Rubus spp* de Los Reyes, Michoacán. De modo, que el proyecto está enfocado en incluir ratios de combate de enfermedades/activo totales, desde la perspectiva de combate de agentes fitopatógenos, a través de controles químicos óptimos, la valuación de los tipos de control y los niveles adecuados de tratamiento químico sobre *antracnosis* que causa el hongo del género *Collectotrichum spp*. Sin embargo, este uso está creando severos problemas de salud (contaminación del aire), el agua y los ecosistemas en las zonas agrícolas de tipos *Rubus spp*. El alcance de este trabajo es continuidad de uno anterior y se divide en tres partes: la primera es sobre el impacto de los agentes químicos sobre la inocuidad del agua de zona agrícola, la cual, se sustenta a través de análisis del agua de las principales fuentes de alimentación a los cultivos; la segunda, se enfoca con el equilibrio entre los antifúngicos y la producción del *Rubus spp* bajo el modelo Lotka-Volterra contemplando la subjetividad implícita como relaciones borrosas según productores en función al uso antifúngicos, de modo, que se puedan establecer la integración apropiadas a través de los stakeholders para su control y equilibrio (Freeman, et al., 2013); finalmente, establecer los mecanismos de formalización de los procesos apoyado por los stakeholders y su ajuste a través de efectos olvidados y los agentes involucrados con la parte técnica para cumplir con el artículo 47 del reglamento de la ley Federal sobre la Metrología y Normalización para la estructura, organización y funcionamiento de estos comités técnicos y los stakeholders según la normalización nacional, (Diario oficial de la Federación, vigente en el 2018).

El empleo de modelos difusos permite conocer las métricas de sistemas donde la información es subjetiva, por lo que, creemos que es importante la aplicación de mapas cognitivos difusos (MCD), Kosco, (1986), para efecto de diagnóstico sobre los mecanismos para la toma de decisiones. Esta herramienta se nutre a través de la información se recoge en encuestas a expertos por especialidad de la zona, ajustada a intervalos de confianza entre [0, 1] de las diferentes áreas o según las especialidades y/o relación con otras áreas, las cuales pueden ser positiva o bien negativa dependiendo de la información recibida a cada participante. Entonces, se consideran a varios stakeholders sobre una red en las áreas producción, control de calidad, leyes reglamentarias, protección al ambiente y comercialización del *Rubus spp* que permitan generar un bienestar social en la comunidad de Los Reyes, Michoacán.

2.1 Modelo de presa-depredador

El sistema de ecuaciones de Lotka-Volterra:

$$\dot{x} = ax - bxy \quad (1)$$

$$\dot{y} = -cy + dxy \quad (2)$$

Las ecuaciones representan el sistema: presa-depredador, $x(t)$ es la cantidad de presas y $y(t)$ es la cantidad de depredadores para un modelo continuo.

En este caso, el *Rubus fruticosus* (presa) es la cantidad (x), en el término ax , de la ecuación 1, es reproducción de la presa, en la cual es multiplicada la cantidad por una tasa de crecimiento (a), este producto, es disminuido (negativo) por el segundo término donde existe el factor depredador (*Collectotrichum spp.*), presente (bxy). De manera análoga, en la ecuación 2, el primer término representa la disminución (negativo) del depredador o muerte, al no haber presa o alimento, ($-cy$); mientras que el segundo término representa el aumento al crecimiento al haber presa, (dxy), Estevez D. G. et. al (2007).

De acuerdo a las ecuaciones 1 y 2, tenemos un sistema no lineal, el cual podemos representar los vectores, $(\dot{x}, \dot{y}) = f(x, y)$ en el espacio $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, las coordenadas se encuentran las funciones f_1 y f_2 , las cuales son diferenciables infinitamente, y a su vez, se pueden aproximar linealmente, sin perder información del sistema. Entonces, tenemos la matriz diferencial:

$$df = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \frac{\partial f_1}{\partial y} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x} & \frac{\partial f_2}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (3)$$

En el sistema cultivo-hongo debe existir un equilibrio entre estas variables dicotómicas, por lo que es conveniente ubicar las coordenadas de estabilidad. Para ello, se considera que las derivadas $dx = dy = 0$; para el equilibrio y hacer lineales las funciones. Factorizando las ecuaciones 1 y 2:

$$\dot{x} = (a - by)x = 0 \quad (4)$$

$$\dot{y} = (-c + dx)y = 0 \quad (5)$$

De la ecuación 4, si $x = 0$, consecuentemente, $y = 0$. De modo que el punto de equilibrio se encuentra en el origen de plano cartesiano $(0, 0)$, es decir, al no existir cultivo, el hongo muere. Ahora bien, se considera la ecuación 5, si $y = 0$, entonces, se obtiene que el equilibrio está en punto coordenado $(\frac{c}{d}, \frac{a}{b})$. Alrededor de estos puntos de equilibrio de coeficientes constantes se pueden considerar lineales, a través de la derivada en los puntos $(0, 0)$ y $(\frac{c}{d}, \frac{a}{b})$. Así pues, la matriz derivada es:

$$df = \begin{bmatrix} a - by & -bx \\ dy & -c + dx \end{bmatrix} \quad (6)$$

Sustituyendo los puntos de equilibrio en la matriz derivada asociada al sistema, para $(0,0)$:

$$df_{(0,0)} = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & -c \end{bmatrix} \quad (7)$$

La matriz tiene un comportamiento de tipo silla, de modo que no es necesario modificar la base de la matriz, ya que es de tipo canónico (trayectorias en x se alejan y trayectorias en y se acortan). Al ser ambas poblaciones números positivos el gráfico anterior, funciona únicamente en el primer cuadrante, es decir: $\forall x, y \geq 0$.

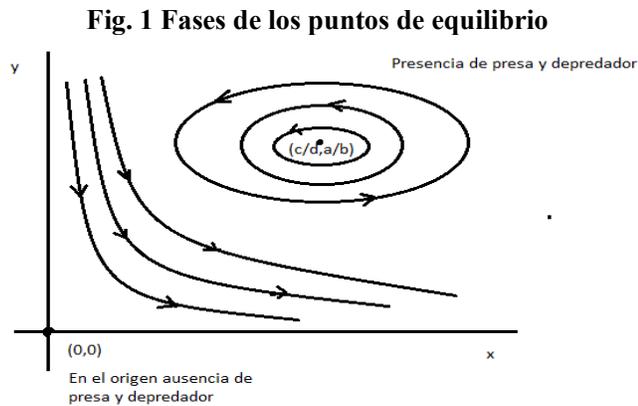
Ahora, se considera el punto de equilibrio: $(\frac{c}{d}, \frac{a}{b})$.

$$df_{(\frac{c}{d}, \frac{a}{b})} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-bc}{d} \\ \frac{da}{b} & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

El comportamiento lineal alrededor del punto $(\frac{c}{d}, \frac{a}{b})$, se considera que la matriz (8) se multiplica por $-\lambda$ veces la identidad y, después se calcula el determinante para obtener un polinomio característico:

$$\begin{bmatrix} -\lambda & \frac{-bc}{d} \\ \frac{da}{b} & -\lambda \end{bmatrix} = \lambda^2 + \frac{bc}{d} \frac{da}{b} = \lambda^2 + ca = 0 \quad (9)$$

Como c y a son valores positivos, entonces λ son raíces imaginarias. Así que, el punto $\left(\frac{c}{d}, \frac{a}{b}\right)$, es un centro. Así pues, se puede esbozar el retrato de las fases:



El sentido de las direcciones en el punto de equilibrio $\left(\frac{c}{d}, \frac{a}{b}\right)$, sigue la continuidad a la función canónica (mismo sentido o trayectoria) del punto en el origen. El sistema cultivo-hongo no existe en el origen. Sin embargo, en el punto $\left(\frac{c}{d}, \frac{a}{b}\right)$, existe una determina cantidad de cultivo, así como de hongo, lo cual provoca que haya un equilibrio entre ambas especies en este punto. La dinámica es crecer o decrecer de una y otra especie, en este sentido, el equilibrio de las especies sigue trayectorias cíclicas cercana al punto $\left(\frac{c}{d}, \frac{a}{b}\right)$, lo anterior, muestra la evolución del sistema. Así pues, los análisis realizados a través de las ubicaciones de la especie depredadora: *Collectotrichum spp.* que afecten al *Rubus fruticosus* (presa), será fundamental para posicionar los intervalos de confianza cuando exista incertidumbre sobre los niveles de penetración de la especie depredadora en los cultivos.

2.2 Procesos cognitivos difusos

Las modelos de redes que se han desarrollado en los últimos treinta a cuarenta años en procesos y áreas sociales, de las que tienen características cognitivas con implicación y presentación formal (matemático), son aquellos que tiene que ver con el manejo de relaciones y conceptos; vinculados generalmente por mapas cognitivos (Kosco, 1986, 1997; Carlsson, 1996; Peláez, Bowles, 1995).

Las intensidades representadas de manera lingüística describen las relaciones entre conceptos en los mapas cognitivos difusos (MCD) y su correspondiente sentido, tanto positivo como negativo en los arcos que conectan a los nodos, permitiendo la simulación del fenómeno con iteraciones consecutivas resultando plenamente predictivo. Además de elegir la herramienta apropiada de cara a la situación que presente el sistema en estudio. Así como las redes neuronales permiten construir una simple relación causal entre varios conceptos que influyen de manera positiva o negativa sobre otro concepto o resultado, Hiliera J. R. & Martínez V. (2000). Las intensidades, o bien, los pesos en las conexiones, w_{ij} para los números borrosos pueden ser considerados.

El empleo de mapas cognitivos difusos (MCD) es una herramienta que satisface las necesidades de respuesta cuando la matemática clásica, no lo puede hacer. De modo, que el diseño de estrategias apoyadas en estas herramientas difusas, pueden ser plenamente confiables mediante la justificación apropiada de las relaciones sobre los conceptos previamente seleccionados. La técnica MCD al ser iterativa, permite que cada concepto puede ser modificado al paso del tiempo, el procedimiento va consolidando un efecto evolutivo al paso del tiempo modificando consecuentemente los estados originales.

La matriz donde se orientan las opiniones de los expertos, como elemento de soporte para la toma de decisiones, entonces, la matriz w :

$$w = \begin{bmatrix} w_{11} & \cdots & w_{1k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{k1} & \cdots & w_{kk} \end{bmatrix} \quad (10)$$

De acuerdo al procedimiento iterativo en el tiempo, el vector tiene actualizaciones en función a sus conceptos, cada estado el vector C , se actualiza en el tiempo como: C_{t+1} (operador maxmin). De modo, que la actualización está en función con el concepto en un tiempo determinado, C_t , y la matriz de pesos, w .

$$C_{t+1} = f(C_t, w) = f(R) \quad (11)$$

A su vez,

$$R = C_t * w_k \quad (12)$$

Donde:

C_{t+1} = vector resultante de conceptos en la etapa, $t + 1$.

f = función de transferencia.

C_t = el vector con los valores de los conceptos en estado t .

w = designación de conectividad en la matriz

R = producto maxmin entre matrices: C_{t+1} y w_k

$K=1, 2, 3, \dots, m$

La función f , toma saltos unitarios, es decir adquiere valores iguales a cero, si el argumento es menor de 0; por otra parte, toma valores de 1, si el argumento es mayor o igual a cero. La función de salto unitario, se considera para el cálculo, además, cabe señalar que, si se considera la evaluación del concepto a lo largo del tiempo en iteraciones sucesivas, se recurre a la función de identidad.

La función de identidad tiene posibilidad de analizar sus características mediante MCD, ya que permite visualizar su oscilación y las situaciones que deben pasar antes de llegar a un equilibrio.

La participación de los expertos permite modificar los elementos de w_{ij} en la matriz w , de modo que, resulta muy útil para la optimización de los recursos desde la perspectiva socioeconómica. Con el apoyo de éstos, se consolida el conocimiento apropiado para la fijación de los pesos, además de que manifiesta estabilidad en las decisiones tomadas para formar la matriz de conectividad. Así, la matriz de pesos w_{ij} , que se forma es la opinión de los expertos:

$$w_{ij} = \bigcup_{p=1}^{p=q} w_{ij}^p = \max(w_{ij}^1, w_{ij}^2, \dots, w_{ij}^q) \quad (13)$$

Donde:

P = número de opiniones de los expertos

w_{ij} = matriz de consenso entre expertos.

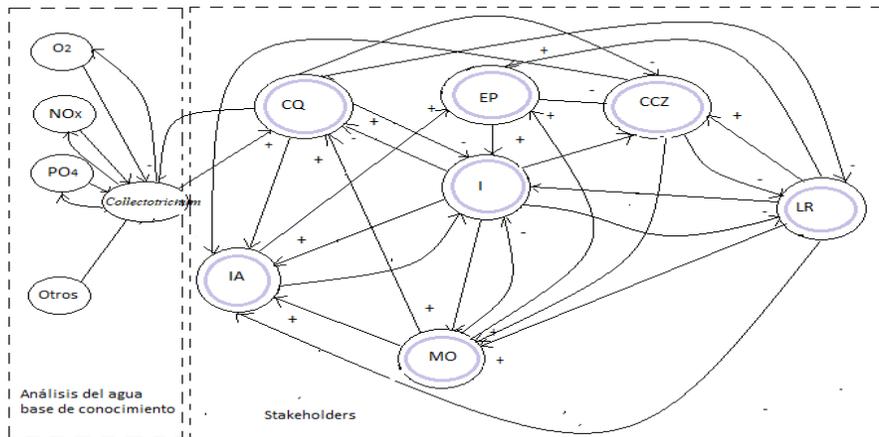
El proceso de elección en la opinión por cada uno de los expertos incide sobre la ecuación 4, que manifiesta que la opinión vertida por cada uno de los expertos, se selecciona la de mayor valor de pertenencia correspondiente renglón y columna en las matrices consensadas.

2.3 Los Stakeholders

Para el caso de los sistemas producción de las frutillas rojas (frambuesas y zarzamoras) en las que existen relaciones entre nodos que conforman la composición de dimensiones que forman los conceptos principales, desde el enfoque interno a la agricultura (stakeholders) tenemos: control químico del agua (CC), al cual, le anteceden los análisis de oxígeno disuelto; nitritos y nitratos; fósforos; y otros necesarios para controlar el crecimiento de *Collectotrichum spp.* Consecuentemente,

el nodo de inocuidad de agua (IA). La inversión (I) está dado por los productores; la mano de obra (MO) por los peones. Desde las dimensiones externa: conflicto con comuneros en la zona (CCZ), leyes regulatorias (LR), estabilidad política (EP), tal que el concepto se compone de: $C = [CQ, IA, I, MO, CCZ, LR, EP]$, una vez, contemplado las dimensiones (variables) del concepto, seguido por la determinación de arcos con respecto a las relaciones de las variables del concepto, finalmente, asignar el sentido e intensidad lingüística de los arcos Peláez , (1995), ver figura 3. Los sentidos e intensidades lingüísticas, estarán sujetas a las opiniones de los expertos, o bien a través de proceso consensado (por un conjunto de expertos) en base a frecuencias relativas acumuladas (expertones), Kaufmann A., Gil A. J. Terceño G. A. (1997).

Figura 3. Relaciones de stakeholders.



Fuente: propuesta de los autores

En los conjuntos de conceptos que conforman cada sistema, las variables implícitas se vinculan con arcos los cuales tienen un peso (intensidad), w_{ij} , sobre la influencia entre una y otra variable. Es decir, la valuación es mediante el operador maxmin sobre los conceptos iniciadores y la matriz de pesos w . Los resultados de estos arcos se encuentran en el intervalo de $[-1, 1]$ y el valor de los nodos adquiere dos valores posibles: 0 o 1 (saltos unitarios). Las conectividades de las causalidades sobre las dimensiones en el sistema están en función al peso w_{ij} , donde los subíndices: i tiene que ver con el origen y j con el destino en los nodos enlazados, Ver tabla 1.

Tabla 1. Matriz de causalidades, w_k

	I	MO	IA	CQ	CCZ	LR	EP
I	w_{11}	w_{12}	w_{13}	w_{14}	w_{15}	w_{16}	w_{17}
MO	w_{21}	w_{22}	w_{23}	w_{24}	w_{25}	w_{26}	w_{27}
IA	w_{31}	w_{32}	w_{33}	w_{34}	w_{35}	w_{36}	w_{37}
CQ	w_{41}	w_{42}	w_{43}	w_{44}	w_{45}	w_{46}	w_{47}
CCZ	w_{51}	w_{52}	w_{53}	w_{54}	w_{55}	w_{56}	w_{57}
LR	w_{61}	w_{62}	w_{63}	w_{64}	w_{65}	w_{66}	w_{67}
EP	w_{71}	w_{72}	w_{73}	w_{74}	w_{75}	w_{76}	w_{77}

Fuente: propuesta de los autores

Así pues, se construye las matrices w_k , las cuales están a función a las intensidades de los arcos y su sentido (positivo o negativo). Las opiniones recogidas por las encuestas son intervenidas

mediante las medias del expertizaje, Kaufmann A., Gil A. J., Terceño G. A. (1997). Es decir, a los pesos, w_{ij} , asignados por los expertos, se calcula la esperanza matemática del conjunto de elemento w_{ij} , respectivos para cada uno de los grupos de expertos:

$$E(w_{ij}) = \frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n w_{ij}) \quad (14)$$

Donde:

w_{ij} = es el elemento de los pesos asignados en cada matriz, w_k

Así pues, se obtiene $E(w_{ij})$, será el elemento de cada una de las matrices siguientes: productores y trabajadores; científicos; proyectos de inversión; y autoridades municipales.

De modo, que la matriz que se obtiene de las opiniones de cada uno de los conjuntos de expertos anteriores, es mediante siguiente expresión:

$$w = \cup_{k=1}^m w_{ij}^k \quad (15)$$

Así se obtiene la matriz w , la cual concentra la opinión de todos los expertos en elementos de pesos, w_{ij} .

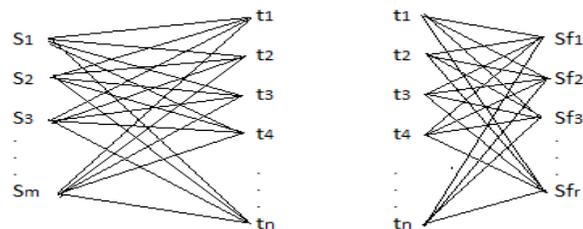
La matriz w , se mantiene constante durante todo el proceso iterativo, el cual lleva implícito un efecto evolutivo en el que van transformándose los conceptos. De modo, que los resultados se hacen a través de la multiplicación de matrices difusa: $R = C * W$ (maxmin) del o de los conceptos iniciadores y la matriz de pesos, w .

2.4 Efectos olvidados (aprendizaje)

La eficacia de participación de los *stakeholders* está en función de los niveles de relación entre ellos mismos y las metas planeadas desde lo individual o grupal, es decir, la relación que existe entre diferentes *stakeholders* con respecto a los tópicos a desarrollar en búsqueda del bienestar social no es homogénea, ya que depende de las capacidades de estos y sus grados de interés por ciertas áreas en específico. Por tal motivo, es preciso debido a la subjetividad, incluir una herramienta de relaciones borrosas, la cual, permita una mejor valuación sobre las perspectivas subjetivas de cada uno de entes participantes.

Así pues, primero se analiza las relaciones borrosas entre un conjunto de *stakeholders* y su relación con el conjunto de “*tareas sobre la información*”; después, la relación existente entre el conjunto de “*tareas sobre la información*” y su relación con el conjunto de la “*socialización formal*”; finalmente, la relación entre los conjuntos de los *stakeholders* y su relación con la “*socialización formal*” (ver figura 4).

Figura 4. Conjuntos relacionados



Las relaciones borrosas de los conjuntos se expresan a través de matrices difusas:

Matriz difusa \tilde{R} :

$$S = \text{stakeholders} \{S_1, S_2, S_3, \dots, S_m\}$$

Así que:

$S_1 = \text{control químico}$

$S_2 = \text{inversión}$

$S_3 = \text{comuneros de la zona}$

$S_4 = \text{inocuidad del agua}$

$S_5 = \text{leyes reglamentarias}$

$S_6 = \text{mano de obra}$

$S_7 = \text{estabilidad política}$

$T = \text{tarea sobre la información } \{t_1, t_2, t_3, \dots, t_n\} = \text{conjunto interlocutor}$

$t_1 = \text{análisis y determinación de oxígeno disuelto}$

$t_2 = \text{análisis y determinación de fosforo}$

$t_3 = \text{análisis y determinación de nitritos y nitratos}$

$t_4 = \text{análisis y determinación de sulfatos}$

Ahora, se consideran el conjunto de tareas generadoras de información y la socialización a través de reportes, con el propósito de crear la base de conocimiento sobre los grupos de interés, Probst, 1999. De modo, que la nueva relación de conjuntos difusos estará dada por las tareas generadoras de información y la generación de reportes, en la matriz difusa, a su vez esta matriz difusa $n \times m$, se compone por la dimensión n , la cual, se refiere a las tareas generadoras de información y, a m como la dimensión de la socialización formalizada a través de reportes. Entonces, la dimensión de socialización formal, Sf , contemplará en sus reportes los siguientes tópicos a tratar (D'Onofrio, García, 2013):

Donde:

$Sf_1 = \text{impacto global}$

$Sf_2 = \text{iniciativas de reportes globales}$

$Sf_3 = \text{indicadores de sustentabilidad agropecuaria}$

$Sf_4 = \text{manual de agricultura certificada}$

En todo proceso en los que interviene valuación de las opiniones como es la información dada por los stakeholders es oportuno comentar que muchas veces los resultados no son los esperados, por tal motivo, es conveniente una vez que se obtienen los primeros resultados es conveniente analizarlos y establecer estrategias que permita más involucramientos entre los stakeholders donde existe poca o nula participación. En este sentido, se elige la herramienta difusa de “*efectos olvidados*” en la que se reconsideran aquellas relaciones entre los participantes después de que existe un cambio evidente en sus funciones e interacciones con los stakeholders. Cuando se limita la fuerza de relación (Gil A.J.,1997), el supuesto de existencia o no de la misma, se centra a los niveles de pertenencia $\mu_{ij} \in [0,1]$ en las propiedades de los grafos en forma de matriz, para los casos, en los que existe matización entre las relaciones los valores en el intervalo $[0, 1]$.

La parte importante a destacar, es que mediante estas teorías de conjuntos podemos relacionar el aprendizaje cuando se hacen reflexiones sobre un mismo conjunto, en este sentido, cuando se dispone de un grafo borroso $G \in E \times E$, se tiene en realidad, una relación $R(x,y), x,y \in E$. (Gil A.J. 1997, 2002). En consecuencia, aparecerá una diagonal de unos por la coincidencia de los vértices, en el cual se cumple la propiedad reflexiva: $\forall a_i \in E, i = 1, 2, \dots, n, \mu_{a_i a_j} = 1, \text{ si } i = j$ y $\mu_{a_i a_j} \in [0,1], \text{ si } i \neq j$.

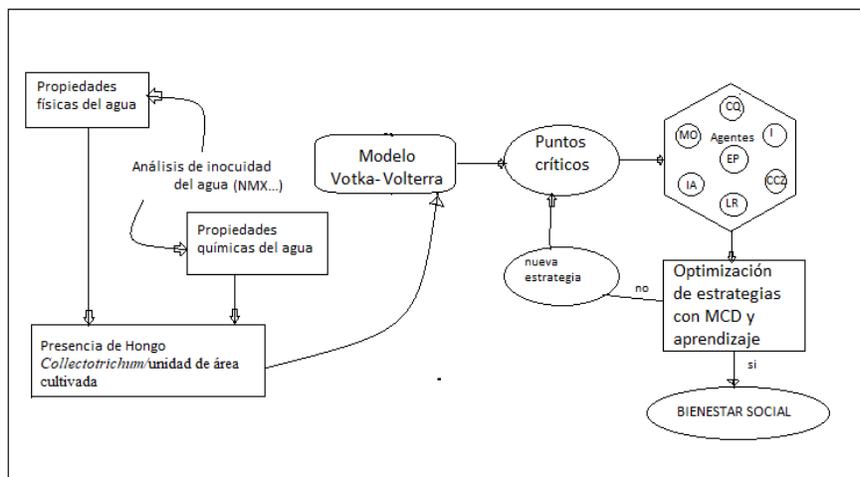
Consideramos que las relaciones reflexivas en matrices booleanas, serán aquellos conjuntos que sean independientes, mientras que para aquellos donde existe una matización de asociación, serán

cuando existen conjuntos dependientes (intersección entre ambos). La multiplicación de matrices difusas, se conjugan con operadores $max - min$. Para los productos de vectores, por ejemplo: $V(\mu(a_1, b_2) \wedge \mu(b_2, c_1)), V(\mu(a_1, b_3) \wedge \mu(b_3, c_1)), V(\mu(a_1, b_4) \wedge \mu(b_4, c_1)), etc.$ (16)

3. El proceso integrado

La integración e involucramiento de los agentes participantes para generar sinergia en favor de mejorar la calidad de *Rubus fruticosus* libre de evidencias patológicas (*Collectotrichum spp*), a través de la vigilancia de los stakeholders y el control químico del agua (base de conocimiento) para garantizar su inocuidad. Ver figura 4. Las propiedades físicas del agua y la presencia de hongo en la zona agrícola de Los Reyes Michoacán forman la base de conocimiento sobre el cual se diseñan las estrategias de combate a través de la interacción de los stakeholders flexibles (sujetos a modificación de estrategias e involucramiento de agentes analizado y su aprendizaje con efectos olvidados), formando un ciclo de iteraciones hasta lograr el común acuerdo por parte de los involucrados y lograr la satisfacción de la mayoría.

Figura 4. Proceso integrador



4. Recomendaciones

La metodología se pone a disposición para futuras aplicaciones no solo en la región de Los Reyes Michoacán, sino en aquellas zonas de cultivo que presenten un fenómeno similar, el modelo Lotka-Volterra permite conocer el fenómeno de cultivo-hongo. Sin embargo, creemos la optimización de estrategias está en función a la disponibilidad de los stakeholders y la generación de un nutrido de elementos que permitan cambios para el bienestar de la región. Así pues, los vectores iniciadores en el concepto (vector), son el control químico (CQ) por ser agente que interviene con el control de patógenos y la inocuidad del agua; y la inversión (I), como elemento esencial para activar cualquier situación similar. Así pues, el vector del concepto, $C = [CQ, IA, I, MO, CCZ, LR, EP]$, el cual, respectivamente tomaría valores binarios: $C = [1 0 1 0 0 0 0]$; para encontrar el equilibrio relativamente rápido, a través de la flexibilidad de los stakeholders (matriz, w_{ij}) para cambiar su participación más involucrada con el problema y así, el producto de matrices difusas: $R = C * W$ satisfaga a todos los stakeholders involucrados. Lo anterior, se cumple en función a los pesos asignados (de acuerdo al involucramiento para resolver el problema) con la supervisión de expertos externos de preferencia para asignar los pesos definitivos en la matriz, w_{kk} . De lo contrario, el modelo de MCD, permite reconfigurar los pesos asignados a través de efectos olvidados (reconsideración de los elementos en las matrices difusas, w_k que deben ser modificados según la experiencia en el

número de valuaciones hechas o aprendidas) o bien, a través de la concientización e involucramiento más intenso de los stakeholders sobre la formalización de los procesos de inocuidad del agua para sustentabilidad y bienestar de la región de Los Reyes Michoacán.

5. Bibliografía

- Carlsson C. (1996). Knowledge formation in strategic management. HICSS-27. Proceedings, IEEE. Computer Society Press, Los almitos.
- Freeman, E., Harrison, J., Wicks, A., Parmar, B., & De Colle, S. (2013). *Stakeholder Theory: The State of the Art*. Cambridge.
- Gil Aluja J. (2002). *Introducción a la Teoría de la Incertidumbre en la Gestión de Empresas*. Reial Academia de Doctors. Milladoiro, Vigo España.
- Gil Aluja Jaime (1997), *Marketing para el nuevo milenio* Ediciones Pirámide, Madrid España
- Hiliera J. R. & Martínez V. (2000). *Redes Neuronales Artificiales Fundamentos modelos y aplicaciones* RA-MA Ed. Madrid.
- Kosko H. & B. (1986) Fuzzy Cognitive Maps. International Journal on Man Machine Studies. 24.
- Kaufmann A., Gil A. J., Terceño G.A. (1997). *Matemáticas para la economía y la gestión de empresas*. Primera edición, edición foro científico, Barcelona, España
- Kosko H. & B. (1997) Fuzzy Engineering Ed. Prentice-Hall New Jersey.
- D'Onofrio, García F. (2013). Relationships between stakeholders and reports using fuzzy relations. Fuzzy Economic Review. Volumen XVIII, number 2, p.33-44.
- Ortiz A. et al (2015a) Ácidos grasos insaturados y fibra dietética de *Rubus fruticosus* y *Rubus idaeus* en la prevención de enfermedades crónicas degenerativas. academiajournals.com Pdhtech.lic, San Antonio, Tx issn: 2380-503x online, volumen 7 No. 4 pag. 4186-4188, 04/11/2015, revista indizada.
- Ortiz A., Remigio. (2015b) Mapa de ruta para la obtención para la obtención nutraceuticos de las especies del género *Rubus spp*. Su relación en la prevención de enfermedades crónicas. Volumen 7 no. 4. México.
- Peláez C. E. & Bowles J. B. (1995). Applying Fuzzy Cognitive Maps Knowledge-Representation to Failure Modes Effects Analysis IEEE. Proceedings Annual Reability and Maintainability Symposium 0149-144X/95.
- Porter, M. (1991): "La Ventaja Competitiva de las Naciones", Ed. Vergara, Buenos Aires.
- Probst G. et al (2001) Administración del conocimiento ed. Pearson Hall. México.

[OMS | Guías para la calidad del agua potable, tercera edición](http://www.who.int/water_sanitation_health/dwq/gdwq3rev/es)
www.who.int/water_sanitation_health/dwq/gdwq3rev/es

<http://quimicaparaingenieria.blogspot.mx/2012/12/contaminacion-del-agua.html>, fecha de la cita:04/01/2018.

**EJEMPLO PASO A PASO DE LA
IMPLEMENTACIÓN DE LA COLONIA DE
ABEJAS ARTIFICIALES AL PROBLEMA DE
REGRESIÓN NO LINEAL.**

Sergio G. de-Los-Cobos-Silva¹ Roman A. Mora-Gutiérrez²
Eric A. Rincón-García³ Pedro Lara Velázquez⁴ Miguel A.
Gutiérrez-Andrade⁵ Edwin Montes-Orozco⁶

September 21, 2018

RESUMEN

En este trabajo se presenta un ejemplo paso a paso del método heurístico denominado Colonia de Abejas Artificiales (ABC del inglés Artificial Bee Colony) el cual se considera dentro de los métodos de inteligencia de enjambre y que ha sido utilizados exitosamente para resolver diferentes problemas de optimización general. En este trabajo se presenta una introducción a la heurísticas ABC para resolver el problema de encontrar los valores de los parámetros en el problema de regresión no lineal utilizando el criterio de mínimos cuadrados.

PALABRAS CLAVES: Colonia de abejas artificiales, Regresión no lineal, Optimización, Heurísticas.

1

¹Departamento de Ingeniería Eléctrica, Universidad Autónoma Metropolitana Izta- palapa. San Rafael Atlixco No. 186, Col. Vicentina, Iztapalapa, 09340, México, cobos@xanum.uam.mx, ²Departamento de Sistemas, Universidad Autónoma Metropoli- tana Azcapotzalco. Av San Pablo Xalpa 180, Col. Reynosa Tamaulipas, Az- capotzalco, 02200, México, mgra@azc.uam.mx, ³Misma dirección que de-los-Cobos-Silva, rigaeral@azc.uam.mx, ⁴Misma dirección que de-los-Cobos-Silva, plara@xanum.uam.mx ⁵Misma dirección que de-los-Cobos-Silva, gamma@xanum.uam.mx ⁶Misma dirección que de- los-Cobos-Silva, emontes@xanum.uam.mx

1 INTRODUCCION

El método heurístico denominado Colonia de Abejas Artificiales (ABC del inglés Artificial Bee Colony) se considera dentro de los métodos de inteligencia de enjambre. Los métodos basados en inteligencia de enjambres han sido utilizados exitosamente para resolver diferentes problemas de optimización general. El objetivo de este trabajo es presentar una introducción a la heurísticas ABC para resolver el problema de encontrar los valores de los parámetros en el problema de regresión utilizando el criterio de mínimos cuadrados.

Considere el problema de regresión, donde se quiere encontrar los valores de los parámetros $\Theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p)$ tal que optimice el criterio de mínimos cuadrados, el cual mide la calidad de la aproximación funcional propuesta mediante la minimización de la suma de las diferencias cuadráticas:

$$S(\theta) = \|y - f(x, \Theta)\|^2 = \sum_i [y_i - f(x_i, \Theta)]^2 \quad (1)$$

donde $x_i = (x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{mi})$, e y_i para $i = 1, 2, \dots, n$ son las observaciones de las variables, y $\|\cdot\|$ es la norma euclideana usual.

De lo anterior se tiene un problema de optimización global definido como dada una función objetivo:

$$S : D \rightarrow \mathfrak{R},$$

se desea encontrar [14]:

$$\theta^* = \operatorname{argmin}_{\theta \in D} S(\theta).$$

El punto θ^* es llamado el mínimo global, D es el espacio de búsqueda definido como $D = \prod_i [\theta_{\min_i}, \theta_{\max_i}]$, $\theta_{\min_i} < \theta_{\max_i}$, $i = 1, 2, \dots, p$, esta especificación de D se conoce como restricción de caja.

Salvo cuando $f(x, \Theta)$ es una función lineal respecto del vector de parámetros Θ , no se conoce una solución general a este problema. Para el caso no lineal, existen algoritmos iterativos deterministas (Levenberg-Maquardt o Gauss-Newton) que pueden utilizarse en paquetes estadísticos, pero fallan para encontrar las soluciones óptimas del problema.

Por tanto, cuando se desea encontrar un modelo de regresión no lineal de mejor ajuste, respecto al criterio de mínimos cuadrados, se entra a un problema de programación general de tipo continuo, el cual es un problema difícil de resolver (c.f. [14]).

2 COLONIA DE ABEJAS ARTIFICIALES (ABC)

El algoritmo de colonia de abejas artificiales es un método que corresponde al tipo de inteligencia de enjambre, el cual emula el comportamiento de encontrar fuentes de alimento para el forrajeo de las abejas de miel y el compartimiento de información de las abejas para tal efecto. ABC fue inicialmente propuesto por Karaboga [4] y ha sido aplicado a diferentes problemas, tales como optimización restringida [5], redes neuronales [5], y conglomerados ([6], [8]), entre otros.

En ABC, se clasifican a las abejas en tres clases: abejas empleadas (en inglés: employed), abejas observadoras (en inglés: onlookers) y abejas exploradoras (en inglés: scouts). Las abejas empleadas están asociadas con una fuente de alimento en particular, y son las que están explotando el alimento, a la vez que llevan consigo la información de esta fuente particular de alimento a las observadoras. Las abejas observadoras son aquellas que están esperando en el área de danza de la colmena para que las abejas empleadas les compartan la información sobre las fuentes de alimento y entonces toman una decisión de elección de alguna fuente de alimento. Las abejas que salen del panal en busca de una fuente de alimento al azar son las llamadas exploradoras.

En ABC, la mitad de las abejas son empleadas y la otra mitad son observadoras, es decir, el número de abejas empleadas es igual al número de fuentes de alimento que están alrededor del panal. Las abejas empleadas cuya fuente de alimento se agotó se convierten en exploradoras.

La posición de una fuente de alimento representa una solución factible del problema de optimización y el monto de néctar o de alimento de la fuente de alimento corresponde a la calidad (o aptitud en inglés: fitness) de la solución asociada a dicha fuente.

Los principales pasos del algoritmo ABC se detallan a continuación.

En la fase de inicialización, se generan aleatoriamente SN soluciones (fuentes de alimento), donde SN denota el número de abejas empleadas, que es igual al de abejas observadoras. Cada solución es representada mediante un vector θ_i , ($i = 1, 2, \dots, SN$) contenido en el espacio D de p dimensiones, es decir, p es el número de parámetros a optimizar. Entonces se evalúa la cantidad de néctar fit , que es el valor de la función a optimizar. En la fase de las abejas empleadas, cada una de éstas, encuentra una nueva fuente de alimento v_i en la vecindad de θ_i utilizando la siguiente expresión:

$$v_{ij} = \theta_{ij} + O_{ij}(\theta_{ij} - \theta_{kj}) \quad (2)$$

donde $k \in \{1, 2, \dots, SN\}$ y $j \in \{1, 2, \dots, p\}$ son índices que se eligen aleatoriamente, $k \neq i$ y O_{ij} es un número aleatorio con distribución uniforme en el intervalo $[-1, 1]$. Entonces cada abeja empleada compara la nueva solución contra la actual y memoriza la mejor mediante un procedimiento glotón (en inglés: greedy).

En la fase de las abejas observadoras, cada una elige una fuente de alimento con cierta probabilidad, la cual está relacionada con el monto de néctar (fitness) de una fuente de alimento compartido por las abejas empleadas. La probabilidad se calcula mediante:

$$P_j = \frac{fit_j}{\sum_{i=1, \dots, SN} fit_i}, \text{ para toda } j = 1, 2, \dots, SN. \quad (3)$$

Este método conocido como el método de selección por ruleta², proporciona a los mejores candidatos una oportunidad mayor de ser elegidos.

En la fase de las abejas exploradoras, si una fuente de alimento no puede mejorarse durante un determinado número de ciclos, denominado como límite, es eliminada de la población, y la abeja empleada de tal fuente de alimento se convierte en exploradora. Las abejas exploradoras encuentran nuevas fuentes de alimento al azar utilizando la siguiente ecuación:

$$\theta_{ij} = \theta_{min_j} + \text{rand}[0, 1](\theta_{max_j} - \theta_{min_j}) \quad (4)$$

donde θ_{min_j} y θ_{max_j} son las cotas inferior y superior del parámetro θ_j , respectivamente.

Los pasos anteriores se repiten hasta un número máximo de ciclos (MCN) o hasta que el criterio de terminación se satisfaga.

En la Tabla 1 se proporciona el pseudo-código de ABC.

2.1 EJEMPLO PASO A PASO DE ABC

Considere el siguiente modelo de regresión (DanWood [12]):

$$f(X, \theta) = \theta_1 X_2^\theta,$$

$$0.7 \leq \theta_1 \leq 1,$$

$$3 \leq \theta_2 \leq 5.$$

con los valores muestrales dados en la Tabla 2

Los parámetros de control del algoritmo ABC son:

- $\theta = (\theta_1, \theta_2)$.
- Dimensión del espacio de parámetros: $p = 2$.
- Tamaño de la colonia: TC= 6.
- Límite abejas exploradoras: $L = (TC * p)/2$
- Número de abejas empleadas=número de abejas observadoras: $SN = (TC/2) = 3$.

²Para ver una descripción y ejemplos del método de ruleta ver [3]

1. Inicialice la población de soluciones $\theta_i, i = 1, 2, \dots, SN$
2. Evalúe la población
3. ciclo=1
4. repita
5. Produzca nuevas soluciones v_i para las abejas empleadas usando la ecuación 2 y evalúelas
6. Aplique un proceso de selección glotón para las abejas empleadas
7. Calcule los valores de probabilidad P_i para las soluciones θ_i usando la ecuación 3
8. Produzca las nuevas soluciones v_i para los observadoras desde las soluciones θ_i seleccionadas dependiendo de P_i y evalúelas
9. Aplique el proceso de selección glotón para las observadoras
10. Determine las soluciones abandonadas por las exploradoras, si existen, y reemplácelas con una nueva solución θ_i producida aleatoriamente mediante la ecuación 4
11. Memorice la mejor solución alcanzada
12. ciclo = ciclo + 1
13. hasta ciclo = MCN

Table 1: Pseudo-código del algoritmo ABC [7].

i	y_i	x_i
1	2.138	1.309
2	3.421	1.471
3	3.597	1.49
4	4.34	1.565
5	4.882	1.611
6	5.66	1.68

Table 2: Valores muestrales

Recuerde que el objetivo es el encontrar los valores de los parámetros tal que que minimice la suma de cuadrados del error, por lo que se desea:

$$\theta^* = \operatorname{argmin}_{\theta \in D} \|y - f(x, \theta)\|^2 = \operatorname{argmin}_{\theta \in D} \sum_i [y_i - f(x_i, \theta)]^2$$

Como se desea minimizar, la función fitness se considerará como:

$$fit_{\theta} = \begin{cases} \frac{1}{1+f(x,\theta)} & \text{si } f(x, \theta) \geq 0, \\ 1 + abs(f(x, \theta)) & \text{si } f(x, \theta) < 0. \end{cases}$$

Como se trata de un problema con valores de los parámetros acotados, en cada evaluación de los mismos hay que verificar que estén dentro de los límites

- Paso 1 y 2.- Se generan 3 soluciones aleatorias para θ de manera aleatoria y se evalúan. Para generar las soluciones aleatorias se utiliza:

$$\theta_i = (\theta_{i1}, \theta_{i2}); i = 1, 2, 3,$$

$$\theta_{ij} = l_j + rand(0, 1)(u_j - l_j); j = 1, 2.$$

donde l_j : cota inferior del parámetro j , u_j cota superior del parámetro j , $rand(0, 1)$ número aleatorio con distribución uniforme en el intervalo $[0,1]$.

Solución j	$\theta_{j,1}$	$\theta_{j,2}$	$\sum_i [y_i - f(x_i, (\theta_{1,j}, \theta_{2,j}))]^2$	fit_j
1	0.7	3	15.4355	0.0608
2	0.8	4	1.2449	0.4455
3	0.9	5	100.0379	0.0099

- Paso 3.- ciclo=1
- Paso 4.- repita
- Paso 5.- Produzca nuevas soluciones v_i para las abejas empleadas usando la ecuación 2 y evalúelas, recuerde que $k \in \{1, 2, 3\}$ y $j \in \{1, 2\}$ son índices que se eligen aleatoriamente, O^3 es un número aleatorio con distribución uniforme en el intervalo $[-1,1]$:

Abeja empleada i	k	j	O	$v_{ij} = \theta_{ij} + O(\theta_{ij} - \theta_{kj})$
1	3	2	0.8050	$v_{1,2} = \theta_{1,2} + O(\theta_{1,2} - \theta_{3,2})$ $= 3 + 0.8050(3 - 5) = 4.61$
1	2	1	0.8050	$v_{1,1} = \theta_{1,1} + O(\theta_{1,1} - \theta_{2,1})$ $= 0.7 + 0.8050(0.7 - 0.8) = 0.6195$

$\sum_i [y_i - f(x_i, \theta = (0.6195, 4.61))]^2$	fit
2.1722	0.3152

³Por simplicidad en este ejemplo estamos tomando $O_{ij} = 0, \forall i, j$.

Abeja empleada i	k	j	O	$v_{ij} = \theta_{ij} + O(\theta_{ij} - \theta_{kj})$
2	1	1	0.750	$v_{2,1} = \theta_{2,1} + O(\theta_{2,1} - \theta_{1,1})$ $= 0.8 + 0.750(0.8 - 0.7) = 0.875$
2	3	2	0.750	$v_{2,2} = \theta_{2,2} + O(\theta_{2,2} - \theta_{3,2})$ $= 4 + 0.750(4 - 5) = 3.25$

$\sum_i [y_i - f(x_i, \theta = (0.875, 3.25))]^2$	fit
2.0877	0.3239

Abeja empleada i	k	j	O	$v_{ij} = \theta_{ij} + O(\theta_{ij} - \theta_{kj})$
3	1	1	-0.950	$v_{3,1} = \theta_{3,1} + O(\theta_{3,1} - \theta_{1,1})$ $= 0.9 - 0.950(0.9 - 0.7) = 0.71$
3	2	2	-0.950	$v_{3,2} = \theta_{3,2} + O(\theta_{3,2} - \theta_{2,2})$ $= 5 - 0.950(5 - 4) = 4.05$

$\sum_i [y_i - f(x_i, \theta = (0.71, 4.05))]^2$	fit
0.0237	0.9768

- Paso 6.- Aplique un proceso de selección glotón para las abejas empleadas:

Abeja empleada i	fit_{θ_i}	fit_{v_i}
1	0.0608	0.3152
2	0.4455	0.3239
3	0.0099	0.9768

- Paso 7.- Calcule los valores de probabilidad P_i para las soluciones θ_i usando la ecuación 3:

Abeja empleada i	θ_i	fit_{θ_i}	P_i
1	(0.6195, 4.61)	0.7603	0.1814
2	(0.8, 4)	0.6919	0.2564
3	(0.71, 4.05)	0.9768	0.5622

- Paso 8.- Produzca las nuevas soluciones v_i^4 para los observadoras desde las soluciones θ_i seleccionadas dependiendo de P_i y evalúelas:

Observadora	i	θ_i	v_i	fit_{v_i}
1	3	(0.71, 4.05)	(0.71, 4.33)	0.3052

Como $0.3052 < 0.9768$, la solución no mejora.

Observadora	i	θ_i	v_i	fit_{v_i}
2	1	(0.8, 4)	(0.8, 3.86)	0.8524

⁴Se utilizará el método de ruleta para seleccionar la abeja empleada i para cada una de las abejas observadoras.

Como $0.8524 > 0.6919$, la solución 2 es mejorada, reemplace la solución θ_i por v_i .

Observadora	i	θ_i	v_i	fit_{v_i}
3	1	(0.6195,4.61)	(0.6195,3.7256)	0.1407

Como $0.1407 < 0.7603$, la solución no mejora.

- Paso 9.- Aplique el proceso de selección glotón para las observadoras

Abeja observadora i	θ_i	fit_{θ_i}
1	(0.6195,4.61)	0.7603
2	(0.8,3.86)	0.8524
3	(0.71,4.05)	0.9768

- Paso 10.- Determine las soluciones abandonadas por las exploradoras, si existen, y reemplácelas con una nueva solución θ_i producida aleatoriamente mediante la ecuación 4
- Paso 11.- Memorice la mejor solución alcanzada:

θ^*	fit_{θ^*}
(0.71,4.05)	0.9768

- Paso 12.- ciclo = ciclo + 1 = 1+1 = 2.

REFERENCIAS

- [1] Abbass, H.A. (2001) "Marriage in honey-bee optimization (MBO): a haplometrosis polygynous swarming approach", en: Proceedings The Congress on Evolutionary Computation (CEC2001), Seoul, Korea: 207-214.
- [2] Afshar, A.; Bozog Haddad, O; Marino, M.A.; Adams, B.J. (2007) "Honey-bee mating optimization (HBMO) algorithm for optimal reservoir operation", *Journal of the Franklin Institute* 344: 452-462.
- [3] de-los-Cobos Silva S.G.; Goddard-Close J.; Gutiérrez-Andrade M.A.; Martínez-Licona A. E.; (2010) "Búsqueda y Exploración Estocástica", *Colección CBI, Universidad Autónoma Metropolitana, Iztapalapa, México*.
- [4] Karaboga D. (2005) *An idea Based On Honey Bee Swarm For Numerical Optimization*, Technical Report-TR06, Erciyes University, Engineering Faculty, Computer Engineering Department.
- [5] Karaboga D.; Akay, B. (2007) "Artificial bee colony (ABC) algorithm on training artificial neural networks", en: Proceedings of 15th IEEE Signal Processing and Communications Applications: 1-4.

- [6] Ozturk, C.; Karaboga, D. (2008) "Classifications by neural networks and clustering with artificial bee colony (ABC) algorithm", en: Proceedings of the 6th International Symposium on Intelligent and Manufacturing Systems, Features, Strategies and Innovation, Sakarya, Turkey.
- [7] Karaboga, D.; Akay, B. (2009) "A comparative study of artificial bee colony algorithm", *Applied Mathematics and Computation* 214: 108-132.
- [8] Karaboga, D.; Osturk, C. (2010) "Fuzzy clustering with artificial bee colony algorithm", *Scientific research and Essays*, 5(14): 1899-1902.
- [9] Kennedy, J.; Eberhart, R.C. (2000), *Intelligent Swarm Systems*. Academic Press, New York, USA.
- [10] Kennedy, J.; Eberhart, R.C.; Shi Y. (2001), *Swarm Intelligence*. Morgan Kaufmann, San Francisco, USA.
- [11] McCullough, B.D.; Wilson, B. (2005) "On the accuracy of statistical procedures in Microsoft Excel 2003", *Comput. Stast. and Data Anal.* 49: 1244-1252.
- [12] NIST (2001), en:
[http : //www.itl.nist.gov/div898/strd/nls/nls_main.shtml](http://www.itl.nist.gov/div898/strd/nls/nls_main.shtml), consultada 23-Oct-2017, 11:35 a.m.
- [13] Pham, D.T.; Koc, E.; Lee, J.Y.; Phrueksanant, J. (2007) "Using the bees algorithm to schedule jobs for a machine", en: Proceedings Eighth International Conference on Laser Metrology, CMM and Machine Tool Performance, LAMDAMAP, Euspen, UK, Cardiff: 430-439.
- [14] Tvrdík, J. (2009) "Adaptation in differential evolution: a numerical comparison", *Applied Soft Computing* 9: 1149-1155.

MALMATH: LAS APPS MATEMÁTICAS

Serrano Heredia, Jose. Serrano Heredia, Jose Ramon. Diaz Orozco, Araceli

Universidad Michoacana de San Nicolas de Hidalgo. México.

ppepe10@yahoo.com, jramonserrano@yahoo.com.mx, aracceely@live.com

RESUMEN

Las aplicaciones matemáticas básicas deben enseñarse y usarse en apoyo al aprendizaje y deben ser arraigadas durante la licenciatura, sobre todo ante las crecientes innovaciones tecnológicas y de nuevos instrumentos como las apps. El conocer estas apps, sus beneficios de cada una, son de suma importancia. Las nuevas generaciones deben usar estas aplicaciones para aprender y comprobar sus operaciones matemáticas, ya que la educación debe ser integral, aprender para prácticamente toda la vida, por ello se requiere una constante actualización. Los próximos años, se vislumbra una demanda de conocimiento por parte de las nuevas generaciones que deben de estar preparadas con herramientas educativas y conocimientos que les permitan desenvolverse con facilidad en un mundo que cada día tiene mayores exigencias. MalMath versión 3.1.0, es un solucionador de problemas matemáticos que presenta una descripción de solución paso a paso de un problema, además de presentar una visión gráfica. Actualmente se dispone de poca información sobre el funcionamiento de las Apps matemáticas, pero se continúa con el esfuerzo de proporcionar herramientas a la sociedad para el mejor manejo de sus operaciones matemáticas. Existe una estrecha relación entre la educación y el uso de nuevas tecnologías, lo que sugiere que un nivel elevado de educación incrementa significativamente las probabilidades de uso de una App.

PALABRAS CLAVE

Apps, Matemáticas, Educación, Problemas

ABSTRACT

The basic mathematical applications must be taught and used in support of learning and must be ingrained during the degree, especially in the face of growing technological innovations and new instruments such as apps. Knowing these apps, their benefits of each one, are of the utmost importance. The new generations must use these applications to learn and check their mathematical operations, since education must be integral, to learn for practically all of life, therefore a constant updating is required. The next few years, there is a demand for knowledge on the part of the new generations that should be prepared with educational tools and knowledge that will allow them to function easily in a world that demands more and more every day. MalMath version: 4.0, is a mathematical problem solver that presents a step-by-step solution description of a problem, in addition to presenting a graphical view. Currently there is little information about the functioning of the Mathematical Apps, but the effort continues to provide tools to society to better manage their mathematical operations. There is a close relationship between education and the use of new technologies, which suggests that a high level of education significantly increases the probabilities of using an App.

KEY WORDS

Apps, Mathematics, Education, Problems

INTRODUCCIÓN

MalMath es un solucionador de problemas de matemáticas con descripción paso a paso y vista gráfica. Es gratis y funciona sin conexión a internet. Ayuda a los estudiantes a entender el proceso de resolución de problemas. Es útil para estudiantes universitarios, profesores. Está disponible en varios idiomas tales como inglés, alemán, español, italiano, francés, turco, albanés, croata, árabe, portugués.

Un problema matemático es una incógnita acerca de una cierta entidad matemática que debe resolverse a partir de otra entidad del mismo tipo que hay que descubrir. Para resolver un problema, se deben completar ciertos pasos que permitan llegar a la respuesta y que sirvan como demostración del razonamiento. Un problema matemático plantea una pregunta y fija ciertas condiciones, tras lo cual se debe hallar un número u otra clase de entidad matemática que, cumpliendo con las condiciones fijadas, posibilite la resolución de la incógnita. Hay problemas matemáticos que llevan siglos sin ser resueltos, a causa de basarse en cuestiones demasiado complejas o bien de requerir comprobaciones muy difíciles de llevar a cabo. La forma en la cual se enseñan las matemáticas suele ser muy limitada, ya que se basa en interiorizar una serie de datos y buscar una única respuesta en base a ellos, poco se les enseña a los estudiantes acerca del pensamiento lateral (es una técnica basada en el uso de la creatividad para dar con una solución a un problema), las matemáticas se benefician mucho de esta forma de pensar, especialmente cuando existe complejidad.

MalMath, presenta varias características:

- ✓ Descripción paso a paso con explicación detallada.
- ✓ Más fácil de entender.
- ✓ Genera problemas de matemáticas aleatorios con varias categorías y niveles de dificultad.
- ✓ Guarda o comparte soluciones y gráficos.

Algunas personas tienen dificultades al usar el razonamiento lógico para resolver problemas matemáticos de distinta complejidad. De ahí que los profesores deban ayudarles explicándoles a la perfección y de manera sencilla los distintos conceptos matemáticos que están utilizando, recurriendo al pizarrón, programas interactivos para computadoras, apps o esquemas sencillos que les permitan ir conociendo todos los pasos que hay que dar para llegar a una solución final y absolutamente certera.

MalMath, resuelve:

- ✓ Integrales
- ✓ Derivadas

- ✓ Límites
- ✓ Trigonometría
- ✓ Logaritmos
- ✓ Ecuaciones
- ✓ Álgebra

Existen varias versiones, tales como:

- ✓ MalMath: Step by step solver 3.1.0 APK (Updated: 2018-01-05) Filesize: 6122099 bytes
- ✓ MalMath: Step by step solver 2.1.0 APK (Updated: 2016-10-15) Filesize: 5953798 bytes
- ✓ MalMath: Step by step solver 1.8 APK (Updated: 2016-05-26) Filesize: 6323316 bytes
- ✓ MalMath: Step by step solver 1.7.4 APK (Updated: 2016-03-03) Filesize: -6299769 bytes
- ✓ MalMath: Step by step solver 1.5 APK (Updated: 2015-11-24) Filesize: -6165766 bytes

MalMath es una calculadora científica que nos permite resolver y definir fórmulas complejas, explica paso a paso la resolución del problema. En cada paso de la resolución, remarca la información importante y destaca con animaciones y explica los pasos seguidos para llegar a la solución. Además, ofrece otras funcionalidades como impresión de gráficas, un histórico de fórmulas resueltas, y un interesante generador de problemas para ponernos a prueba, es una buena herramienta para docentes y alumnos.

METODOLOGÍA

Este trabajo se considera una investigación descriptiva de tipo correlacional porque sus resultados miden el grado de relación entre las variables independientes con la dependiente. Pretende realizar una contribución de carácter teórico, con la finalidad de entender la aplicación matemática MalMath para la solución de ejercicios matemáticos, demostrando que actualmente existen Apps que ayudan a la comprensión y solución de problemas en el área de las matemáticas. Presenta una revisión conceptual y se ejemplifica su funcionamiento. Este trabajo desarrolla y presenta la metodología de solución de un problema simple.

DESARROLLO

MalMath, es una aplicación, que ayuda a la correcta solución de problemas, que actualmente ha tomado mayor relevancia, con un mayor valor, ya que la gran mayoría de estudiantes tienen sus propios celulares, por lo tanto, pueden trabajar con ella. Esta aplicación data desde el año de 2015 con la versión MalMath solver 1.5 APK (Updated: 2015-11-24) Filesize: -6165766 bytes, actualmente existen otras versiones haciéndose referencia a la número 3.1.0 en este trabajo, ya que se puede utilizar para cualquier problema matemático básico e intermedio como aprendizaje en el área de las matemáticas, razonamiento lógico matemático, producción, operaciones en métodos cuantitativos, investigación de operaciones, etc. A modo de ejemplo se presenta un ejercicio

matemático resuelto por esta aplicación. Esta App es una de los más fáciles de usar de todas las disponibles en los campos de las matemáticas, ya que se puede usar para resolver problemas o para verificar respuestas. Es fácil de ingresar el problema, así como su respuesta, los pasos intermedios generalmente están disponibles y se pueden mostrar. El objetivo de esta App es permitir a los estudiantes, resolver problemas de Matemáticas.

Figura 1. Ejercicio de Fracciones

$$\frac{x}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} =$$

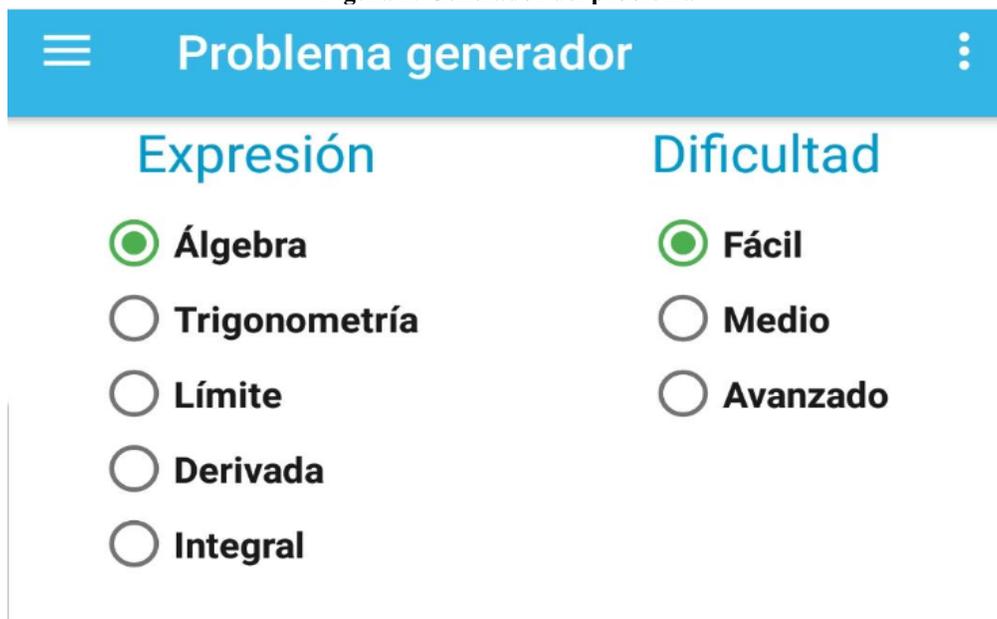
$$\frac{x}{1 + \frac{1}{\frac{x+1}{x}}} = \frac{x}{1 + \frac{x}{x+1}} = \frac{x}{\frac{x+1+x}{x+1}} = \frac{x}{\frac{2x+1}{x+1}} = \frac{x(x+1)}{2x+1}$$

Fuente: https://www.vitutor.com/ab/p/v_8.html (2018).

Uno de los objetivos en el aula, es el uso de apps, que permita a los estudiantes resolver problemas diversos de líneas de conocimiento tales como matemáticas, razonamiento lógico, estadística, matemática financiera, de la manera más rápida y fácil, que sean compatibles con el celular, tablet, y que pueden ayudar en la metodología de solución de un problema. Las apps han tomado una gran importancia en el mundo actual, tanto que en los App Promotion Summit se reúnen los expertos de app marketing más relevantes del mundo durante un día y citan las novedades de la app marketer y se fomenta el networking, con una serie de trabajos que tratan las técnicas ASO y acquisition, engagement o analítica móvil. Las matemáticas requieren de técnica, en la actualidad existen numerosas ramas interrelacionadas a las matemáticas, como la aritmética, álgebra, cálculo diferencial e integral, probabilidad y estadísticas, etc. MalMath, es un conjunto de posibilidades gratis para la solución de problemas, que escribe detalladamente el paso de solución de problemas, obtiene el resultado, pero permite aprender a resolver problemas, encontrar y corregir los errores en su propia solución o verificar si está correcta la solución.

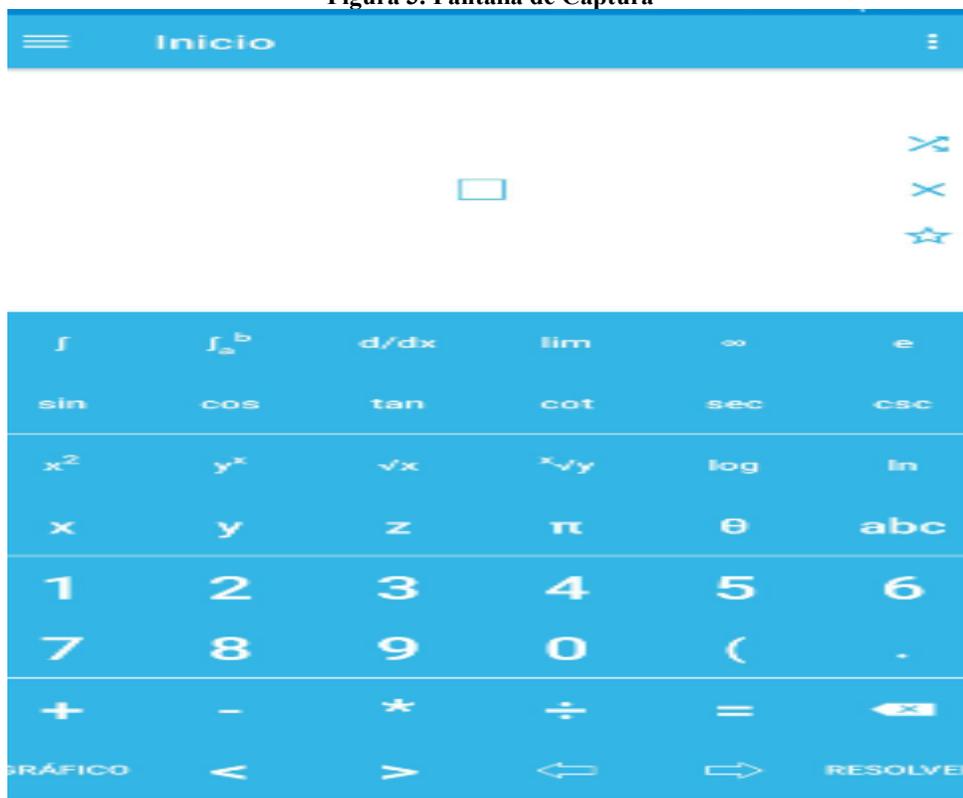
Resolviendo por medio de MalMath;

Figura 2. Generador del problema



Fuente: MalMath versión: 4.0 (2018).

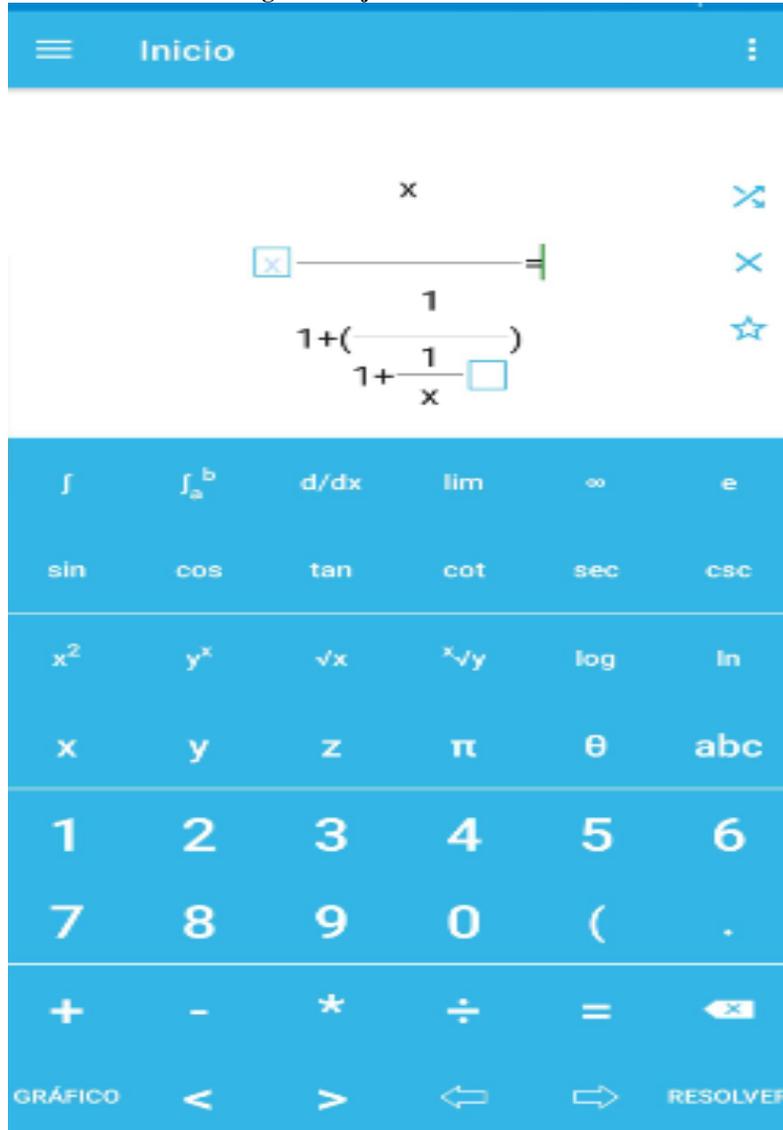
Figura 3. Pantalla de Captura



Fuente: MalMath versión: 4.0 (2018).

El conocimiento matemático del mundo moderno está avanzando rápidamente, teorías que eran completamente distintas se han reunido para formar teorías más completas y abstractas. Si bien la mayoría de los problemas más importantes han sido resueltos, otros siguen sin solución.

Figura 4. Ejercicio a Resolver



Fuente: MalMath versión: 4.0 (2018).

Actualmente, ya existen diversas apps que facilitan algunos aspectos del aprendizaje, algunas de ellas centradas en un uso recreativo de estas tecnologías, pero también se han desarrollado herramientas prácticas para el estudio y aprendizaje en diversas líneas del conocimiento, es decir, con el tiempo se han desarrollado todo tipo de apps que pueden ayudar al estudio, tales como apps para organizar el horario de estudio, apps para encontrar apuntes que faltan, etc.

Figura 5. Solución del Ejercicio

The screenshot shows the MalMath app interface. At the top is a blue header with a menu icon, the word "Inicio", and a settings icon. Below the header is a math input field containing the expression $\frac{x}{1 + \left(\frac{1}{1 + \frac{1}{x}} \right)}$. To the right of the input field are icons for clearing, deleting, and favoriting. Below the input field is a toolbar with various mathematical symbols and functions: \int , \int_a^b , d/dx , \lim , \rightarrow , ∞ , \sin , \cos , \tan , \cot , \sec , \csc , x^2 , y^2 , \sqrt{x} , $\sqrt[y]{x}$, \log , and \ln . Below the toolbar is a "Solución" (Solution) section with two radio buttons. The first radio button is selected and labeled "Solución 1" with the fraction $\frac{x^2 + x}{2x + 1}$. The second radio button is labeled "Solución 2" with the fraction $\frac{x(x + 1)}{2x + 1}$. At the bottom of the solution section are two buttons: "Cancelar" (Cancel) and "Mostrar pasos" (Show steps).

Fuente: MalMath versión: 4.0 (2018).

MalMath, tiene pruebas integradas para probar conocimientos y una interfaz mucho más intuitiva, con un sistema de desarrollo de problemas automático que permite obtener todos los pasos obtenidos al resolver una ecuación, derivada, integral o límite entre muchas otras aplicaciones. Proporciona la solución a muchos problemas matemáticos, ayuda a trabajar con una variable o más variables y a comprender la relación entre ellas, al resolver ecuaciones. Esta App es muy importante porque muestra el procedimiento de solución paso a paso, implementa un esquema de resaltado de sintaxis limpio y elegante que facilita la lectura y el seguimiento de la lógica de sus problemas matemáticos. La expresión matemática es resuelta, optimizada y se ejecuta a través del motor de cálculo. La mayoría de los problemas se resuelven en solo unos pocos segundos. Puede resolver sistemas de ecuaciones lineales, integración y diferenciación numérica, funciones de cálculo y mucho más.

Figura 6. Pasos de la Solución

Was this helpful?
 Donate to support development

$$\frac{x}{1 + \left(1 + \frac{1}{x}\right)}$$

$$\frac{x}{\frac{1}{x+1} + 1}$$

Combine los términos en $1 + 1/x$ utilizando el mínimo común denominador (MCD)

$$\frac{x}{1 + 1 \cdot \frac{x}{x+1}}$$

Multiplica el numerador por el inverso del denominador

$$1 + \frac{x}{x+1}$$

Cualquier multiplicado por 1 es igual a si mismo

$$\frac{x}{(x+1) + x}$$

Combine los términos en $1 + x/(x+1)$ utilizando el mínimo común denominador (MCD)

$$x \frac{x+1}{(x+1) + x}$$

Multiplica el numerador por el inverso del denominador

$$\frac{x(x+1)}{(x+1) + x}$$

Unir x y x+1

$$\frac{x^2 + x \cdot 1}{x+1+x}$$

Simplificar $(x(x+1))/((x+1)+x)$

$$\frac{x^2 + x}{2x+1}$$

Simplificar $(x^2+x1)/(x+1+x)$

Fuente: MalMath versión: 4.0 (2018).

Conclusiones

Cada día la forma de enseñar está cambiando, al usar cada vez más las tecnologías, para ello hay que cambiar los propios procesos de aprendizaje de las matemáticas, MalMath es una app para ayudarnos con ellas. es una app gratuita de Android. MalMath es mucho más que una calculadora, ya que hace mucho más que mostrar la solución de una operación compleja, enseña, paso a paso, cómo ha obtenido el resultado. La aplicación, es gratuita y funciona sin necesidad de Internet, permite llevar a cabo operaciones como integrales, derivadas, límites, ecuaciones simples o trigonometría. Razonar es la actividad mental que permite lograr la estructuración y la organización de las ideas para llegar a una conclusión. La lógica, por su parte, es la ciencia dedicada a la exposición de las formas, los métodos y los principios del conocimiento científico. Algo lógico, es aquello que respeta estas reglas y cuyas consecuencias resultan justificadas, válidas o naturales. Ante el uso constante del celular, tabletas, han surgido distintas aplicaciones, donde hay que desarrollar el razonamiento lógico mediante apps que se basan en ejercicios habituales que están presentes en las pruebas de inteligencia. La interfaz de MalMath muestra varias operaciones disponibles, donde se introduce la operación a resolver, y pulsando un botón se puede ver su resultado como una explicación del mismo. Es muy útil, al ser una aplicación especialmente para matemáticas y que quieran seguir aprendiendo. Actualmente, ya existen diversas apps que facilitan algunos aspectos del aprendizaje. MalMath, es una herramienta práctica para el estudio y aprendizaje en el área de las matemáticas, un tipo de app que puede ayudar a repasar un tema, está formada por un conjunto de opciones gratis para la solución de problemas. En los últimos años se han desarrollado una innumerable cantidad de aplicaciones móviles en el campo de la educación, siendo la principal misión. enriquecer o facilitar el proceso de aprendizaje de los estudiantes, así como también convertirse en herramientas efectivas para el cuerpo docente. Son diversas las funciones que cumplen estas aplicaciones, algunas fueron diseñadas para obtener mejores resultados en matemática.

BIBLIOGRAFIA

Alsina, A. (2004). *Desarrollo de competencias matemáticas con recursos lúdico-manipulativos*. Madrid: Narcea ediciones.

Ander-Egg. (1994). *Técnicas de Investigación Social*. México: Editorial Humanitas.

Aviles, E. (2015). *¿Cómo pueden las apps hacernos felices en el trabajo?* CEO de SlashMoblilit, Recuperado el 10 de marzo 2017. <https://www.reasonwhy.es/actualidad/sector/como-pueden-las-apps-hacernos-felices-en-el-trabajo>.

Canal, M.A. (2001). *Vivir las matemáticas*. Barcelona: Ed. Octaedro Rosa Sensat.

Cofre Jorquera, A., Tapia Araya, L. (2003). *Como Desarrollar el Razonamiento Lógico Matemático* (3th ed.).

Editorial Universitaria. Chile. ISBN 9561113546

Eduapps. (2018). *Aplicaciones Educativas*. Recuperado de <http://www.eduapps.es>

Estorach, V. (2016). *Tendencias del marketing en apps, según App Annie*. Recuperado el 19 de julio 2016. <https://www.vanessaestorach.com/tendencias-marketing-apps-apps-annie/>

Estorach, V. (2017). *¡Volvemos al App Promotion Summit! #APSLondon*, Recuperado el 7 de julio 2017. <https://www.vanessaestorach.com/volvemos-al-app-promotion-summit/>

Pérez Porto, J., Merino, M. (2013). *Definición de Solución*. Recuperado de <https://definiciones/solucion/>

Definición. Def. (2018). *Razonamiento Lógico*. Recuperado de <https://definicion.de/razonamiento-logico/>

Google Play. (2018). *Aplicaciones*. <https://play.google.com/store/search?q=apps%20regresion%20lineal&hl=es> 20

Online M School. (2018). *Online calculadora: Simplificación de fracciones*. Recuperado de <http://es.onlinemschool.com/math/assistance/fraction/simplify/>

Universia Argentina. (2015). *5 aplicaciones para mejorar el razonamiento lógico*. Recuperado el 15 de septiembre de 2018. <http://noticias.universia.com.ar/en-portada/noticia/2015/01/12/1118057/6-aplicaciones-mejorar-razonamiento-logico.html>

Web social. (2018). *Funciones Matemáticas. Soluciones Por Email*. Recuperado de <http://jfinternational.com/funciones-matematicas.html>

<https://blog.uptodown.com/apps-matematicas-android/>

<http://blogs.upm.es/observatoriogate/2015/05/28/malmath-la-calculadora-para-android-que-ademas-te-ensena>

Fuente: https://www.vitutor.com/ab/p/v_8.html (2018).

INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES: CASO UNLV

Serrano Heredia, José, Serrano Heredia, Gabriela Albertina
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. México.
ppepe10@yahoo.com, gabyalbertina@hotmail.com,

RESUMEN

El uso de medios digitales, software, es muy común en la actualidad. El ejercicio propuesto ejemplifica unas de las técnicas viables de solución a través de dicho software en especial para el caso de la regresión lineal. La investigación de operaciones es una rama de las matemáticas aplicadas, que utiliza métodos como modelado matemático, optimización, análisis de decisiones, simulación, algoritmos, etcétera, para tomar decisiones sobre problemas complejos. Estas decisiones tienen que ver con la optimización del valor más grande (ganancia, rendimiento, etc.) o el valor más pequeño (pérdida, reducción del riesgo, etc.) de alguna función objetivo.

Así, aquí se presenta la solución de un problema publicado en la página de la Universidad de Las Vegas, Nevada (UNLV), sobre regresión lineal. La solución se realiza usando el software POM-QM, versión 3 para Windows, que data desde el año de 1996, empleado para la Toma de Decisiones.

Palabras Clave: Regresión lineal, POM-QM, Toma de decisiones, Investigación de Operaciones.

ABSTRACT

The use of digital media, software, is very common nowadays. The proposed exercise exemplifies some of the viable solution techniques through said software, especially in the case of linear regression. Operations research is a branch of applied mathematics, which uses methods such as mathematical modeling, optimization, decision analysis, simulation, algorithms, etc. to make decisions about complex problems. These decisions have to do with the optimization of the greatest value (profit, performance, etc.) or the smallest value (loss, reduction of risk, etc.) of some objective function.

This paper presents the solution of a problem published on the page of the University of Las Vegas, Nevada (UNLV), on linear regression. The solution is made using the software POM-QM, version 3 for Windows, dating from 1996, used for Decision Making.

Keywords: Linear regression, POM-QM, Decision making, Operations Research.

Introducción

El uso de las tecnologías digitales puede ayudar en la innovación, en la educación a adquirir saberes y motivar al alumno a aprender a aprender y para adquirir por sí mismo conocimiento. Es necesario, por lo tanto, el uso de software que impacte en una mejor calidad de educación. Uno de los problemas es cómo asignar recursos de manera óptima, para lo cual hay métodos para resolver problemas básicos mediante el uso de una generalización matemática de estos problemas. Así mismo, hay aplicaciones para problemas de planificación en la industria, técnicas de programación lineal aplicadas a varias líneas del conocimiento.

La Investigación de Operaciones (IO o OR) es la aplicación de los métodos de la ciencia a los problemas complejos que surgen en la dirección y gestión de grandes sistemas de recursos humanos, equipos, máquinas, materiales, dinero, en la industria, empresas, gobierno, etc. Se usa la investigación de operaciones para problemas donde se quiere encontrar matemáticamente la mejor solución posible; uno de esos casos son los problemas de regresión lineal. La característica de la investigación de operaciones es desarrollar un modelo científico del problema, incorporando medidas de factores como la probabilidad y el riesgo, con los cuales predecir y comparar resultados de decisiones alternativas. El propósito es ayudar a la gerencia y/o administradores a determinar científicamente sus acciones y toma de decisiones.

De acuerdo a Carro (2009), la investigación de operaciones significa hacer investigación sobre las operaciones y se aplica a problemas que se refieren a la conducción y coordinación de operaciones o actividades dentro de una organización; utiliza un enfoque similar a la manera en que se lleva a cabo la investigación en los campos científicos.

Resolver un problema de programación lineal implica la optimización de una función objetivo lineal, sujeta a restricciones de igualdad y desigualdad lineal, para determinar el mejor resultado dada una lista de restricciones. Actualmente la investigación de operaciones se usa para muchos problemas comerciales, procesos de operaciones para aprovechar materiales, mano de obra, insumos para la producción, control de inventario, administración de transporte, sistemas de entrega, programación de personal, tareas de proyectos, etapas en la producción, en el diseño para un flujo eficiente de materiales, diseño para reducir el tiempo de fabricación y en consecuencia el costo. Existen además otras áreas de aplicación como para problemas de colas, competencia, búsqueda, etc.

Taha (2012), menciona que los modelos desarrollados son representaciones exactas de situaciones reales, lo que es raro en la IO, ya que la mayoría de las aplicaciones suelen implicar diversos grados de aproximación. Estos ilustran los niveles de abstracción que caracterizan el desarrollo de un modelo de IO, donde abstraemos de la situación real del mundo real el supuesto al concentrarnos en las variables dominantes que controlan el comportamiento del sistema real. Donde el modelo expresa de una manera razonable las funciones matemáticas que representan el comportamiento del mundo real supuesto.

La investigación de operaciones ahora también es utilizada para gestionar el tráfico por carretera, para la asignación de calles de un solo sentido, para determinar las rutas de los autobuses. Después de que se desarrolló la programación lineal, se inició la discusión de la programación no lineal, que se conoce como dualidad y tiene que ver con los precios sombra (precio máximo

que la administración está dispuesta a pagar por una unidad adicional de un recurso limitado) y es una generalización de los multiplicadores de Lagrange. Por ejemplo, el precio de mantener una línea de producción en operación.

Base Teórica.

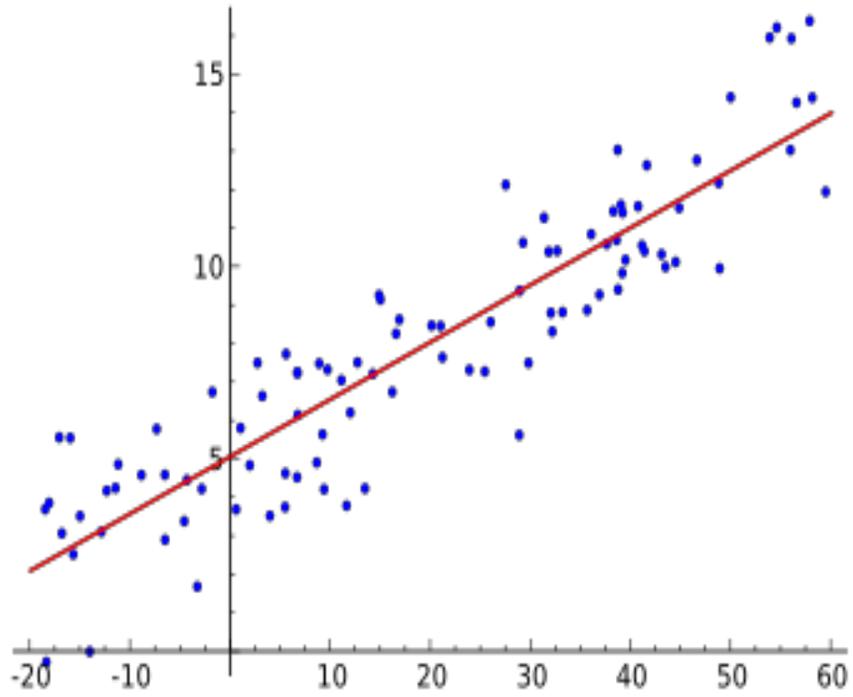
Según Palacios Figueroa (2018), los modelos se explican en tres partes:

- ✓ Formulación de un modelo que incluye traducir la definición del problema a un modelo cuantitativo, que represente la esencia del sistema que se encuentra bajo estudio.
- ✓ Utilización de un método matemático (método gráfico).
- ✓ Interpretación objetiva del modelo incluyendo su análisis de sensibilidad que implica la formulación y argumentación del mismo.

La Regresión lineal, determina el grado de dependencia de series de valores X e Y, prediciendo el valor estimado que se obtendría para un valor x que no esté en la distribución. Existen diferentes tipos de regresión lineal que se clasifican de acuerdo a sus parámetros:

- ✓ Regresión lineal simple: Estudia los cambios que afectan a una variable aleatoria, en el caso de existir una relación funcional entre variables que puede ser establecida por una línea recta. Es decir, cuando una variable independiente ejerce influencia sobre una variable dependiente. $Y = f(x)$
- ✓ Regresión lineal múltiple: Se presenta cuando 2 o más variables independientes influyen sobre una variable dependiente $Y = f(x, w, z)$.

Figura 1. Regresión lineal con una variable dependiente y una variable independiente



Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/Regresi3n_lineal (2018).

Figura 2. Problema Propuesto



Math 124
Lab 2 (Chapter 1 Supplement)
Linear Regression

Lab Objectives: To understand the use of linear regression. To be able to fit a regression line to a given set of data, and to predict missing data values

Description of Lab:

Part A: First, go over the notes on linear regression (this follows Section 1.4 in the online notes).

Data: You have noticed that in a class you are teaching, student performance seems to decline when your students claim to get no sleep. You collect some data on the next test by asking students to record the amount of sleep they *lost* the night before based on an 8 hour sleep night. For example, if they write '2' on their test, it means they only got 6 hours sleep the night before. You record their sleep deprivation (in hours) along with their test scores (out of 100 points). The data is below.

Sleep Dep	Test Score
2	82
3	74
5	56
6	47
7	38
8	29

Part B:

1. Find the equation for the regression line
2. Plot the data and line on the same axis
3. Determine the correlation coefficient (r value) and describe whether you think it is a good fit of the data and why
4. According to your model, for each hour of sleep lost, how many points will be lost on the test?
5. Project what the test score would be if a student got a full night's sleep
6. Project what the test score would be if a student got only 4 hours of sleep
7. According to your model, is it possible for a student to get a 0 on a test? Why or why not?

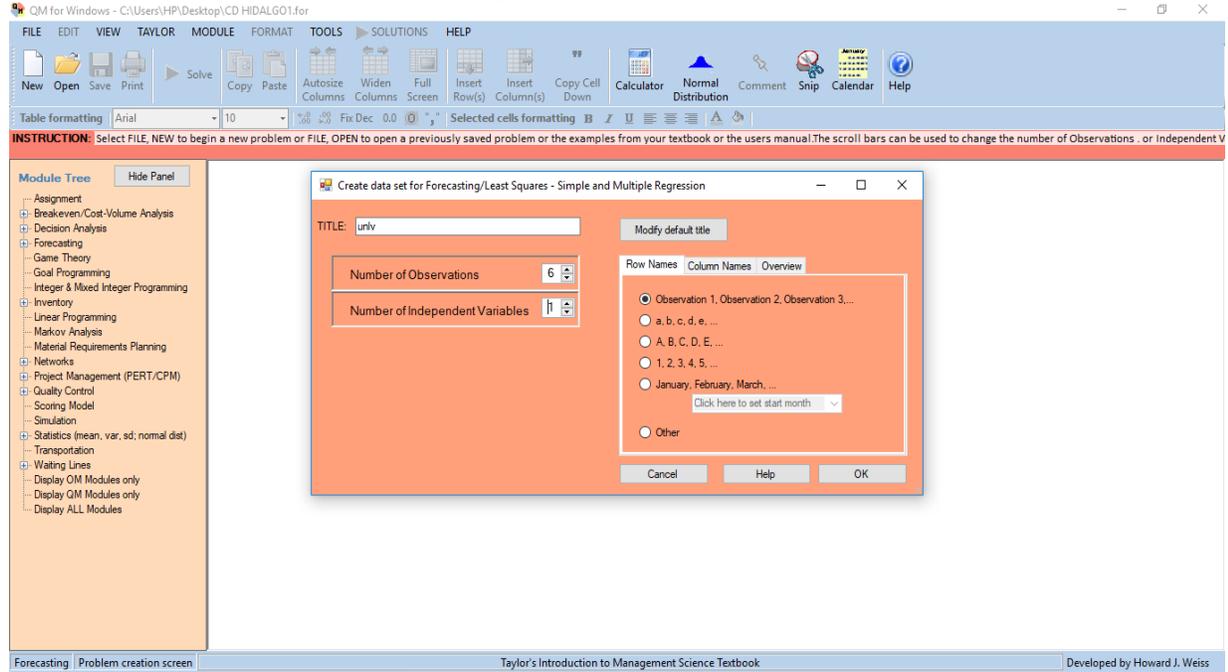
Fuente: <http://bellomo.faculty.unlv.edu/Math124/Labs/Lab02.pdf>. (2018).

En estadística, la regresión lineal o ajuste lineal es un modelo matemático usado para aproximar la relación de dependencia entre una variable dependiente Y , las variables independientes X_i y un término aleatorio ϵ .

El objetivo de un análisis de regresión es determinar la relación que existe entre una variable dependiente y una o más variables independientes. Para poder realizar esta relación, se debe postular una relación funcional entre las variables.

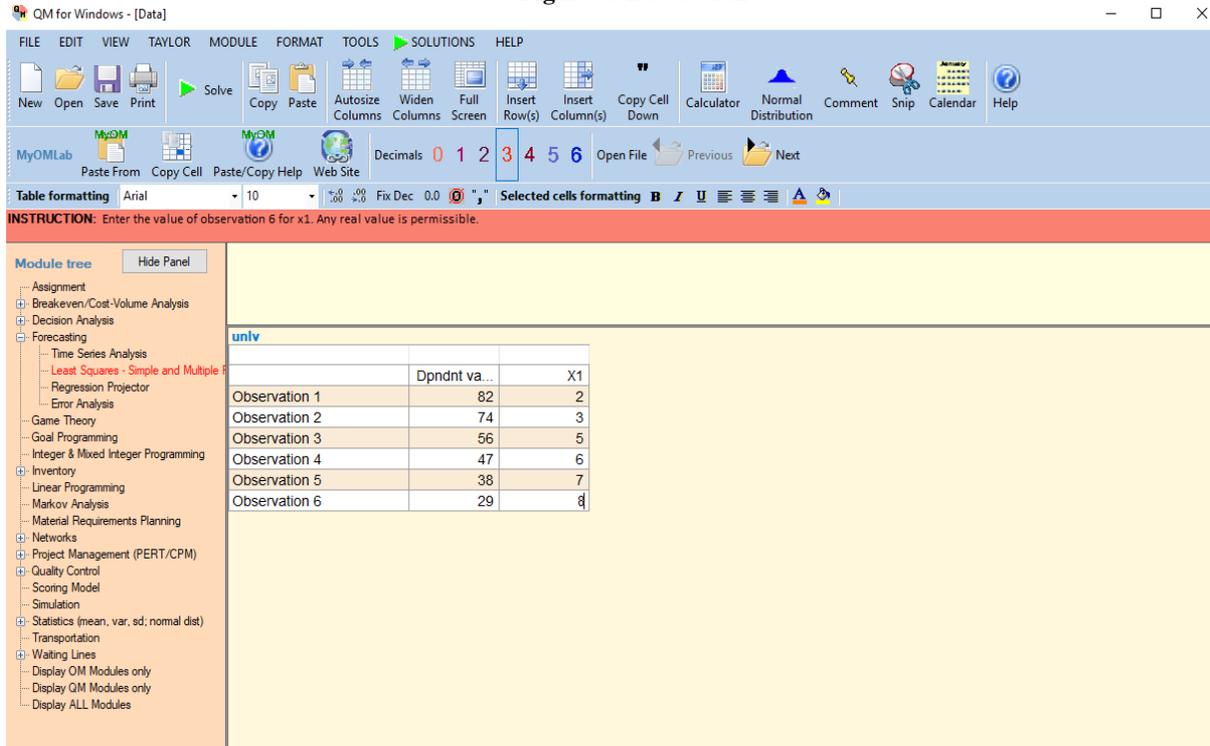
Cuando se trata de una variable independiente, la forma funcional que más se utiliza en la práctica es la relación lineal. El análisis de regresión entonces determina la intensidad entre las variables a través de coeficientes de correlación y determinación.

Figura 3. Datos Iniciales UNLV



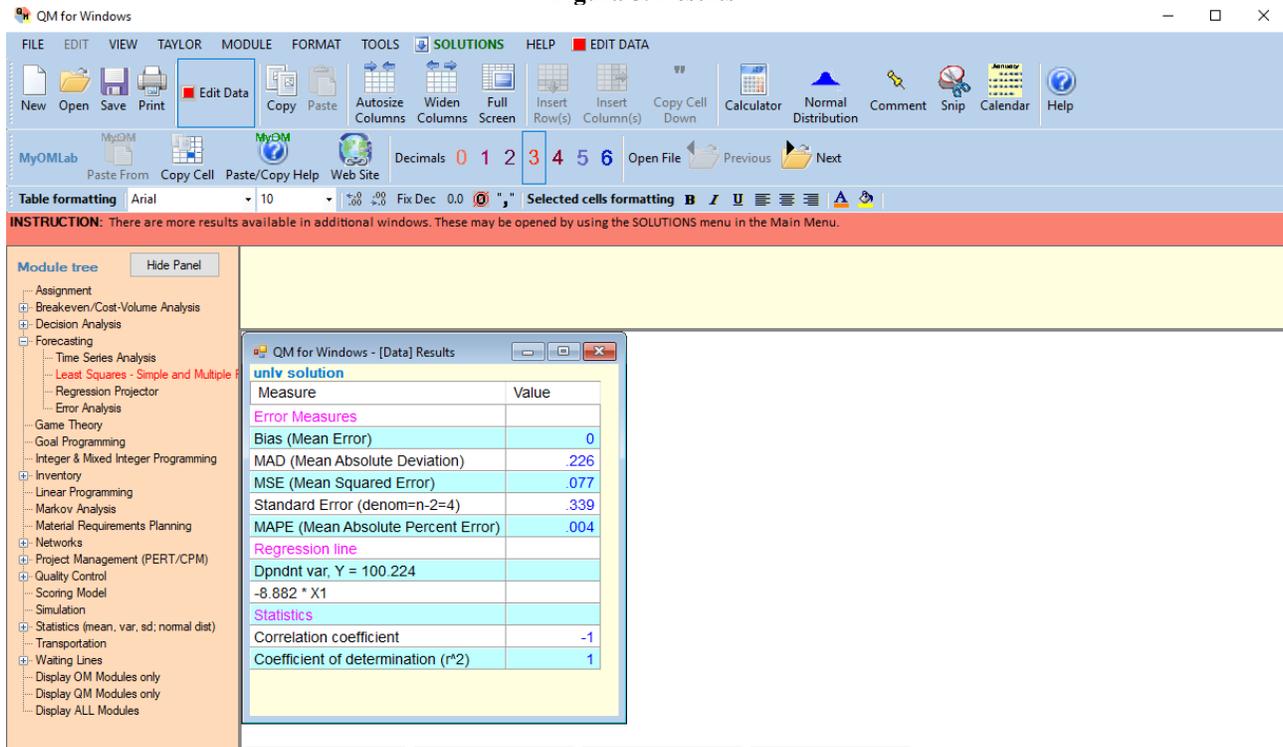
Fuente: QM for Windows (2018).

Figura 4. Datos UNLV



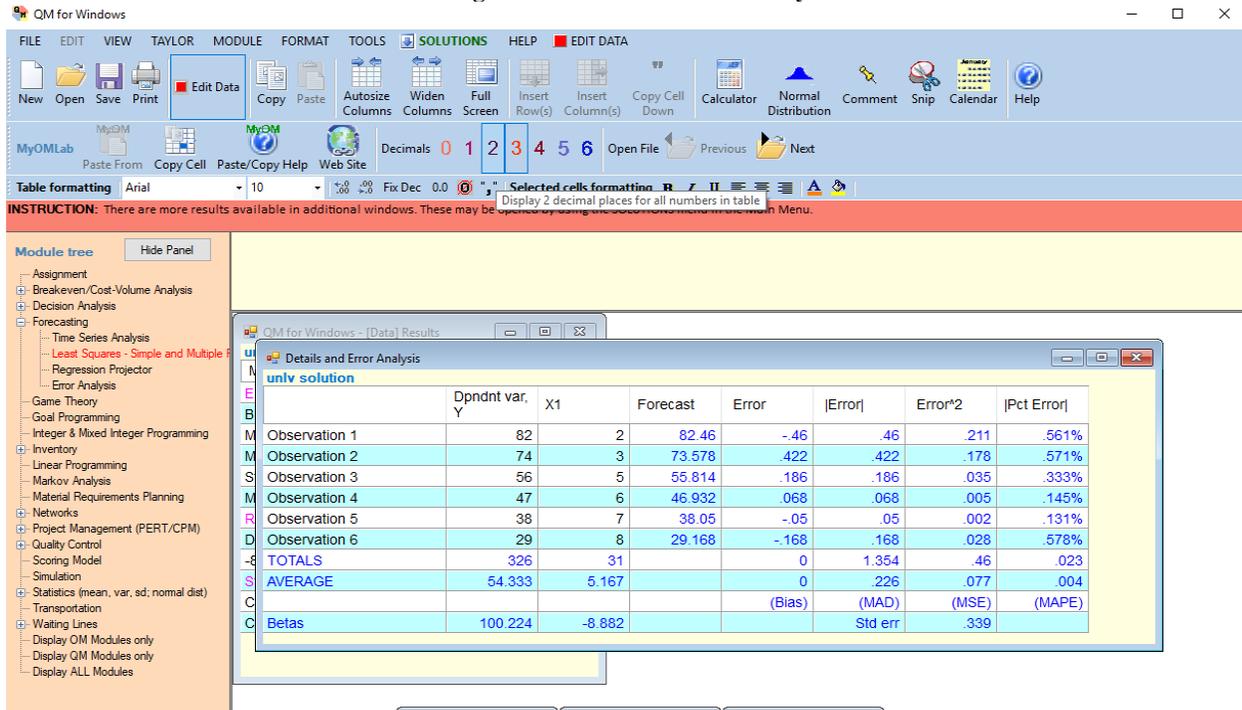
Fuente: QM for Windows (2018).

Figura 5. Results



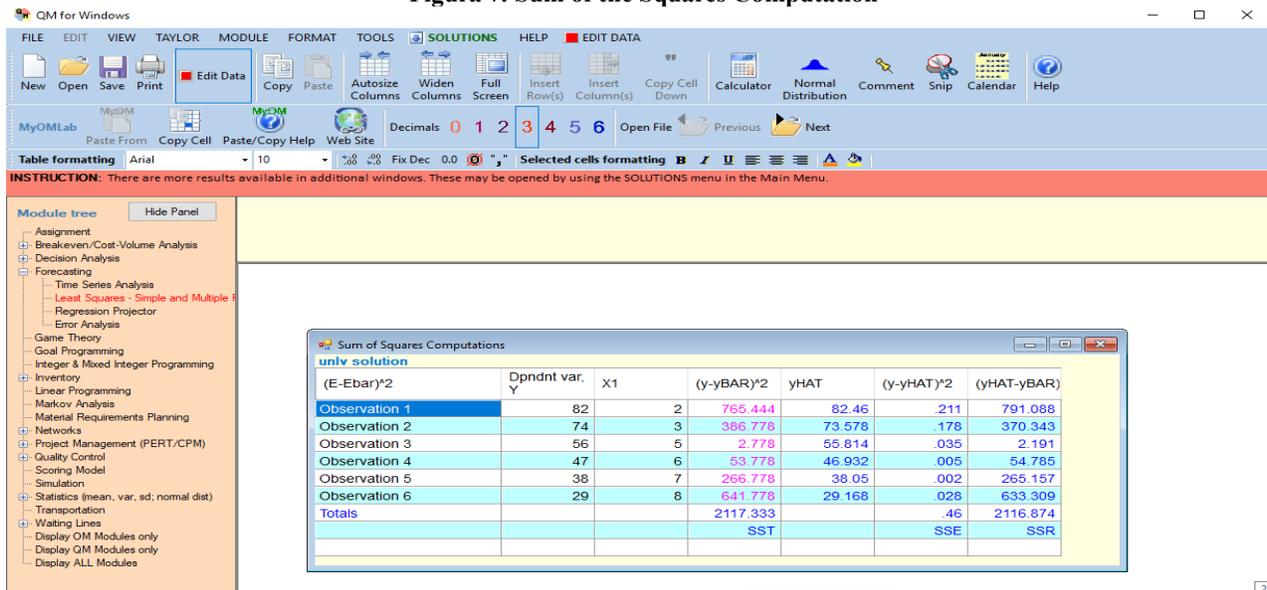
Fuente: QM for Windows (2018).

Figura 6. Details and error analysis



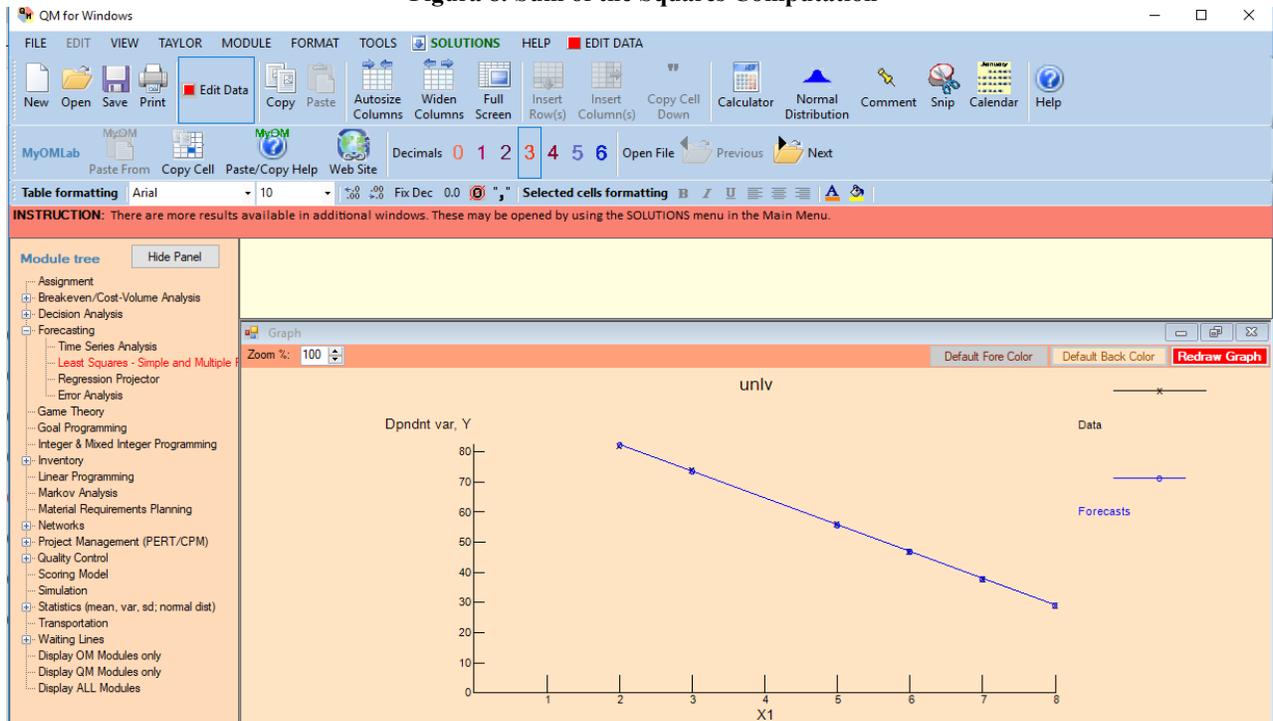
Fuente: QM for Windows (2018).

Figura 7. Sum of the Squares Computation



Fuente: QM for Windows (2018).

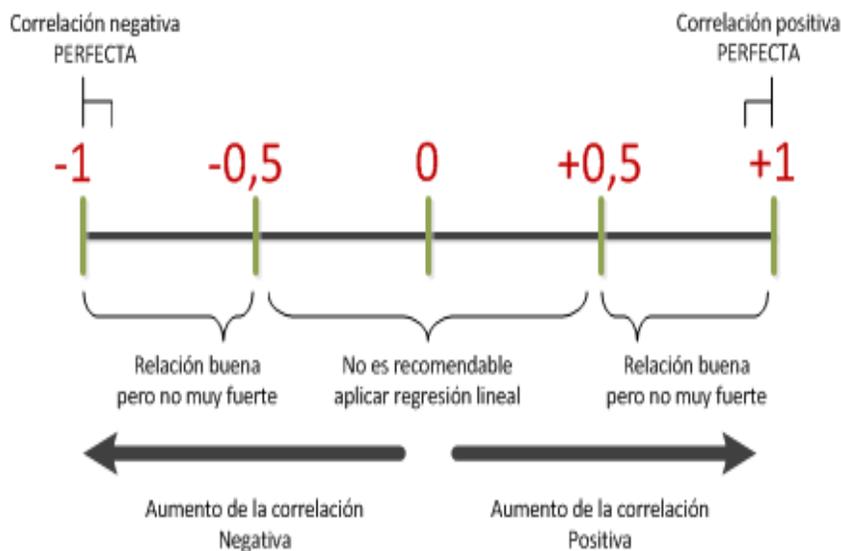
Figura 8. Sum of the Squares Computation



Fuente: QM for Windows (2018).

El coeficiente de correlación (r), es una medida de asociación entre las variables aleatorias X y Y , cuyo valor varía entre -1 y $+1$.

Figura 9. Coeficiente de Correlación



Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/Regresi3n_lineal (2018).

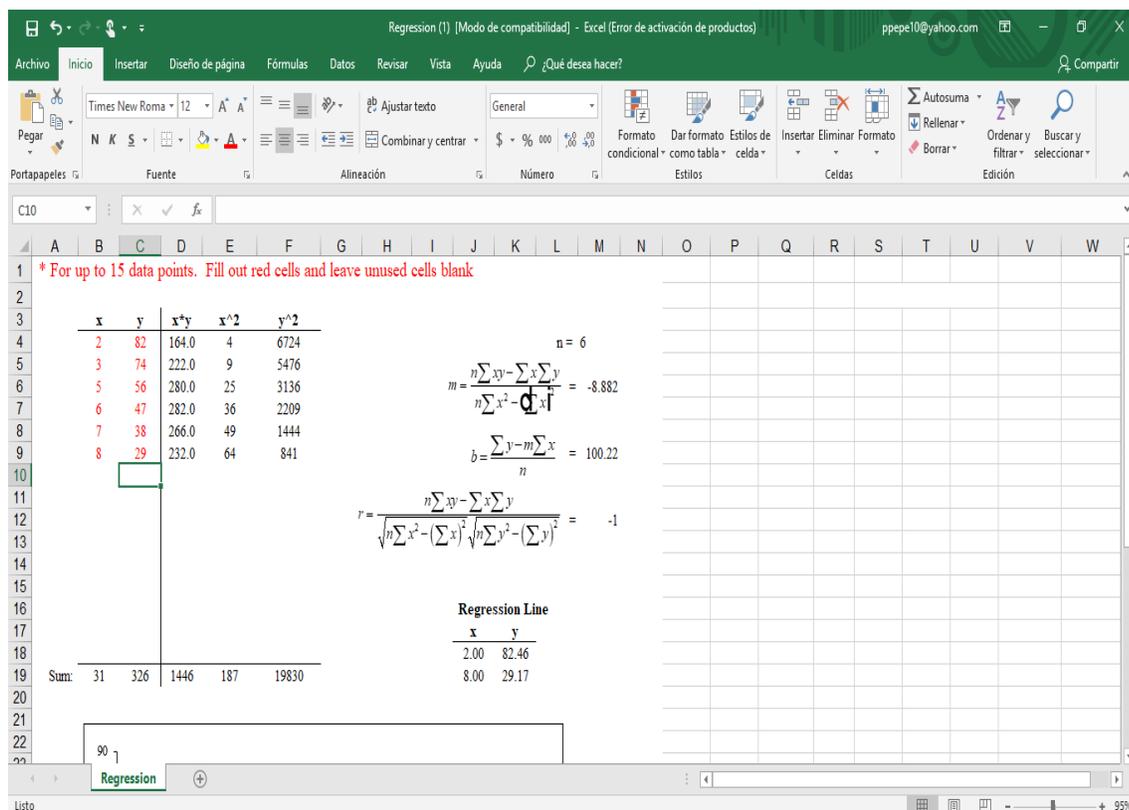
De acuerdo a Fahrmeir, L., Kneib, Th., Lang, S., Marx, B (2013), los modelos y métodos más importantes de regresión se presentan sobre una base formal sólida, y su aplicación apropiada es mostrada a través de muchos ejemplos de datos reales y estudios de casos. La disponibilidad de software, fácil de usar, ha sido un criterio importante para los métodos, aplicados en las ciencias sociales, económicas y de la vida, estadística, y en modelos estadísticos y análisis de datos. Requiere un nivel matemático intermedio y conocimiento de probabilidad básica, cálculo y estadística.

Bingham, N. H., Fry, John M (), citan que la regresión es la rama de las estadísticas en la que una variable dependiente de interés se modela como una combinación lineal de una o más variables predictoras, junto con un error aleatorio. El tema es inherentemente bidimensional o de mayor dimensión, por lo que es esencial comprender las estadísticas en una dimensión. Con la regresión, los modelos lineales en estadísticas llenan la brecha entre la teoría estadística introductoria y las fuentes de información más especializadas.

El ejercicio resuelto es una regresión lineal simple (una variable predictiva), y análisis de varianza (ANOVA), en caso de más variables se podría explorar como una regresión lineal múltiple (varias variables predictoras) y análisis de covarianza (ANCOVA).

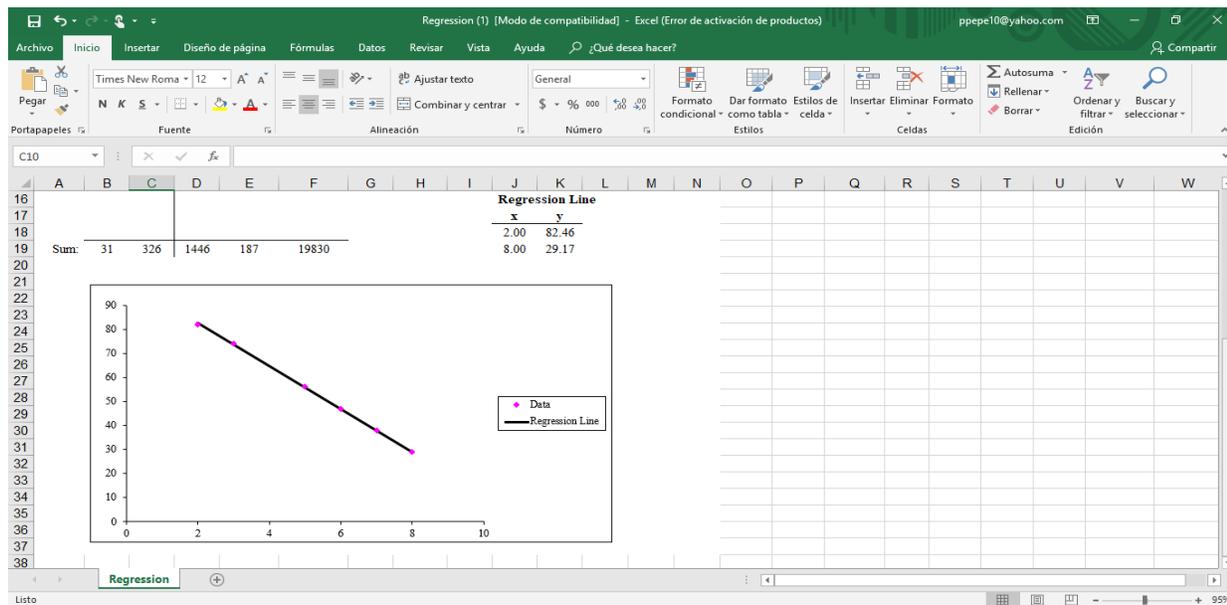
El problema también puede ser resuelto usando Excel:

Figura 10. Datos en Excel



Fuente: Excel (2018).

Figura 11. Grafica en Excel



Fuente: Excel (2018).

Conclusiones

La regresión lineal permite hallar el valor esperado de una variable aleatoria cuando otra(s) toma(n) un valor específico, asume una linealidad ante un comportamiento creciente o decreciente, de ahí que, es necesario realizar un análisis de regresión que determine las relaciones entre las variables que componen el modelo de esa regresión. Es un parámetro óptimo para problemas de demanda con tendencia creciente o decreciente, comportamientos que presenten una relación de linealidad entre la demanda y el tiempo.

La regresión lineal es el caso de una distribución bidimensional, que indaga como influye una variable sobre otra. Pudiéndose dar una dependencia causa efecto, lo que se representa en un sistema de coordenadas cartesianas, obteniéndose un conjunto de puntos, llamados puntos de dispersión, cuyo análisis permite estudiar cualitativamente, la relación entre ambas variables. En la regresión lineal, existe una dependencia funcional entre las variables x e y que mejor ajusta a la distribución bidimensional a ello se le denomina regresión lineal cuando la función es lineal, es decir, requiere la determinación de dos parámetros: la pendiente y la ordenada en el origen de la recta de regresión, $y=ax+b$. Permite, determinar el grado de dependencia de las series de valores X e Y , prediciendo el valor y estimado que se obtendría para un valor x que no esté en la distribución. El caso de la UNLV que se resuelve, observa una correlación excelente al presentar un coeficiente de correlación de -1 en sentido negativo, para lo cual podemos concluir que el instrumento obtenido reporta excelentes resultados y que cuyas predicciones tienen un error aleatorio mínimo.

Bibliografía

Ander-Egg. (1994). *Técnicas de Investigación Social*. México: Editorial Humanitas.

Bingham, N. H., Fry, John M. (2010). *Linear Models in Statistics: Regression*. XIII, 284. Springer-Verlag London. ISBN 978-1-84882-969-5

Carro, R. (2009). *Investigación de Operaciones en Administración*. 3a edición. Pincu. Argentina

Fahrmeir, L., Kneib, Th., Lang, S., Marx, B (2013). *Regression: Models, Methods and Applications*. 1ª edición, XIV, 698, Springer-Verlag Berlin Heidelberg. ISBN 978-3-642-34333-9

Palacios Figueroa, R. (2018). *Investigación de Operaciones i Programación Lineal*. Alfaomega. ISBN: 978-607-622-753-4

Sodhi, M.S. (2007). *What about the O in O.R.?" OR/MS Today*, December, 2007, p. 12,

Taha, H. A. (2012). *Investigación de Operaciones* (9a edición). Pearson. Usa. ISBN 978-607-32-0796-6

<https://www.ingenieriaindustrialonline.com/herramientas-para-el-ingeniero-industrial/pronóstico-de-ventas/regresión-lineal/>

<http://www.lionhrtpub.com/orms/orms-12-07/frqed.html>

http://en.wikipedia.org/wiki/Operations_research

http://en.wikipedia.org/wiki/Linear_programming

<http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/cursoJava/numerico/regresion/regresion.htm>

LÓGICA DIFUSA COMO HERRAMIENTA PARA ANALIZAR LA ANALOGÍA ENTRE UN SISTEMA ECONÓMICO Y UN SISTEMA TERMODINÁMICO

Tapia Reynoso S., Delgado May V.A, Correa García M.G

Instituto Tecnológico Superior de Ciudad Hidalgo. Michoacán; México.
stapia@itsch.udu.mx, adelgado@itsch.udu.mx, gcorrea@itsch.udu.mx

RESUMEN

El propósito del presente artículo es analizar la relación entre un sistema económico y un sistema termodinámico bajo el enfoque de la lógica difusa. Para la descripción fenomenológica de sistemas económicos, basados en la descripción análoga de sistemas termodinámicos, usaremos una definición operacional de una escala de temperatura económica.

ABSTRACT

The purpose of this article is analyze the relationship between an economic system and a thermodynamic system under the approach of fuzzy logic. For the phenomenological description of economic systems, base on the analogous description of thermodynamic systems, we will use an operational definition of an economic temperatura scale

KEYWORDS: fuzzy logic, economic system, thermodynamic systems .

1. INTRODUCCIÓN.

La lógica difusa es concebida en la década del 60 por el ingeniero eléctrico iraní Lofty Zadeh, en la Universidad de California, Berkeley, publicando un artículo titulado “Fuzzy Sets”. Posteriormente esta tecnología que nace en EE.UU. es perfeccionada en Europa, y finalmente aplicada en Oriente, principalmente en Japón (Molina, 2009).

En general la lógica difusa pretende producir resultados exactos a partir de datos imprecisos. El adjetivo «difuso» se debe a que los valores de verdad utilizados en esta, generalmente tienen una connotación de incertidumbre. Así, lo difuso puede entenderse como la posibilidad de asignar diferentes valores de verdad a los enunciados y no solamente los clásicos «falso» o «verdadero». La lógica difusa se basa en los conjuntos difusos. En un conjunto difuso a cada elemento del universo se le asocia un grado de pertenencia al conjunto, en el intervalo $[0,1]$. En esto difieren de los conjuntos clásicos ya que la función de pertenencia en estos sólo puede tener dos valores 1 ó 0.

En este artículo se examina la teoría propuesta por W. Saslow acerca de la relación entre la economía y la termodinámica (Saslow, 1999). En esta teoría se supone que los sistemas económicos se encuentran en equilibrio con la finalidad de poder hacer la analogía con la Termodinámica en equilibrio

2. BASE TEÓRICA.

Los conceptos empleados en Lógica Difusa y Probabilidad están relacionados en cierto modo, pero son totalmente diferentes. De forma resumida, la probabilidad representa información sobre frecuencia de ocurrencias relativas de un evento bien definido sobre el total de eventos posible. Por su parte, el grado de pertenencia difuso representa las similitudes de un evento con respecto a otro evento, donde las propiedades de esos eventos no están definidas de forma precisa (Morcillo).

La termodinámica se ocupa de la transformación de calor Q , en trabajo mecánico W . Estas dos cantidades están relacionadas en la

primera ley de la termodinámica.

$$\Delta U = Q - W$$

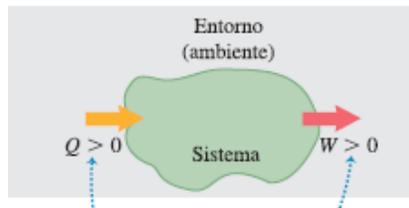
ΔU es la energía interna del sistema.

Q la cantidad de calor que entra o sale del sistema

W la cantidad de trabajo hecho por el sistema.

Si el sistema es una gas ideal, la energía interna ΔU solo depende de la temperatura T . En este caso la energía interna toma la forma $\Delta U = nC_v dT$.

La siguiente figura muestra como se calcula la energía interna para un sistema en el que entra una cantidad de calor y este sistema realiza un trabajo sobre el ambiente.



Primera ley de la economía:

$$\Delta E = Q - W$$

Capital ΔE

- El capital se mantiene constante en cada ciclo productivo
- El capital determina el tipo de economía de un sistema (familia, negocio, país, etc.)

Superávit Q

- El superávit es el resultado directo del trabajo realizado
- Depende de como se realiza el ciclo productivo

Trabajo W

- El trabajo es el esfuerzo y el conocimiento que invertimos al realizar un proceso productivo
- Un obrero manejando una maquina representa trabajo en función del rendimiento diario obtenido en la cadena de producción
- Depende de como se realiza el ciclo productivo.

En un mercado de N bienes y servicios, mediante un factor de proporcionalidad C podemos definir un estado económico mediante la ecuación

$$\Delta E = NCdT$$

Donde dT es la temperatura económica del sistema y se interpreta como el nivel de vida de la sociedad, o el producto interno bruto per cápita de un país.

3. DESARROLLO DE LA PROPUESTA

Control del proceso

En esta sección mediante un ejemplo práctico se introducirán los conceptos básicos de la lógica difusa para poder analizar las analogías entre un sistema económico y un sistema termodinámico. El flujo de calor hacia el sistema lo podemos pensar como un control de procesos. El problema consiste en realizar el

control de la temperatura de un sistema. Actualmente, el control de la temperatura lo lleva acabo un operador del sistema de forma manual y lo hace abriendo una válvula que permite el paso de calor, manteniendo una temperatura aproximada de 22 °C.

Lógica Difusa

Como primer paso de la solución de nuestro ejemplo se clasificarán las posibles temperaturas que puede haber en el proceso de introducir el calor al sistema, por ejemplo: CALIENTE, TIBIO Y FRÍO.

En la lógica difusa se parte del hecho de que conceptos como alto, bajo, ruidoso, dulce, caro, amargo, barato, delgado, etc. Son percibidos de manera diferente por cada persona. Por ejemplo para una persona de Alaska el concepto de caliente puede ser arriba de 10 °C, mientras que para un mexicano el concepto de caliente es arriba de 30 °C. Por esta razón los conjuntos CALIENTE, TIBIO Y FRÍO son llamados *conjuntos difusos*. Un conjunto difuso es un conjunto con límites borrosos o “no muy bien” definidos.

Una vez clasificadas las temperaturas del sistema en conjuntos difusos, se le asignarán valores, los valores que se le asociarán a cada conjunto difuso tiene que ver con el contexto del problema, en este caso el sistema. Esto se hace tomando en cuenta la experiencia del operador, quien define los siguientes rangos de temperatura (T), para cada conjunto, ver la tabla 1.

Supongamos que se mide en el sistema la temperatura y la medición es de 27.9 °C, la temperatura pertenece a conjunto TIBIO, pero esta únicamente a 0.1 grados para ser caliente, podemos decir que la temperatura es *prácticamente, o casi* caliente pero para la clasificación de la figura 1 se dice que está TIBIO, de este razonamiento surge la necesidad de definir un rango donde 27.9 °C esté incluido también dentro del conjunto CALIENTE.

La lógica difusa lo hace asignándole a la medición un porcentaje de pertenencia al conjunto debido a que está numéricamente cerca. Se definen entonces los nuevos intervalos de los conjuntos difusos como se muestra en la figura 2.

Criterio	Etiqueta	Dominio
Temperatura (°C)	Frío	$0 < T \leq 16$
Temperatura (°C)	Tibio	$16 < T < 28$
Temperatura (°C)	Caliente	$28 \leq T$

Tabla 1. Rango de temperaturas.

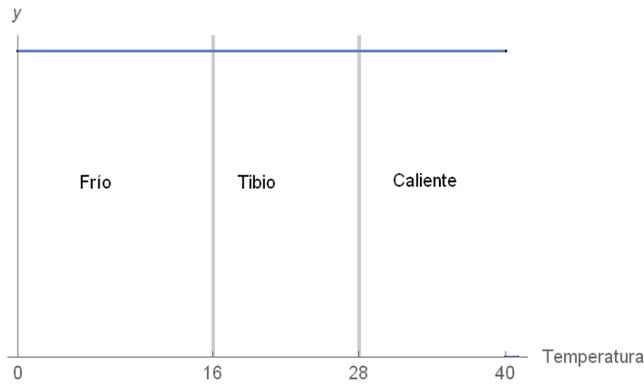


Figura 1. Clasificación de Temperaturas.

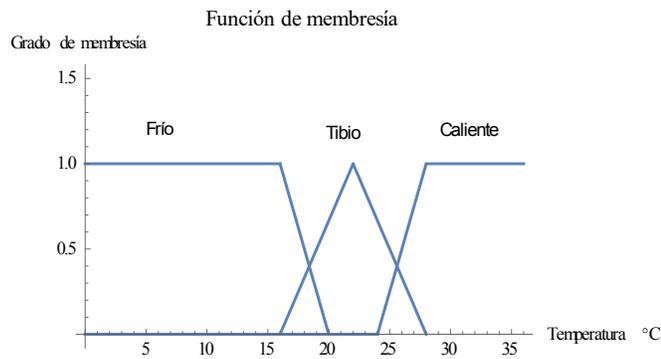


Figura 2. Funciones de membrecías para temperaturas.

A partir de la información de la figura 2 se desea tomar la decisión de abrir o cerrar la válvula que permitirá el paso de calor para controlar la temperatura y mantener el sistema siempre a 22 °C, a este paso en la lógica difusa se le llama *inferencia*.

La información que le permitirá tomar la decisión al operador del sistema se encuentra en la tabla 2 y en la función de membresía de salida de la figura 3.

Temperatura	Descripción
FRÍO	Abrir válvula para pasar calor
TIBIO	Abrir y cerrar la válvula
CALIENTE	Cerrar la válvula

Tabla 2. Reglas de lógica difusa.

Al conjunto de reglas de la Tabla 2 se le llama *reglas difusas*. Y pueden ser escritas de la forma SI...ENTONCES, por ejemplo.

SI	FRÍO	ENTONCES	ABRE VÁLVULA
SI	TIBIO	ENTONCES	ABRE Y CIERRA VÁLVULA
SI	CALIENTE	ENTONCES	CIERRA VÁLVULA

Para cada grado de pertenencia asociado a la medición de temperatura se generan conclusiones.

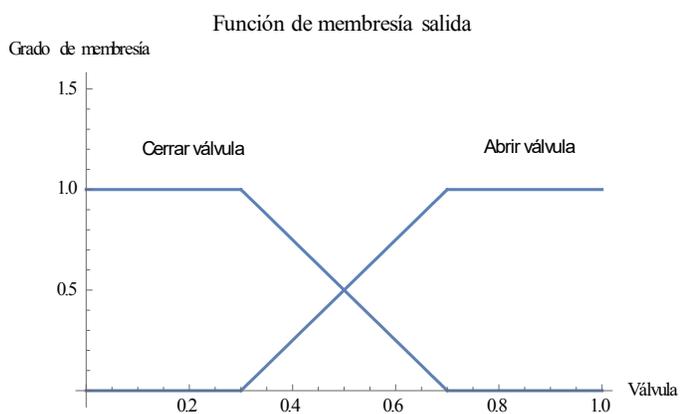


Figura 3. Función de membresía de salida.

CONCLUSIONES

En este artículo hemos tratado de hacer una analogía entre la economía y termodinámica buscando proporcionar un marco teórico a la economía para relacionar las variables económicas con las variables termodinámicas haciendo uso de la lógica difusa. La termodinámica es una rama de la física bien establecida cuyas leyes han sido verificadas experimentalmente, queremos hacer uso de la teoría predictiva de la termodinámica para hacer predicciones en las ciencias económicas.

REFERENCIAS:

Carlos González Morcillo, *Lógica Difusa*.

Lotfi A. Zadeh. "Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility". *Fuzzy sets and Systems* 1. 1978

Wayne M. Saslow. *An economic analogy to thermodynamics*. *Am, J Phys*, Vol 67, No. 12 pp. 1239-1247, 1999

INFERENCIAS EN LA INCERTIDUMBRE PARA LA OPTIMIZACIÓN DE LA GESTIÓN DE STOCKS

Tinto Arandes, J., Molina, María E, Cisneros Quintanilla, D.
Universidad Católica de Cuenca. Ecuador.
jtinto@ucacue.edu.ec, mmolinat@ucacue.edu.ec, dcisneros@ucacue.edu.ec

RESUMEN

La dinámica en la que atraviesan las empresas en los actuales momentos, hace imprescindible la aplicación de nuevos conocimientos como recurso fundamental para la optimización de procesos que permitan estar a la vanguardia. En este sentido, la presente investigación pretende generar un modelo basado en inferencias que permitan introducir las probabilidades de ocurrencia en los costos de producción para las compras de la empresa de forma que considere optimizar la necesidad de materiales en cada período de producción. En este trabajo utilizamos la inferencia de Goguen con aplicaciones fuzzy y aplicamos el método Gozinto para generar un modelo matricial que permita planificar las necesidades de materias primas para elaborar productos, así como de los requerimientos de productos acabados solicitados por el mercado. Con esta orientación, se construye el modelo y se aplica a una empresa cuencana dedicada al sector de la construcción mostrando los posibles escenarios para una correcta toma de decisiones y tratando de reducir al máximo los niveles de incertidumbre en este sector.

PALABRAS CLAVE: Inferencias Goguen, incertidumbre, optimización, gestión stocks

ABSTRACT

The dynamics that companies go through at the moment makes the application of new knowledge essential as a fundamental resource for the optimization of processes that allow to be at the forefront. In this sense, this research aims to generate a model based on inferences that allow introducing the probabilities of occurrence in production costs for the company's purchases in a way that considers optimizing the need for materials in each production period. In this work we use the Goguen inference with fuzzy applications and apply the Gozinto method to generate a matrix model that allows us to plan the needs of raw materials to elaborate products, as well as the requirements of finished products requested by the market. With this orientation, the model is built and applied to a Cuenca company dedicated to the construction sector, showing the possible scenarios for correct decision making and trying to reduce to the maximum levels of uncertainty in this sector.

KEYWORDS: Goguen inferences, uncertainty, optimization, stock management

1. INTRODUCCION

El control de inventarios se ha convertido hoy en día en un arma estratégica de toda empresa que ha sido tratado en innumerables obras mediante aplicaciones cuantitativas. Los conceptos y modelos que presenta la literatura actual permiten resolver innumerables problemas en empresas grandes y pequeñas logrando alcanzar objetivos uniformes a nivel empresarial. Estos modelados permiten, a través de softwares, manejar grandes masas de información para lograr la optimización en los procesos. Sin embargo, debida a la alta incertidumbre de los mercados actuales, cada vez se hace más difícil predecir con certeza la demanda del mercado y por ende resulta difícil adaptar los niveles de producción automáticamente a costes razonables, asegurando que no habrá problemas con los suministros necesarios en el proceso productivo.

Este estudio se orienta a formular un modelo dinámico que permita atrapar la incertidumbre aplicando el vasto instrumental que ofrece la lógica difusa. Con ello se pretende controlar las fluctuaciones en los precios de las materias primas y productos intermedios que permitan un mejor control de la planificación en el proceso de fabricación.

Con la introducción de las herramientas utilizadas en la matemática difusa se aborda capturar los datos cambiantes en un sistema de aprovisionamiento de materias primas y materiales intermedios, utilizando la minería de datos, para el estudio de la probabilidad condicionada de ocurrencia en determinados fenómenos, como los constituidos por la repitencia de costos, necesidades de mano de obra, mantenimiento de equipos entre otros.

Para ello, recurrimos a la opinión de expertos en materia de costos y aplicamos el método Gozinto para construir un modelo mediante cálculo matricial que incorpore la probabilidad condicionada organizada por niveles utilizando la inferencia de Goguen. Una vez construido el modelo se utiliza un programa informático donde considere todas las alternativas posibles para lograr la optimización del fenómeno en estudio.

La naturaleza compleja y dinámica en los procesos de gestión de stocks de las empresas ha orientado al científico a diseñar modelos que permitan minimizar costos añadiendo el carácter borroso en las diferentes transacciones. El artículo se estructura de la siguiente manera. Una primera sección dedicada a la presentación del problema y la forma de abordarlo. En la segunda sección se presenta los fundamentos de la literatura relacionada con el tema. En la tercera sección se exponen las bases teóricas en la construcción del modelo, se presentan los instrumentos de la lógica difusa utilizados y los pasos metodológicos para el desarrollo del mismo. En ella se aplica el modelo a una empresa del sector construcción de la ciudad de Cuenca-Ecuador. En la sección cinco se presentan las conclusiones y las posibles investigaciones que puedan ser abordadas más adelante.

2. REVISIÓN DE LITERATURA

En el campo de las técnicas multivalentes utilizadas en gestión empresarial, son utilizadas las inferencias para determinar los valores que pueden asumir las variables en el mediano y largo plazo. Las inferencias son un método matemático, que parte de la premisa: “Si se cumple n.... entonces....”. Es decir, para la “certeza o bivalencia” se establece que si P es verdadero entonces, y esto significa que “si P es verdadero entonces Q lo será también”. Este análisis es la base de las inferencias en la lógica multivalente, donde los valores lingüísticos de la premisa y el consecuente están definidos por números difusos. (Gil L, 1998). Para el caso de la matemática difusa, se tratará el concepto de inferencia a través de la noción multivaluada o

multivalente, en la cual, si , “no tiene porque ser forzosa y totalmente verdadera Q si P lo es”. En otras palabras, la notación se efectúa a través de una determinada “valuación”. (Gil A, 1991)

En la inferencia pobabilistica, la probabilidad modela la incertidumbre y se obtienen una función de distribución conjunta de probabilidad en un sistema de variables que describen la relación de dependencia entre ellas, creando, una arquitectura de causa- efecto. (Castillo,Guitierrez, Haidi,1997)

Estos modelos, incluyen las redes de Markov y las Bayesianas, permitiendo las relaciones de causalidad probabilística, obteniendo soluciones a problemas de decisión bajo incertidumbre. Dichas redes permiten incluir conceptos de información de expertos, sobre la base, de eventos variables en el tiempo, de manera, de poder analizar la propagación de la construcción de una arquitectura de red que facilite la toma de decisiones bajo incertidumbre (Gil A, 1993).

La inferencia de Goguen, es un buen referencial ya que dicha expresión, permite enmarcar las valuaciones, en datos de probabilidades condicionadas, lo que introduce el nivel de certeza en la evolución de datos del pasado, combinándolo con opiniones de expertos, que describen las posibles tendencias a futuro. (Kauffman, 1992)

Son innumerables las aplicaciones realizadas por medio de la lógica difusa, introducidas por el Profesor de la Universidad de Berkeley (California), Lotfy A. Zadeh en 1965. La ventaja de dicha lógica permite establecer los matices o grados de pertinencia de los valores de variables en rangos, que admiten los niveles de razonamiento a partir de datos que da la certeza.

Esta lógica, transformada en un lenguaje matemático, se constituye un arma muy poderosa para describir el núcleo de problemas complejos que ya se evidenciaron en los trabajos de Platón considerando grados de pertinencia. Pero es realmente en 1920 que el filósofo Jan Lukasiewicz establece la valoración entre 0 y 1 y después es extendida a un número infinito de valores entre 0 y 1 (Zadeh, 1994).

Los parámetros difusos y sus criterios de aplicación, puede verse en Vergara(2006), pero es la aplicación de modelos con conjuntos factibles difusos los que realmente han permitido dar soluciones con programación lineal paramétrica tal como lo presenta Verdegay (1992). Siguiendo las mismas directrices se han apoyado en modelos fuzzy aplicados a estudios para optimización en el sector de la seguridad alimentaria (Tinto, 2014). Los avances en tomas de decisiones en entornos fuzzy son relevantes para las correctas tomas de decisiones a nivel de la gestión empresarial, y son bien representadas en estrategias de negocios, para la optimización certera de recursos que conlleven a mejores tomas de decisiones en materia gerencial(Tinto, 2016). Dichos autores proponen una aproximación en la función objetivo trabajando con intervalos y que pueden ser representados por otras representaciones borrosas tal como lo demuestran los trabajos de Yager (1982). También son dignos de mencionar, los aportes de Bector y Chandra (2005), que proponen un método a partir de las aproximaciones de Verdegay adoptando transformaciones para presentar soluciones de programación lineal determinista, que constituyen un referente junto a la aproximación de Zimmermann (2000).

Los sistemas de lógica difusa, donde las entradas y salidas son números concretos, se componen de una serie de reglas para el tratamiento de bases de datos que definen las funciones de pertinencia de los conjuntos difusos, transformando los valores precisos en grado de equivalencia, con valores lingüísticos permitiendo inferir resultados a mediano y largo plazo de forma más precisa para la toma de decisiones cambiantes en el entorno empresarial.

Estas diferencias difusas permiten utilizar los conceptos de redes neuronales para ser más efectivo el modelamiento de sistemas de razonamiento constituido por la experiencia de las personas, además de los datos numéricos que puedan encontrarse en los registros contables. (Martín, 2002)

LÓGICA DIFUSA UTILIZADA EN LA INVESTIGACIÓN

Se utilizan las cadenas de inferencia de Goguen, con datos basados en eventos probabilísticos de los últimos cuatro años de una empresa del sector construcción, utilizando la escala endecadaria, y utilizando intervalos para atrapar la variabilidad de los costos en materias primas y productos intermedios, construyendo la arquitectura por medio de una red que permite establecer los valores más probables en cuanto a unidades utilizadas y costos de producción.

Instrumento de Medición

Los registros contables de la empresa analizada constituyeron la base primaria de información para determinar las tendencias en los costes de materias primas y productos intermedios. Para la medición de los posibles rangos de valores de los costos de los distintos productos, se recurrió a la opinión de los expertos, mediante encuestas y entrevistas que constituyeron la herramienta de mediación, con el propósito de optimizar recursos y presentar una gestión eficiente de stocks en los procesos productivo. Una vez obtenido la opinión de los expertos se procede aplicar la técnica de expertizaje y los valores obtenidos se introducen en la arquitectura de la red. Con esto, se establece el orden correcto mediante una Matriz de producción y requerimientos que permite planificar la producción en los siguientes periodos de tiempo.

4. CONSTRUCCIÓN DEL MODELO DE INFERENCIA EN EL SECTOR DE LA CONSTRUCCIÓN

El modelo de inferencia, se construye partiendo de premisas, pero los datos utilizados provienen de los registros contables que reflejan la variación de los costos de materias primas e intermedias construidos a lo largo de un periodo de cuatro años, que permite el cálculo probalístico de ocurrencia de un evento en el tiempo. Con ello, trabajamos con inferencias multivalentes.

A continuación, se presentan los pasos a seguir para la construcción del modelo:

a.- Se define los operadores que se emplearan en el modelo:

- \wedge que significa mínimo
- \vee que significa máximo
- \bar{a} que significa el complemento de un número a.

b.- Se selecciona, la inferencia de Goguen, por ser una de las pocas inferencias que permiten ser valuadas a nivel de probabilidades condicionadas y que permite, por lo tanto, introducir la base de datos mencionada anteriormente.

Su fórmula se expresa así: $c = 1(\wedge) \frac{b}{a}$

donde a y b son las probabilidades.

Además, dicha fórmula permite, si se presenta un conjunto vacío, tomar el mayor o el menor número que está en el proceso, sin aplicar el mínimo o el máximo – esto nace de la imposibilidad de dividir cantidades por cero –.

c.- La valuación se hace a través del expertizaje (agregación de la opinión varios expertos), donde, se someterá a valuación las probabilidades condicionadas de ocurrencia de los costos de materias primas.

De esta manera, se procede a realizar el cálculo de los valores sometidos a valuación, mediante el programa Pylos y lenguaje R, para el tratamiento de la Big data, y así obtenemos los costos de materias primas y productos intermedios que más se repiten en los últimos cuatro años de la empresa del sector construcción.

El expertizaje se procede a realizar de la siguiente manera:

Considerando un ejemplo sencillo, se quiere conocer los costos de una determinada materia prima utilizada en el proceso de producción. Para ello, se presenta mediante minería de datos, los costos que se repiten durante los últimos cuatro años, con más frecuencia y se consigue un valor mínimo (optimista) y un valor máximo (pesimista) en que se podrían situar los costos de referido producto.

Costos de la Materia Prima (MP) mediante registro de 30 observaciones, en el tiempo.

Tabla 1

1	750	810
2	600	700
3	800	920
4	700	860
5	700	820
6	800	960
7	675	750
8	583	680
9	700	820
10	650	740
11	600	695
12	750	820
13	900	1000
14	600	790
15	550	615
16	600	730
17	500	650
18	700	815
19	800	890
20	560	690
21	640	780
22	590	650

23	650	730
24	690	780
25	700	860
26	600	710
27	630	760
28	720	830
29	750	860
30	650	790

Fuente: Elaboración Propia

A partir de esta información, se selecciona el menor y el mayor valor de este registro de observaciones. De esta manera se obtiene la siguiente banda: [500, 1.000], lo que representa que el coste del producto para el próximo periodo podría situarse entre 500 y 1.000 unidades monetarias.

En este sentido, se consulta la opinión de los expertos en función a dicha banda, quienes utilizarán la escala endecadaria propia de la lógica difusa, es decir:

- 0: Falso
- 0.1: Prácticamente falso
- 0.2: Casi falso
- 0.3: Cercano a falso
- 0.4: Más falso que verdadero
- 0.5: Tan falso como verdadero
- 0.6: Más verdadero que falso
- 0.7: Cercano a verdadero
- 0.8: Casi verdadero
- 0.9: Prácticamente verdadero
- 1: Verdadero

Ahora, para la construcción del expertizaje se procede de la siguiente manera:

1.-Se obtiene la opinión del conjunto de expertos en función del tema seleccionado. El costo del producto entre 500 u.m. y 1.000 u.m.

Tabla 2

Experto 1	[0.8 , 0.9]
Experto 2	[0.3 , 0.4]
Experto 3	[0.7 , 0.7]

Experto 4	[0.6 , 0.8]
Experto 5	[0.9 , 1]
Experto 6	[0.5 , 0.8]
Experto 7	[0.7 , 1]
Experto 8	[0.6 , 0.7]
Experto 9	[0.3 , 0.6]
Experto 10	[0.4 , 0.5]
Experto 11	[0.6 , 0.8]
Experto 12	[0.5 , 0.7]
Experto 13	[0.4 , 0.8]
Experto 14	[0.7 , 0.9]
Experto 15	[0.3 , 0.6]

Fuente: Elaboración propia

Los expertos reflejan su opinión a través de dos valores que manifiestan su posición, acerca de cada uno de los montos de la propuesta.

Se construye la frecuencia de las opiniones. Número de expertos: 15.

Tabla 3

0	
.1	
.2	
.3	3
.4	2 1
.5	2 1
.6	3 2
.7	3 3
.8	1 4
.9	1 2
1	2

Fuente: Elaboración propia

La opinión de los expertos es reflejada en la escala semántica de acuerdo a los valores que representan para los márgenes derecho e izquierdo respectivamente.

Se normaliza la serie. Consiste en dividir los datos entre el número de expertos.

Tabla 4

0	
.1	
.2	
.3	0.20
.4	0.13 0.07
.5	0.13 0.07
.6	0.20 0.13
.7	0.20 0.20
.8	0.07 0.27
.9	0.07 0.13
1	0.13

Fuente: Elaboración propia

Se acumula la frecuencia relativa. Consiste en sumar los valores de abajo, hacia arriba hasta encontrar el número total de expertos. *Expertón*.

Tabla 5

0	1 1
.1	1 1
.2	1 1
.3	1 1
.4	0.80 1
.5	0.67 0.93
.6	0.53 0.87
.7	0.33 0.73
.8	0.13 0.53
.9	0.07 0.27
1	0 0.13

Fuente: Elaboración propia

Se calcula la media aritmética de los datos. Se suman los datos sin tomar en cuenta los valores ubicados en la casilla de cero y se divide el cociente entre diez.

Tabla 6

0	1	1
.1	1	1
.2	1	1
.3	1	1
.4	0.80	1
.5	0.67	0.93
.6	0.53	0.87
.7	0.33	0.73
.8	0.13	0.53
.9	0.07	0.27
1	0	0.13

Media **0.553 0.747**

Fuente: Elaboración propia

De esta manera se obtiene la media aritmética de las opiniones de los expertos.

En función a los valores obtenidos, se concluye que la opinión de los expertos se inclina en una proporción de .747 más hacia el escenario del precio a 1.000 u.m.

A través de esta técnica se ha dado cabida a las opiniones reflejadas en patrones subjetivos (casi, bastante, cerca, etc.) que de igual forma permiten conseguir resultados comprensibles y entendibles a la razón humana, para inferir los resultados hacia adelante.

d.- La inferencia, siempre ha de realizarse de abajo hacia arriba, partiendo de las cantidades necesarias en materias primas que conforman la estructura de costos para la obtención del producto de la empresa, y luego pasar por los materiales intermedios y derivados, y así llegar a las cantidades optimas necesarias utilizadas en la obtención de los productos finales.

e.- Se trabaja con números inciertos representados por el expertón, construido por cada uno de los costos de las materias primas de las variables en estudio, para luego hacer caer la entropía solo en última instancia llegando al objetivo final a estudiar.

f.- Aplicamos la inferencia de Goguen para el caso de una empresa constructora de Cuenca – Ecuador, tomando como datos la probabilidad de ocurrencia de los costos y unidades utilizadas en la construcción de productos intermedios y productos finales, que se derivan de la opinión de los expertos del paso anterior, tal como se refleja en el grafico 1.

Grafico 1 Inferencias para la obtención de productos



Fuente: Elaboración propia

g.- En este método se determina las siguientes matrices:

Matriz T Matriz de requerimientos totales

Matriz D Matriz de demanda a servir

Matriz Si Matriz de Stock inicial

Matriz P Matriz de órdenes de producción y compra ya cursadas.

Con la información de la arquitectura presentada en el grafico 1, se procede a la construcción de la matriz T, en la que se recogen los distintos elementos ordenados para elaborar el producto P1 y P2.

Matriz T Requerimientos totales

	P1	P2	I1	I2	MP1	MP2	MP3	MP4	MP5	MP6	MP7
P1	1										
P2	0	1									
I1	2	3	1								
I2	1	1	0	1							
MP1	4	6	2	0	1						
MP2	6	9	3	0	0	1					
MP3	6	6	0	6	0	0	1				
MP4	3	0	0	3	0	0	0	1			
MP5	4	0	0	0	0	0	0	0	1		
MP6	0	4	0	0	0	0	0	0	0	1	
MP7	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	1

Fuente: Elaboración propia

Se trata de una matriz cuadrada donde la diagonal principal siempre será la unidad. La interpretación de esta matriz es la siguiente:

- Para la elaboración de 1 unidad del producto P1, se necesitan: 2 unidades del producto intermedio I1, que a su vez necesita 2 unidades de la materia prima MP1 y 3 unidades de la materia prima MP2. Se requiere 1 unidad del producto intermedio I2 que a su vez necesita 6 unidades de la materia prima MP3 y 3 unidades de la materia prima MP4. Además, se requiere 4 unidades de materia prima MP5.
- De igual forma se construye el resto de la matriz.

Conocidas las necesidades materiales para fabricar 1 unidad de P1 y 1 unidad de P2, se realiza la estimación de la demanda global del mercado para el primer trimestre del 2018. Dicha matriz la definimos como matriz D y es una matriz que tendrá tantas filas como artículos venda la fábrica, y las columnas estarán conformadas por el primer trimestre del año 2018.

En nuestro caso, la empresa venderá los productos acabados P1 y P2 y también, la materia prima MP7.

Matriz D de Demanda a servir

	Enero 2018	Febrero 2018	Marzo 2018
P1	200	220	210
P2	180	190	170
MP7	110	110	110

Fuente: Elaboración propia

Se procede a calcular la matriz que nos representa el programa de producción y compras, que viene dado por la Matriz &, y se obtiene como producto de las matrices anteriores:

& = T x D

	P 1	P 2	I 1	I 2	M 1	M 2	M 3	M 4	M 5	M 6	M 7
P1	1										
P2	0	1									
I1	2	3	1								
I2	1	1	0	1							
M P1	4	6	2	0	1						
M P2	6	9	3	0	0	1					
M P3	6	6	0	6	0	0	1				
M P4	3	0	0	3	0	0	0	1			
M P5	4	0	0	0	0	0	0	0	1		
M P6	0	4	0	0	0	0	0	0	0	1	
M P7	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	1

	Enero 2018	Feb 2018	Marzo 2018
P1	200	220	210
P2	180	190	170
I1	0	0	0
I2	0	0	0
MP1	0	0	0
MP2	0	0	0
MP3	0	0	0
MP4	0	0	0
MP5	0	0	0
MP6	0	0	0
MP7	110	110	110

	Enero 2018	Feb 2018	Marzo 2018
P1	200	220	210
P2	180	190	170
I1	940	1010	930
I2	380	410	380
MP1	1880	2020	1860
MP2	2820	3030	2790
MP3	2280	2460	2280
MP4	600	660	630
MP5	800	880	840
MP6	720	760	680
MP7	2010	2160	2010

$T \times D =$

	Enero 2018	Feb 2018	Marzo 2018
P1	200	220	210
P2	180	190	170
I1	940	1010	930
I2	380	410	380
MP1	1880	2020	1860
MP2	2820	3030	2790
MP3	2280	2460	2280
MP4	600	660	630
MP5	800	880	840
MP6	720	760	680
MP7	2010	2160	2010
P2	150		
I1	100		
I2	100		
MP1	180		
MP2	90		
MP3	0		
MP4	50		
MP5	90		
MP6	70		
MP7	100		

Dicha matriz de P1,180 de P2, y así sucesivamente.

En la empresa se ha de producción ya demanda.

En este caso, se compras ya cursadas,

producción y compras indica que en el mes de enero, se fabricará 200 unidades de necesitamos comprar, 2010 unidades de MP7, 720 de MP6, 800 de MP5,600 de MP4.y

conseguido con que ya existe stocks iniciales de determinados materiales, y ordenes cursadas, por lo que debemos modificar, la forma que corresponda a la matriz de

cuenta con un matriz de stock inicial (Si), y una matriz P de órdenes de producción y

Stock inicial Si=

Ordenes cursadas P=

Se construye la nueva Matriz de demanda Dn cuyos cálculos son los

$$D_n = D - S_i - P$$

P1	50
P2	30
I1	25
I2	25
MP1	90
MP2	100
MP3	0
MP4	100
MP5	100
MP6	90
MP7	5

siguientes:

	Enero 2018	Feb 2018	Marzo 2018
P1	200	220	210
P2	180	190	170
I1	0	0	0
I2	0	0	0
MP1	0	0	0
P2	0	0	0
MP3	0	0	0
MP4	0	0	0

MP5	0	0	0
MP6	0	0	0
MP7	110	110	110

Matriz D

P1	200	P1	50
P2	150	P2	30
I1	100	I1	25
I2	100	I2	25
MP1	180	MP1	90
MP2	90	MP2	100
MP3	0	MP3	0
MP4	50	MP4	100
MP5	90	MP5	100
MP6	70	MP6	90
MP7	100	MP7	5

Matriz Si

Matriz P

Matriz Dn

	Enero 2018	Feb 2018	Marzo 2018
P1	-50	220	210
P2	0	190	170
I1	-125	0	0
I2	-125	0	0
MP1	-270	0	0
MP2	-190	0	0
MP3	0	0	0
MP4	-150	0	0
MP5	-190	0	0
MP6	-160	0	0
MP7	5	110	110

Si la Matriz Dn, representa la nueva demanda realizamos la obtención de la Matriz de Producción y Compras ordenada, de tal forma que: $T = Dn \times D$

	P1	P2	I1	I2	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7
P1	1										
P2	0	1									
I1	2	3	1								
I2	1	1	0	1							
M1	4	6	2	0	1						
M2	6	9	3	0	0	1					
M3	6	6	0	6	0	0	1				
M4	3	0	0	3	0	0	0	1			
M5	4	0	0	0	0	0	0	0	1		

	Enero 2018	Feb 2018	Marzo 2018
P1	-50	220	210
P2	0	190	170
I1	-125	0	0
I2	-125	0	0
MP1	-270	0	0
MP2	-190	0	0
MP3	0	0	0
MP4	-150	0	0
MP5	-190	0	0
MP6	-160	0	0
MP7	5	110	110

	Enero 2018	Feb 2018	Marzo 2018
P1	-50	220	210
P2	0	190	170
I1	-225	1010	930
I2	-175	410	380
MP1	-720	2020	1860
MP2	-865	3030	2790
MP3	-1050	2460	2280
MP4	-675	660	630
MP5	-390	880	840
MP6	-160	760	680
MP7	-245	2160	2010

M	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
P6												
M	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
P7												

Se observa que en el mes de enero aparecen cantidades negativas en los artículos, lo que indica un exceso de ellos, por lo que no serán necesarios fabricarlos o comprarlos, son que es necesario rebajar dicho stock a las necesidades del siguiente periodo, de tal manera que conseguimos la verdadera Matriz de producción y compras determinada por Matriz G.

Matriz G

	Enero 2018	Feb 2018	Marzo 2018
P1	0	170	210
P2	0	190	170
I1	0	785	930
I2	0	235	380
MP1	0	1300	1860
MP2	0	2165	2790
MP3	0	1410	2280
MP4	0	-15	630
MP5	0	490	840
MP6	0	600	680
MP7	0	1915	2010

Matriz G''

	Enero 2018	Feb 2018	Marzo 2018
P1	0	170	210
P2	0	190	170
I1	0	785	930
I2	0	235	380
MP1	0	1300	1860
MP2	0	2165	2790
MP3	0	1410	2280
MP4	0	0	615
MP5	0	490	840
MP6	0	600	680
MP7	0	1915	2010

Interpretando los resultados en el primer mes del año, vemos que sobran 50 unidades para el producto P1, por lo que indicamos mediante un cero que no habrá producción en dicho periodo y además se debe rebajar dicha cantidad de la producción de febrero ($220 - 50 = 170$). De igual manera se sigue con los siguientes cálculos determinando la Matriz G'', de verdaderos requerimientos de producción optimizando los niveles de la fábrica.

h.- Se procede a optimizar los costos mediante, la aplicación del modelo de Verdegay (Tinto 2014)

El modelo de Verdegay, se aplica en los modelos deterministas con restricciones de capacidades MDRC, en el cual se considera que las restricciones de balance de inventario y de capacidad disponible, son imprecisas, mientras que la función objetivo y los costos asociados son deterministas. Las ecuaciones del balance del inventario, pueden estar sujetas a la previsión que se ha realizado de la demanda y la cual no siempre es exacta, sino que puede estar sujeta a varios factores externos no deterministas (incertidumbre ambiental) como por ejemplo: criterios de decisión del consumidor, condiciones socioeconómicas y de mercado, intervenciones estatales, etc.

El modelo queda definido por el conjunto factible difuso MCFD-2:

$$\text{Min } z: \sum_{t=1}^T [\sum (A(i)l_{i,t} + H(i)l_{i,t} + C(I) \delta_{i,t} + \sum_{k=1}^K \theta(k,t)y_{k,t}]$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^p (U(i,k)x_{i,t} + S(i,k) \delta_{i,t}) \leq l + y_{i,t} - ap_{k,t} \quad k=1, \dots, K \quad t=1, \dots, T$$

$$l_{i,t} - l_{i,t-1} = \sum_{t=1}^{t-LT} (1) x_{i,t+1} + l(i,0) - \sum_{t=1}^t (D(i,t) + \alpha p_{i,t}^d + \sum_{j=1}^P (R(i,j) x_{j,t} + W(I,j) \delta_{i,t})) \quad i=1 \dots P \quad t=1 \dots, T$$

$$\sum_{T=1}^{t-LT(i)} x_{i,t+1} + l(i,0) - \sum_{t=1}^t \sum_{j=1}^P (R(i,j) x_{j,t} + W(I,j) \delta_{i,t}) \geq 0 \quad K=1 \dots, K \quad t=1 \dots, T$$

$$y_{k,t} \leq F(k,t) \quad k=1 \dots, K \quad t=1 \dots, T$$

$$\delta_{i,t} M \geq x_{i,t} \quad i=1, \dots, P \quad t=1, \dots, T$$

$$\delta_{i,t} \in \{0,1\} \quad i=1, \dots, P \quad t=1, \dots, T$$

$$x_{i,t} \geq 0 \quad i=1, \dots, P \quad t=1, \dots, T$$

$$y_{k,t} \geq 0 \quad k=1, \dots, K \quad t=1, \dots, T$$

$$l_{i,t} \geq 0 \quad i=1, \dots, P \quad t=1, \dots, T$$

$$l_{i,t} \leq 0 \quad i=1, \dots, P \quad t=1, \dots, T$$

Este modelo es similar a los modelos deterministas con restricciones de capacidades MDRC, al cual se le ha agregado la variable de tipo difuso α ($\alpha=1-\alpha$ y $0 \leq \alpha \leq 1$) para representar el nivel con el que se incumplen las restricciones de inventario y de capacidad. Adicional a esta nueva variable, se ha tenido en cuenta cierto nivel de tolerancia p definido por p^d y p^c , los cuales representan, respectivamente, el nivel máximo que puede alcanzar la demanda y la mayor proporción en el que el recurso k puede estar no disponible. Al resolver el modelo MCFD-2 anterior por algunas de las técnicas de programación lineal paramétrica (Hiller,2001), se obtiene el conjunto de valores que minimiza la función objetivo de acuerdo al parámetro α elegido.

El modelo desarrollado se resuelve mediante lenguaje de programación de código GAMS, disponiendo de las cantidades difusas para cada producto, quedando reflejado en el siguiente cuadro:

α	Z
0.1	1851,1329
0.2	2003,4857
0.3	2364,1632
0.4	2588,7594
0.5	2965,1597
0.6	3269,7226
0.7	3789,1275
0.8	4589,1576
0.9	5667,0365
1	6138,2597

Analizando los resultados hemos tomado un nivel de presunción de $\alpha = 0.7$ ya que es un nivel de presunción bueno para tomar una decisión a nivel de costes.

Costo total Z de lograr optimizar el producto en los niveles de manejo de stocks será:

Costo $Z = 3789,1275$

Nivel de satisfacción $\alpha = 0.7$

Tiempo de solución utilizando GAMS = 0.18 seg.

Numero de iteraciones = 426

También podemos considerar cualquier valor comprendido entre nuestro $\alpha = 0.7$ y $\alpha = 1$.

CONCLUSIONES

Mediante la aplicación de inferencias en la incertidumbre logramos atrapar la información del manejo de costes durante los últimos cuatro años de la empresa, permitiendo ordenar la data mediante análisis de Big data . Esto permite trabajar con probabilidades condicionados que son sujetas a evaluación de los expertos de la empresa.

Se obtuvo los resultados que optimizan los costos en el manejo de stocks para la empresa correspondiente al primer trimestre del 2018. Con ello se conoce las cantidades exactas mediante la construcción de la matriz de producción y compras optimizando el funcionamiento de la empresa.

Logramos determinar que los costes de aprovisionamiento de materia prima y productos intermedios para la producción de los principales productos se encuentra entre la banda [13046.87; 13841.99] mediante el modelo de conjunto factible difuso MCFD-2 utilizando lenguaje de programación con código GAMS y así determinar las iteraciones y tiempo de resolución.

Para futuras investigaciones se propone realizar la investigación comparando cualquier otro método de inferencias que no tome en cuenta la probabilidad de ocurrencia de los costes y se evalúen los costos mediante estimaciones subjetivas de los expertos para poder comparar ambos modelos. Estos trabajos se propone trabajar con algoritmos evolutivos y autoaprendizaje de las variables de entrada que permitan optimizar los costos y la cantidad de materiales utilizados por período de tiempo.

BIBLIOGRAFIA

Avenhaus, R. (2002). "Game Theory". En Kremenjuk, V. International Negotiations: Analysis, Approaches, Issues, 2ª edición, Jossey-Bass, San Francisco, pp. 202-239.

Bellini, F. (2004). Sistemas de inventarios. Disponible en: <http://www.investigacion-operaciones.com/Inventario-1.htm>. (Consulta: diciembre 17 de 2010) •

Bellini, F. (2004). Una aproximación a los modelos de inventarios. Disponible en: <http://www.investigacion-operaciones.com/Modelo%20Inventarios.htm>. (Consulta: diciembre 17 de 2010).

Bustos, C. y Chacón, G. (2007, enero-junio). El MRP en la gestión de inventarios. Revista Visión Gerencial, 1 (6). Disponible: <http://www.saber.ula.ve/bitstream/123456789/25132/1/articulo1.pdf> (Consulta: diciembre 20 de 2010).

BID (2014) Informe Mercosur. N19 Segundo Semestre 2013. Primer Semestre 2014

Brams, S.J. (1994) Theory of Moves. Cambridge: Cambridge University Press

Castillo, O., Melin, P (1996): "An Intelligent System for Financial Time Series Prediction using Fuzzy Logic Techniques and Fractal Theory", Proceedings of International Conference on Intelligent Technologies in Human-Related Sciences, León, Spain

CEPAL. (2012, 2013,2014) Anuarios estadísticos de America Latina y el Caribe

Gil Aluja, J. (2005). La matemática borrosa en economía y gestión de empresas. Extraído el 22 de marzo, 2008 del sitio Web del Centro de Comunicaciones y Tecnologías de la Comunicación de la Universidad de la Laguna: <http://webpages.ull.es/users/imarrero/sctm05/modulo1tf1/jgil.pdf>

Gil Aluja, J. (2000). Génesis de una teoría de la incertidumbre. Encuentros multidisciplinares, 6. Extraído el 22 de marzo, 2008 de: <http://www.encuentros-multidisciplinares.org/Revistanº6/Jaime%20Gil%20Aluja%201.pdf>

Gil La Fuente, A., Ortigosa, M. y Merigó, J. (2007). Teoría de la incertidumbre aplicada al valor del cliente en situaciones contractuales con intervalos de confianza [Versión electrónica]. Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa. Diciembre, 75-97.

Gil La Fuente, J. y Tinto, J. (2007). El boom en la gestión deportiva, nuevos instrumentos que garantizan su éxito. República Bolivariana de Venezuela: Universidad de los Andes.

González, S., Flores, B., Chagolla, M. y Flores, J. (2006). La distancia de Hamming y Euclides como elementos estratégicos en las contrataciones empresariales en la incertidumbre. Extraído el 24 de marzo de 2008 del sitio Web de la Universidad Michoacana, México: <http://lsc.fie.umich.mx/~juan/PS/Euclides.pdf>

Grossmann, G.M., Helpman, E. (1994) Endogenous Innovation in the Theory of growth. Journal Economic perspectives, vol 8, N° 1

Jang, R. Sun, C. & Mitsutani, E. (1997). Neuro-Fuzzy and Soft Computing, A Computational Approach to Learning and Machine Intelligence. Nueva Jersey, Prentice Hall.

Kaufmann, A.; Gil, J. (1986). Introducción de la teoría de los subconjuntos borrosos a la gestión de las empresas. Milladoiro: Santiago de Compostela, España.

Kaufmann, A.; Gil, J. (1992). "Técnicas de Gestión de Empresas: Previsiones, Decisiones y Estrategias". Pirámide: Madrid, España.

Kaufmann, A.; Gil, J. (1993). "Técnicas especiales para la gestión de expertos". Milladoiro: Santiago de Compostela, España

Nash, J. (1950). "The Bargaining Problem," *Econometrical*, 18, 155–162.

Nash, J. (1953). "Two-Person Cooperative Games". *Econometrical*, 21, pp. 121-140.

Roth, A. (1995): "Bargaining Experiments", In: Kagel, J. and Roth A. (eds.) *Handbook of Experimental Economy*, Princeton University Press.

Tinto, J, (2014) "Nuevos enfoques para el desarrollo de las organizaciones de clase mundial" Modelos fuzzy para la seguridad alimentaria pág 1107-1137, IADRES 2014. Morelia México

Tinto, J (2016), La empresa como estrategia de desarrollo. Estrategías e negocios en entorno fuzzy. Págs 1620 – 1646. IADRES Morelia México

Verdegay, J. Herrera, F.(1992) Three models of fuzzy integer linear programming *European Journal of Operational Research* 83

Vergara, E. Rodríguez, F; Saavedra H.(2006) Métodos de optimización lineal difusa para la planificación nutricional en granjas avícolas. Mosaico Científico. v.3 n.2

Von Neumann, J. y Morgenstern, O (1944). Theory of Games and Economic Behavior. Princeton University Press.

Zadeh, L. A. (1965) Fuzzy sets. Information and Control N° 8

Zadeh, L. A. (1973) Outline of a new approach to the analysis of complex system IEEE Transaction on System Man and Cybernetics,

ZADEH, L.(1975) Fuzzy Sets and their applications to cognitive and decision processes. London, Academic Press Inc.

Zimmermann, Hans-Jurgen (2001) Fuzzy Set Theory and its Applications. Kluwer Academic Publishers

USO DEL BRAZO ROBOT EN UN ESTUDIO DE TIEMPOS Y MOVIMIENTOS

Villalpando Llamas Luis Manuel, Higuera Cantú Roberto, Montes García Lauro.
Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de La Piedad (México)
ingvilla1968@gmail.com, roberto_higuera_cantu@hotmail.com,
lauromontesg@hotmail.com

RESUMEN:

El estudio visual de movimientos y el de micro movimientos se utiliza para analizar un método determinado y ayudar al desarrollo de un centro de trabajo eficiente.

El estudio de movimientos es el análisis cuidadoso de los diversos movimientos que efectúa el cuerpo humano al ejecutar un trabajo. Su objetivo es eliminar los movimientos ineficientes y facilitar y acelerar los eficientes. Por medio del estudio de movimientos, el trabajo se lleva a cabo con mayor facilidad y aumenta el índice de producción. Los esposos Gilbreth fueron los primeros en estudiar los movimientos manuales y formularon leyes básicas de la economía de movimientos que se consideran fundamentales todavía.

A los movimientos analizados por los esposos Gilbreth se les denominó Therbligs, que es el nombre de ellos al revés.

Palabras Clave: Optimización, rapidez y precisión

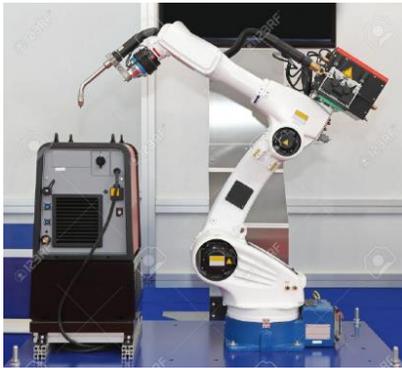
INTRODUCCIÓN:

Actualmente el uso de brazos robots en la industria automotriz ha crecido de manera exponencial, ya que ha reducido los costos de producción e incrementado la productividad de las mismas.

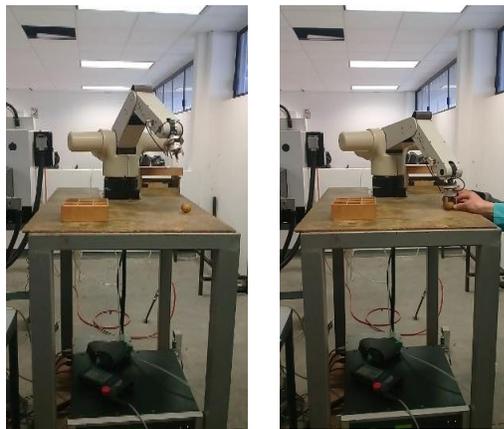
El presente trabajo tiene como finalidad de presentar un brazo robot de 5 grados de libertad para establecer un estudio de movimientos con los Therbligs más comunes y sobre todo efectivos. Una vez que se establecen se realiza el estudio de tiempos para medir las secuencias realizadas con diferentes velocidades. Por otra parte el brazo robot se utiliza como medio didáctico para ilustrar los movimientos (Therbligs) efectivos más comunes que se usan en las organizaciones.

BASE TEORICA.

Brazo robot, usos:



Un **brazo robótico** es un tipo de **brazo mecánico**, normalmente **programable**, con funciones parecidas a las de un brazo humano; este puede ser la suma total del mecanismo o puede ser parte de un **robot** más complejo. Las partes de estos manipuladores o brazos son interconectadas a través de articulaciones que permiten tanto un movimiento rotacional (tales como los de un **robot articulado**), como un movimiento traslacional o desplazamiento lineal.



Estudio de movimientos.



El estudio de movimientos es el análisis cuidadoso de los diversos movimientos que efectúa el cuerpo al ejecutar un trabajo. Su objeto es eliminar o reducir los movimientos ineficientes, y facilitar y acelerar los eficientes. Por medio del estudio de movimientos, el trabajo se lleva a cabo con mayor facilidad y aumenta el índice de producción.

Los movimientos inútiles eran eliminados, mientras que los útiles eran simplificados, racionalizados o fusionados con otros movimientos, para proporcionar economía de tiempo y de esfuerzo al obrero. Este análisis de trabajo va ligado con el estudio de tiempos y movimientos, es decir, la determinación mediante la utilización del cronómetro del tiempo promedio en que un obrero común ejecutaría la tarea. A ese tiempo promedio se adicionaban otros tiempos básicos y muertos (esperas, tiempos destinados a la salida del obrero de la línea de producción para realizar sus necesidades personales, etc.), para obtener el llamado TIEMPO ESTÁNDAR. Con esto se estandarizaba el método de trabajo y el tiempo destinado para su ejecución.

El método es la manera de hacer alguna cosa para obtener un resultado determinado, el estudio de los tiempos y movimientos, además de permitir la racionalización de los métodos de trabajo del obrero y la fijación de los tiempos estándares para la ejecución de las operaciones y tareas, trajo consigo otras ventajas:

- Eliminar movimientos inútiles y sustituirlos por otros más eficaces.
- Volver más racional la selección y capacitación del personal.
- Mejorar la eficiencia del obrero y, en consecuencia, el rendimiento de la producción.
- Distribuir uniformemente el trabajo para que no haya periodos de falta o exceso de trabajo.
- Tener una base uniforme de salarios equitativos por aumento de la producción.
- Calcular con más precisión el costo unitario y por consiguiente el precio de venta de los productos.

El estudio de movimientos se puede aplicar en dos formas, el estudio visual de los movimientos y el estudio de los micro-movimientos. El primero se aplica más frecuentemente por su mayor simplicidad y menor costo, el segundo sólo resulta factible cuando se analizan labores de mucha actividad cuya duración y repetición son elevadas. El estudio visual de movimientos: El estudio visual de movimientos se aplica con mucha mayor amplitud, ya que la actividad que se estudia no necesita ser de tanta importancia, para justificar económicamente su empleo. Este tipo de estudio comprende la observación cuidadosa de la operación y la elaboración de un diagrama de proceso del

operador, con el consiguiente análisis del mismo, teniendo en cuenta las leyes de la economía de movimientos. El estudio visual de movimientos se aplica con mucha mayor amplitud, ya que la actividad que se estudia no necesita ser de tanta importancia, para justificar económicamente su empleo.

Estudio de tiempos.



Es innegable que dentro de las técnicas que se emplean en la medición del trabajo la más importante es el **Estudio de Tiempos**, o por lo menos es la que más nos permite confrontar la realidad de los sistemas productivos sujetos a medición.

"El Estudio de Tiempos es una técnica de medición del trabajo empleada para registrar los tiempos y ritmos de trabajo correspondientes a los elementos de una tarea definida, efectuada en condiciones determinadas y para analizar los datos a fin de averiguar el tiempo requerido para efectuar la tarea según una norma de ejecución preestablecida".

DESARROLLO Y ANÁLISIS DE CASOS.

1. PANTALLAS PRINCIPALES Y CODIFICACIÓN.

Paso 1.- Encender máquina y seleccionar icono robcomm 3.



Paso 2.- Encender controlador.



Paso 3.-Tomar pendant.



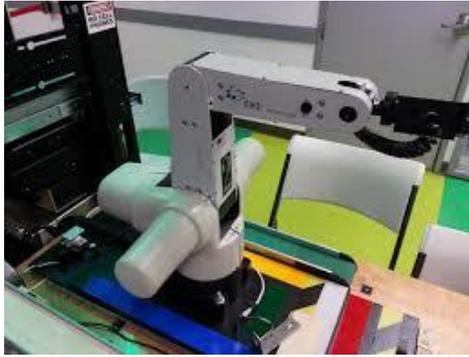
Paso 4.- Energizar brazo robot (arm power).



Paso 5.- Calibrar cada uno de los grados.



Paso 6.-Mandar a home.



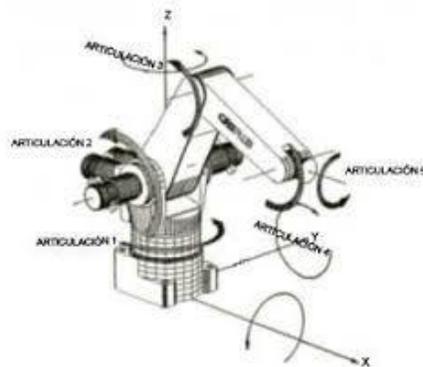
Paso 7.- Salir del pendant.



Paso 8.-Entrar al formato de aplicaciones ASH, teclear la aplicación deseada que ya está creada en este caso AL1a.



Paso 9.- Aplicación de therbligs.



Paso 10.- Compactar pequeños therbligs en uno solo.



Paso 11.- Regresar a casa.



Paso 12.- Tomar pelota (grip close).

Paso 13.- Conjuntar therblings y crear M1A, teclear `move` y finalmente soltar con `grip_open`.

Guía practica para programar el Brazo Robot de 5 grados.

1. Primeramente se empieza a cargar la compresora un minuto, requiere 65 PSI para que los dedos del brazo abran y cierren.
2. Encender máquina, seleccionando el icono de “ROBCOMM 3”, después abrir terminal número 1, CRS ROBOTIS.
3. Encender el controlador del brazo robot (caja negra) y verificar que haya comunicación y la información en la terminal.
4. Tomar el PENDANT, que se refiere al controlador del brazo robot, apretar F_2 (home). Presionar SEED UP y encontrar home, de default tiene 10% de velocidad, modificarla al gusto deseado.
5. Energizar el brazo robot, presionando el botón ARM POWER.
6. Calibrar cada uno de los grados del brazo robot (5 grados), Hombro, brazo, antebrazos y muñeca, haciendo coincidir las marcas ahí indicadas e cada una de sus partes.
7. Presionar F_1 y mandarlo a home.
8. Salir del PENDANT, presionando ESC dos veces, que eso quiere decir PENDANT OFF.

9. Entrar al formato de las aplicaciones, Tecleando la palabra ASH, ya estando eso, poner el nombre de la aplicación, que en este caso será ET13A20, teclear ENTER y después la letra Y.
10. Ejecución del micro therbligs. Tecleando la palabra JOINT.
 - Joint 1, -35
 - Joint 2, -75
 - Joint 2, -15
 - Joint 3, -90
 - Joint 3, -37
 - Joint 4, -90
 - Joint 2, -10
11. Compactar todos los micro therbligs, tecleando HERE poniendo nombre al therblig (Here All1a) y ver el movimiento tecleando (LIST).
12. Regresarse a Home tecleando READY. 2
13. Para ejecutar cualquier therblig teclear MOVE y el nombre de la aplicación, que es All1a.
14. Para tomar (asir) en el brazo robot, es poner GRIP- (close u open), según sea el caso que se requiera.
15. Para hacer el therblig de mover, de igual manera compactar los micro therbligs que se realizaron tecleando HERE (M1a) y LIST.

Práctica realizada en el Laboratorio de estudio del Trabajo en el ITLP.

“Articulando varios movimientos simples”

- a) Una vez que entre a una aplicación previamente salvada. Empiece a realizar los siguientes movimientos sencillos que articulen un Therblig final.
 - Joint 1,-45° →Enter.
 - Joint 2,-63° →Enter.
 - Joint 3,-75° →Enter.
 - Joint 4,-90° →Enter.
 - Joint 3,-10° →Enter.

Para guardar estos movimientos sencillos se tecla la palabra HERE Alcanzar. Y así se tendrá un movimiento completo llamado “Alcanzar”.

Se prueba este movimiento articulado tecleando lo siguiente:

- Move Alcanzar (Enter)
- Ready (Enter)

CONCLUSIONES:

La productividad es la base de la competitividad de una empresa, por eso si queremos ganar más dinero ocupamos realizar trabajos con calidad y rapidez, que cumplamos con las exigencias de nuestros clientes y más que nada aprovechar todos los recursos que tenemos a nuestro alrededor, sin descuidar nuestro ambiente.

El uso de este tipo de dispositivos viene a dar un gran impulso a la fabricación en serie como se puede notar en la fabricación de automóviles. Por eso es importante que los estudiantes en formación de una carrera conozcan y apliquen esta tecnología para cuando esten en la industria se les facilite el trabajo y por ende sean más productivos.

BIBLIOGRAFÍA:

Niebel Benjamin W., Freivalds Andris, Ingeniería Industrial; Métodos, Estándares y Diseño del Trabajo, Ed. Mc Graw Hill, Duodécima Edición, 2009.

Oficina internacional del trabajo (OIT), Introducción al Estudio del Trabajo Ginebra Suiza, Ed. Limusa, Cuarta edición revisada, 1996

García Criollo, Estudio del Trabajo, Ed. Mc Graw-Hill, Segunda Edición, 2005.

<http://www.demaquinasyherramientas.com/mecanizado/fresadoras-cnc>